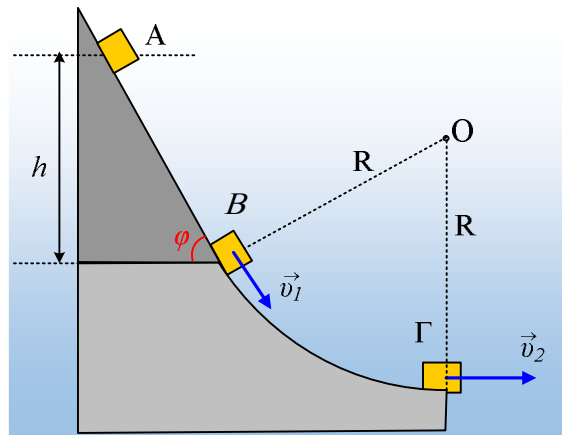


Μετά την κατηφόρα μια κυκλική κίνηση

Ένα μικρό σώμα, μάζας $m=0,3\text{kg}$, αφήνεται να κινηθεί από τη θέση A ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως φ , όπου $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$. Το σώμα αφού μετακινηθεί κατακόρυφα κατά $h=0,8\text{m}$, μπαίνει στο σημείο B, χωρίς εκτροπή, σε ένα δεύτερο λείο κατακόρυφο κυκλικό οδηγό, ακτίνας $R=1\text{m}$, τον οποίο εγκαταλείπει στη θέση Γ, με οριζόντια ταχύτητα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος v_1 στη θέση B, καθώς και η επιτάχυνση a_1 του σώματος, ελάχιστα πριν μπει το σώμα στον κυκλικό οδηγό.
- ii) Πού οφείλεται η παραπάνω επιτάχυνση a_1 και ποιο αποτέλεσμα επιφέρει στην κίνηση του σώματος;
- iii) Η παραπάνω επιτάχυνση a_1 συνεχίζει να υπάρχει μόλις το σώμα περάσει στον κυκλικό οδηγό, στη θέση B; Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.
- iv) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα από το κεκλιμένο επίπεδο, ελάχιστα πριν την είσοδο στην κυκλική τροχιά και η αντίστοιχη δύναμη που ασκεί η κυκλική τροχιά στο σώμα, ελάχιστα μετά την είσοδο του σώματος σε αυτήν, στο σημείο B.
- v) Να βρεθεί ακόμη η δύναμη που ασκείται στο σώμα, από την κυκλική τροχιά, ελάχιστα πριν την εγκαταλείψει στη θέση Γ.

Απάντηση:

- i) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, μεταξύ των θέσεων A και B, για την κίνηση του σώματος κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο B, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας:

$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow$$

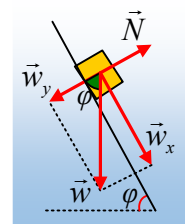
$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8\text{m}} / \text{s} = 4\text{m/s}$$

Εξάλλου παίρνοντας τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο κεκλιμένο επίπεδο, από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση της κίνησης (ο άξονας x παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο), βρίσκουμε:

$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi = ma_1 \rightarrow a_1 = g \cdot \eta\mu\varphi = 10 \cdot 0,8\text{m/s}^2 = 8\text{m/s}^2.$$

- ii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, η επιτάχυνση αυτή οφείλεται στη συνιστώσα w_x του βάρους. Το αποτέλεσμα της επιτάχυνσης αυτής, είναι το σώμα να κινείται προς τα κάτω κατά μήκος του επιπέδου, με



επιταχυνόμενη κίνηση, στη διάρκεια της οποίας αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας.

iii) Μόλις το σώμα περάσει στο σημείο Β, στον κυκλικό οδηγό, προφανώς συνεχίζει να ασκείται πάνω του η συνιστώσα του βάρους w_x , συνεπώς συνεχίζει να έχει και την ίδια επιτάχυνση a_1 (στιγμιαία, αφού μετά από λίγο θα φτάσει σε άλλη θέση και η γωνία με την οριζόντια διεύθυνση θα αλλάξει). Πράγμα που σημαίνει ότι συνεχίζεται να αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας το σώματος. Η συνιστώσα αυτή της επιτάχυνσης (θα αναπτυχθεί ταυτόχρονα και άλλη συνιστώσα επιτάχυνσης, η κεντρομόλος επιτάχυνση), ονομάζεται επιτροχία επιτάχυνση και είναι υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας.

iv) Εφαρμόζουμε τώρα το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση την κάθετη στην ταχύτητα:

α) Ελάχιστα πριν φτάσει το σώμα στο σημείο Β:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - w_y = 0 \rightarrow N = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0,3 \cdot 10 \cdot 0,6 N = 1,8 N$$

β) Μόλις μπει στον κυκλικό οδηγό:

$$\Sigma F_y = ma_y \rightarrow N' - mg \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \frac{v_1^2}{R} \rightarrow$$

$$N' = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + m \frac{v_1^2}{R} = 0,3 \cdot 10 \cdot 0,6 N + 0,3 \frac{4^2}{1} N = 6,6 N$$

v) Εφαρμόζουμε ξανά την ΑΔΜΕ για την κίνηση του σώματος από το σημείο Β στη Γ, θεωρώντας τώρα $U_B = 0$.

$$K_B + U_B = K_\Gamma + U_\Gamma \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgy = \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2gy$$

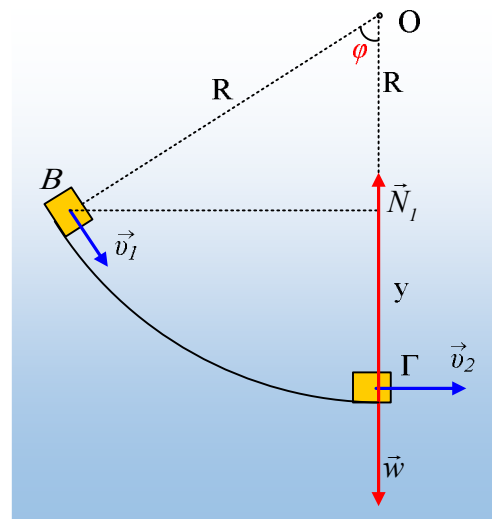
Όμως η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στο τόξο ΒΓ, έχει κάθετες πλευρές με την κλίση φ του κεκλιμένου επιπέδου, οπότε:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{R-y}{R} \rightarrow y = R(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) = 1(1 - 0,6) m = 0,4 m$$

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα τώρα, παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = ma_y \rightarrow N_1 - mg = m \frac{v_2^2}{R} \rightarrow$$

$$N_1 = mg + m \frac{v_1^2 + 2gy}{R} = 0,3 \cdot 10 N + 0,3 \frac{4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,4}{1} N = 10,2 N$$



dmargaris@gmail.com