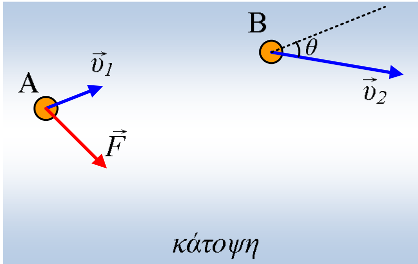
Μια οριζόντια κίνηση και η δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή $t_0=0$, περνά από μια θέση Α με ταχύτητα $\vec{υ}_1$, μέτρου $υ_1=5m/s$, όπως στο διπλανό σχήμα. Τη στιγμή αυτή, ασκείται στο σώμα μια σταθερή δύναμη $\vec{F}$, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή t_1 να περνά από το σημείο Β, έχοντας ταχύτητα $\vec{υ}_2$, μέτρου $υ_2=10m/s$, η οποία σχηματίζει γωνία θ με την διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{υ}_1$, όπου συνθ=0,8 και ημθ=0,6.



i) Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος στις θέσεις Α και Β.

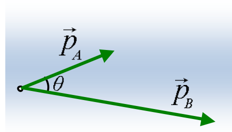
ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος (μέτρο και κατεύθυνση) μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων.

iii) Να υπολογιστεί η ασκούμενη δύναμη $\vec{F}$, αν $t_1=6s$.

iv) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$;

Απάντηση:

i) Η ορμή του σώματος στη θέση Α, έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα $\vec{υ}_1$ και μέτρο:



$$p_A=m\cdot υ_1=2\cdot 5\ kg\cdot m/s=10\ kg\cdot m/s.$$

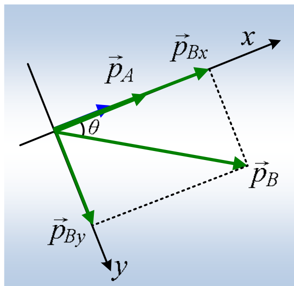
Όμοια στη θέση Β, έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{υ}_2$ και μέτρο:

$$p_B=m\cdot υ_2=2\cdot 10\ kg\cdot m/s=20\ kg\cdot m/s.$$

ii) Για να υπολογίσουμε την μεταβολή της ορμής, μεταξύ των θέσεων Α και Β, θα μπορούσαμε να δουλέψουμε με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, αφού:

$$\Delta\vec{p}=\vec{p}_B-\vec{p}_A=\vec{p}_B+\left(-\vec{p}_A\right)$$

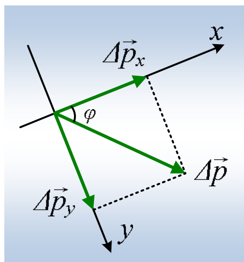
Αλλά στην περίπτωση που οι διευθύνσεις των δύο διανυσμάτων δεν μας είναι και πολύ βολικές, προτιμότερο να δουλέψουμε τα διανύσματα σε άξονες! Ας το κάνουμε:



Έστω ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x και y, όπου ο x συμπίπτει με την αρχική διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{υ}_1$, όπως στο διπλανό σχήμα. Αναλύουμε την ορμή $\vec{p}_B$ σε δυο συνιστώσες πάνω στους άξονες παίρνοντας:

$$p_{Bx}=p_B\cdot συνθ=20\cdot 0,8\ kg\cdot m/s=16\ kg\cdot m/s$$

$$p_{By}=p_B\cdot ημθ=20\cdot 0,6\ kg\cdot m/s=12\ kg\cdot m/s.$$



Αλλά τότε για τις αντίστοιχες μεταβολές της ορμής, θα έχουμε:

$$\Delta p_x=p_{Bx}-p_A=16\ kg\cdot m/s-10\ kg\cdot m/s=6\ kg\cdot m/s$$

$$\Delta p_y = p_{By} = 12\ kg \cdot m/s.$$

Οπότε για την συνολική μεταβολή της ορμής, με τη βοήθεια του Π.Θ. θα έχουμε:

$$\Delta p = \sqrt{\left(\Delta p_x\right)^2 + \left(\Delta p_y\right)^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} kg \cdot m/s = \sqrt{180} kg \cdot m/s = 6\sqrt{5} kg \cdot m/s$$

Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με τον άξονα x (την διεύθυνση της ταχύτητας στο Α) γωνία φ, όπου:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Delta p_y}{\Delta p_x} = \frac{12}{6} = 2$$

iii) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, παίρνουμε για την (συνισταμένη) δύναμη που μεταβάλλει την ορμή του σώματος:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Στην περίπτωσή μας, η ασκούμενη δύναμη είναι σταθερή (δεδομένο), οπότε αυτή έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής (σχηματίζει γωνία φ με την αρχική ταχύτητα) και μέτρο:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6\sqrt{5}}{6} N = \sqrt{5} N$$

iv) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα από τη στιγμή t_0, μέχρι τη στιγμή t_1:

$$K_2 - K_1 = W_F \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2} 2\left(10^2 - 5^2\right) J = 75 J$$

dmargaris@gmail.com