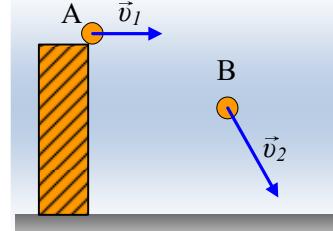


Η μεταβολή της ορμής και ο ρυθμός μεταβολής της

Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,5\text{kg}$, εκτοξεύεται οριζόντια από τη θέση A σε ορισμένο ύψος, με αρχική ταχύτητα v_1 και μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t=1,2\text{s}$, φτάνει στη θέση B, έχοντας ταχύτητα v_2 , όπως στο σχήμα.

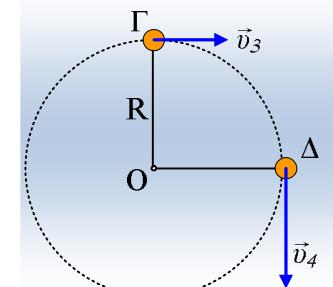
- i) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας στις θέσεις A και B, καθώς και η μεταβολή της ορμής μεταξύ των δύο αυτών θέσεων.

ii) Αν $v_1=4\text{m/s}$, να υπολογιστεί η ορμή της σφαίρας στις θέσεις A και B.



Η ίδια σφαίρα δένεται στο άκρο νήματος μήκους $\ell = Im$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, κέντρου Ο και ακτίνας $R=\ell$. Στο ανώτερο σημείο Γ της τροχιάς της, η σφαίρα έχει ταχύτητα $v_3=4\text{m/s}$.

- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας στη θέση Δ , που το νήμα γίνεται οριζόντιο.
 - iv) Να βρεθούν:



Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Λεξάρια για την απόδοση των Νομόταντας

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Αλλά κατά την κίνηση της σφαίρας, η μόνη δύναμη που ασκείται πάνω του είναι το βάρος, μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη, οπότε στην κατακόρυφη διεύθυνση θα μεταβάλλεται και η οριγάνη της σφαίρας, ως σταθερό ουμιέρο:

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_c = \left(\frac{dp}{dt} \right)_p = w = mg = 0,5 \cdot 10 \text{ kg} \cdot m / s^2 = 5 \text{ kg} \cdot m / s^2.$$

Αλλά και από τον ίδιο γόμο, παίρνουμε για τη μεταβολή της ορμής:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{w} \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$\Delta p = mg \cdot \Delta t = 0,5 \cdot 10 \cdot 1,2 \text{ kg m / s} = 6 \text{ kg m / s.}$$

Με κατακόρυφη διεύθυνση, ίδια με την κατεύθυνση του βάρους.

- ii) Η ορμή στη θέση A έχει οριζόντια κατεύθυνση (ίδια με την ταχύτητα) και μέτρο:

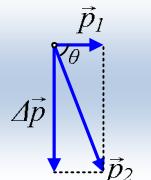
$$p_A = m \cdot v_I = 0,5 \cdot 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Η μεταβολή της ορμής που υπολογίσαμε παραπάνω, είναι ίση:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \rightarrow \vec{p}_2 = \Delta \vec{p} + \vec{p}_1$$

Παρατηρούμε ότι η ορμή στη θέση B, είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα της αρχικής ορμής p₁ και της μεταβολής της ορμής Δp μεταξύ των δύο θέσεων, όπως στο διπλανό σχήμα. Από το Π.Θ. παίρνουμε για το μέτρο της:

$$p_2 = \sqrt{(\Delta p)^2 + (p_i)^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} \text{kg} \cdot \text{m / s} = 2\sqrt{10} \text{kg} \cdot \text{m / s}.$$



Ενώ η κατεύθυνσή της σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση (κατεύθυνση της ορμής στο A) γωνία θ, όπου:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta p}{p_l} = \frac{6}{2} = 3$$

Σημείωση:

Βέβαια θα μπορούσαμε να θυμηθούμε και τη θεωρία της οριζόντιας βολής, όπου θεωρώντας την κίνηση ως σύνθετη, η ταχύτητα (άρα και η ορμή) στην οριζόντια διεύθυνση παραμένει σταθερή, ενώ στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε σε χρόνο Δt αποκτά ταχύτητα:

$v_y = g \cdot \Delta t = 10 \cdot 1,2 \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$, συνεπώς και ορμή μέτρου $p_y = m \cdot v_y = 0,5 \cdot 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Οπότε από κει και πέρα, συνεχίζουμε όπως παραπάνω...

iii) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Γ και Δ , θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Δ , ως επίπεδο μηδενικής ενέργειας:

$$K_\Gamma + U_\Gamma = K_A + U_A \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_3^2 + mgR = \frac{1}{2}mv_4^2 \rightarrow$$

$$v_4 = \sqrt{v_3^2 + 2g\ell} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1} m/s = 6 m/s$$

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής σε μια θέση, είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη, στη θέση αυτή.

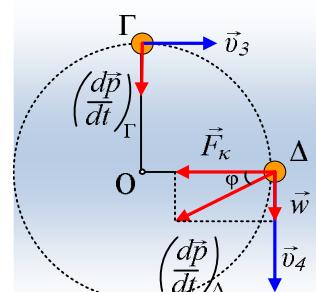
a) Για την θέση Γ:

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_r = \Sigma F = m \frac{v_3^2}{R} = 0,5 \cdot \frac{4^2}{1} kg \cdot m^2 / s = 8 kg \cdot m^2 / s.$$

Με κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα κάτω.

Ενώ αντίστοιχα για τη θέση Δ:

$$\left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)_A = \Sigma \vec{F}_A$$



Όπου

$$\Sigma \vec{F}_A = \vec{w} + \vec{F}_k$$

$$\text{Евώ } F_k = m \frac{v_4^2}{R} = 0,5 \cdot \frac{6^2}{1} kg \cdot m^2 / s = 18 N.$$

Ме ортозонтия диеңдүнсөн кай форд артасынан та аристерада, ошоас сюо схема. Аллар төтө:

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_A = \Sigma F = \sqrt{w^2 + F_k^2} = \sqrt{(0,5 \cdot 10)^2 + 18^2} N \approx 18,7 kg \cdot m / s^2.$$

$$\text{Евώ } \varepsilon \varphi \varphi = \frac{w}{F_k} = \frac{5}{18}$$

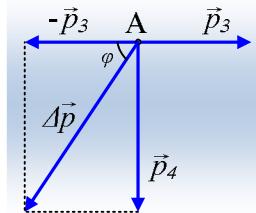
β) Гиа тиң метаболи тиң ормажи метаңу таңаңең Г кай Δ өчүнүм:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_4 - \vec{p}_3 = \vec{p}_4 + (-\vec{p}_3)$$

Опсү:

$$p_3 = m v_3 = 0,5 \cdot 4 kg \cdot m / s = 2 kg \cdot m / s \quad \text{кай}$$

$$p_4 = m v_4 = 0,5 \cdot 6 kg \cdot m / s = 3 kg \cdot m / s, \text{ оптө:}$$



$$\Delta p = \sqrt{(p_3)^2 + (p_4)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} kg \cdot m / s = \sqrt{13} kg \cdot m / s.$$

Евώ таңаңу симма $\Delta \vec{p}$ схематизеи мес таңаңу симма $-\vec{p}_3$ говниа φ, опсү:

$$\varepsilon \varphi \varphi = \frac{p_4}{p_3} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Σχόλιо:

Сет күклик кинети кентромольс дүнамети ден параменеи статерди, оптө ден өзү митородынаме на упологи-сюнүм таңаңу симма тиң ормажи, ошоас то канаңе сюо еротетма i), афоу өзисиши:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Однегеи стиң $\Delta \vec{p} = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow$ мөндиңкетиңи $(\Sigma \vec{F})$ параменеи статерди (мэтро кай катеңдүнсөн).

dmargaris@gmail.com