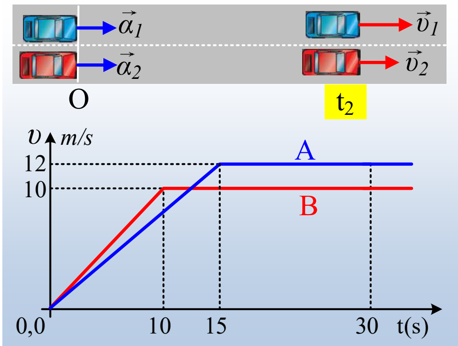
Ταυτόχρονο ξεκίνημα δύο αυτοκινήτων.



Σε ένα σημείο Ο, ευθύγραμμου δρόμου, ηρεμούν δίπλα- δίπλα δύο αυτοκίνητα Α και Β. Σε μια στιγμή $t_0=0$, τα αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα να κινούνται και στο σχήμα δίνεται η ταχύτητά τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε τις ακόλουθες ερωτήσεις, χωρίς να κάνετε αριθμητικούς υπολογισμούς:

α) Ποιο αυτοκίνητο κινήθηκε με μεγαλύτερη επιτάχυνση;

β) Ποιο, κινήθηκε για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, επιταχυνόμενο;

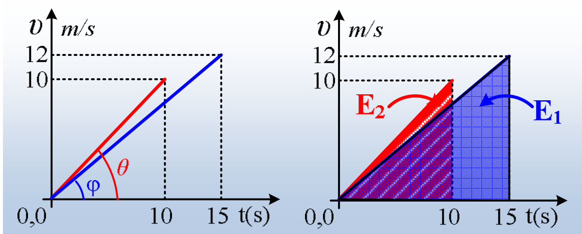
γ) Ποιο διένυσε μεγαλύτερη απόσταση στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης;

ii) Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις α_1 και α_2 με τις οποίες κινήθηκαν αρχικά τα δυο αυτοκίνητα.

iii) Ποια χρονική στιγμή t_1 ($t_1>t_0$) τα δύο οχήματα έχουν την ίδια ταχύτητα; Πόσο απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;

iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_2, όπου τα δυο αυτοκίνητα βρίσκονται ξανά στην ίδια θέση (το ένα δίπλα στο άλλο), καθώς και πόσο απέχουν την στιγμή αυτή από την αρχική θέση Ο.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σημειωθεί στοιχεία που αφορούν τις επιταχυνόμενες κινήσεις των δύο αυτοκινήτων.

α) Στο διάγραμμα υ-t η κλίση μας επιτρέπει να υπολογίζουμε την επιτάχυνση. Αλλά τότε με βάση το πρώτο σχήμα η γωνία θ, είναι μεγαλύτερη από την γωνία φ, συνεπώς η κλίση για το Β αυτοκίνητο είναι μεγαλύτερη, οπότε το Β αυτοκίνητο κινείται και με μεγαλύτερη επιτάχυνση.

β) Το Α αυτοκίνητο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα 15s σε αντίθεση με το Β που επιταχύνεται για διάστημα 10s.

γ) Στο διάγραμμα υ-t το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζεται, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος. Αλλά τότε το εμβαδόν του κόκκινου γραμμοσκιασμένου τριγώνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση Δx_2, ενώ το εμβαδόν του γαλάζιου τριγώνου, ίσο αριθμητικά με τη μετατόπιση Δx_1. Αλλά η σύγκριση των δύο εμβαδών μας δίνει ότι $E_1 > E_2$, οπότε και $\Delta x_1 > \Delta x_2$. (το εμβαδόν τριγώνου είναι ίσο με ½ β·υ. Το γαλάζιο τρίγωνο έχει μεγαλύτερη βάση και μεγαλύτερο ύψος, οπότε και μεγαλύτερο εμβαδόν από το κόκκινο τρίγωνο).

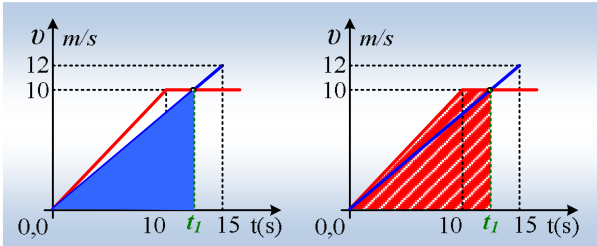
ii) Οι κλίσεις και για τα δύο αυτοκίνητα στο διάγραμμα υ-t, παραμένουν σταθερές στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης, πράγμα που σημαίνει ότι οι αντίστοιχες επιταχύνσεις παραμένουν σταθερές:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta \upsilon_A}{\Delta t} = \frac{12-0}{15-0} m/s^2 = 0,8 m/s^2 .$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta \upsilon_B}{\Delta t} = \frac{10-0}{10-0} m/s^2 = 1 m/s^2 .$$

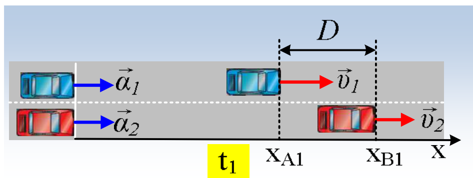
iii) Αφού οι παραπάνω επιταχύνσεις παραμένουν σταθερές οι κινήσεις είναι ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες για τις οποίες ισχύουν οι εξισώσεις της ταχύτητας:

$$\upsilon_A = \alpha_1 \cdot t \ (1) \quad \text{και} \quad \upsilon_B = \alpha_2 \cdot t \ (2)$$



Μέχρι τη στιγμή t=10s, το Β αυτοκίνητο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Α, στη συνέχεια η ταχύτητα του σταθεροποιείται στην τιμή υ_B=10m/s, ενώ αντίθετα του Α αυτοκινήτου η ταχύτητα συνεχίζει να αυξάνεται. Έτσι τη στιγμή t_1 που οι δύο γραφικές παραστάσεις τέμνονται, τα δύο αυτοκίνητα θα έχουν ίσες ταχύτητες $\upsilon_A = \upsilon_B$=10m/s. Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$\upsilon_A = \alpha_1 t_1 \rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_A}{\alpha_1} = \frac{10}{0,8} s = 12,5 s$$



Τη στιγμή αυτή t_1 το αυτοκίνητο Α έχει μετατοπισθεί όσο είναι και το εμβαδόν του τριγώνου με μπλε απόχρωση:

$$\Delta x_{A1} = x_{A1} = \frac{1}{2} 12,5 \cdot 10 m = 62,5 m .$$

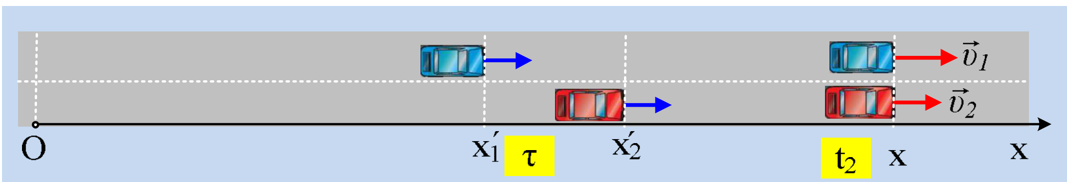
Η αντίστοιχη μετατόπιση του Β αυτοκινήτου είναι ίση αριθμητικά με το εμβαδόν του τραπεζίου με γραμμοσκιασμένο κόκκινο χρώμα:

$$\Delta x_{B1} = x_{B1} = \frac{(t_1 - 10) + t_1}{2} \upsilon_B = \frac{(12,5-10)+12,5}{2} 10 m = 75 m$$

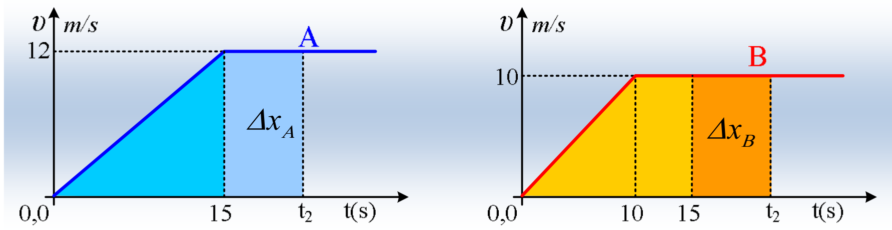
Έτσι τη στιγμή αυτή η απόσταση των δύο αυτοκινήτων είναι:

$$D = x_{B1} - x_{A1} = 75m - 62,5m = 12,5m$$

iv) Τη χρονική στιγμή τ=15s, όπου σταματά και το Α αυτοκίνητο να επιταχύνεται τα οχήματα βρίσκονται στις θέσεις x_1' και x_2', όπως στο σχήμα:



Όπου, από τα εμβαδά των αντίστοιχων χωρίων (βλέπε σχήμα) υπολογίζουμε:



$$\Delta x_{A\tau} = x_1' = \frac{12 \cdot 15}{2} m = 90m \text{ και } \Delta x_{B\tau} = x_2' = \frac{1}{2} 10 \cdot 10m + 10 \cdot 5m = 100m$$

Στη συνέχεια βέβαια και τα δυο αυτοκίνητα κινούνται με σταθερές ταχύτητες, οπότε αν t_2 η χρονική στιγμή που το Α φτάνει το Β, θα έχουν στο μεταξύ μετατοπισθεί κατά:

$$\Delta x_A = \upsilon_1 \cdot \Delta t = 12(t_2 - 15) \quad \text{και} \quad \Delta x_B = \upsilon_2 \cdot \Delta t = 10(t_2 - 15)$$

Αλλά τότε το Α αυτοκίνητο έχει φτάσει στη θέση:

$$x_1 = x_1' + \Delta x_A = 90 + 12(t_2 - 15) \quad \text{(S.I.)} \quad (3)$$

Ενώ το αυτοκίνητο Β, στη θέση:

$$x_2 = x_2' + \Delta x_B = 100 + 10(t_2 - 15) \quad \text{(S.I.)} \quad (4)$$

Αλλά αφού τα δύο οχήματα, βρίσκονται στην ίδια θέση $x_1 = x_2$, οπότε:

$$90 + 12(t_2 - 15) = 100 + 10(t_2 - 15) \text{ ή}$$

$$90 + 12t_2 - 180 = 100 + 10t_2 - 150 \text{ ή}$$

$$2t_2 = 20 \text{ ή } t_2 = 20s.$$

Αλλά τότε με αντικατάσταση στην (3) ή (4) παίρνουμε:

$$x_1 = 90 + 12(t_2 - 15) = 90m + 12(20 - 15)\ m = 150m$$

Δηλαδή και τα δυο οχήματα τη στιγμή t_2=20s, απέχουν 150m από το σημείο Ο που ξεκίνησαν, ευρισκόμενα (στιγμιαία) το ένα δίπλα στο άλλο.

dmargaris@gmail.com