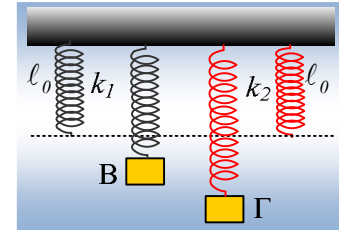


Δυο ελατήρια με το ίδιο μήκος

Δυο σώματα Β και Γ, της ίδιας μάζας, κρέμονται στα άκρα δύο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων, με σταθερές k_1 και k_2 , όπως στο σχήμα. Τα ελατήρια έχουν το ίδιο φυσικό μήκος l_0 . Εκτρέπουμε τα σώματα κατακόρυφα προς τα πάνω, ώστε τα ελατήρια να αποκτήσουν το φυσικό μήκος τους και κάποια στιγμή $t_0=0$, τα αφήνουμε να ταλαντωθούν.



i) Μεγαλύτερη αρχική επιτάχυνση, τη στιγμή που αφήνονται να κινηθούν, θα αποκτήσει:

α) Το σώμα Β, β) Το σώμα Γ, γ) Τα δυο σώματα θα αποκτήσουν ίσες επιταχύνσεις.

ii) Πρώτο θα φτάσει στη χαμηλότερη θέση της τροχιάς του:

α) Το σώμα Β, β) Το σώμα Γ, γ) Τα δυο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα.

iii) Μεταξύ των μεγίστων κινητικών ενεργειών, που τα σώματα πρόκειται να αποκτήσουν, στη διάρκεια της ταλάντωσης, ισχύει:

α) $K_1 < K_2$, β) $K_1 = K_2$, γ) $K_1 > K_2$.

Όπου K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος Β και K_2 η αντίστοιχη του σώματος Γ.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

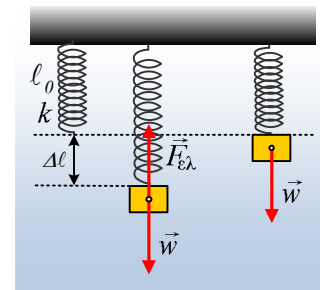
Απάντηση:

Έστω ένα σώμα που ισορροπεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Από τη συνθήκη ισορροπίας παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_{ελ} = w \rightarrow k \cdot \Delta l = mg \rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k}$$

Από την παραπάνω εξίσωση συμπεραίνουμε ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της σταθεράς του k , για σταθερή μάζα του σώματος.

Έτσι με βάση το αρχικό σχήμα, το δεύτερο ελατήριο έχει υποστεί μεγαλύτερη επιμήκυνση, συνεπώς έχει μικρότερη σταθερά k , αφού τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες. Ισχύει δηλαδή $k_1 > k_2$.



i) Τη στιγμή που αφήνεται ένα σώμα να κινηθεί, με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος, η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος, όπως στο δεξιό από τα παραπάνω σχήματα, οπότε το σώμα αποκτά κατακόρυφη επιτάχυνση g . Σωστό το γ).

ii) Το χρονικό διάστημα μέχρι να φτάσει ένα σώμα από την ανώτερη στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του είναι ίσο με $\Delta t = \frac{1}{2} T$, όπου T η περίοδος του, ίση με:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Όμως εδώ $k_1 > k_2$, οπότε $T_1 < T_2$, συνεπώς μικρότερο χρονικό διάστημα θα χρειαστεί το σώμα Β, το οποίο θα φτάσει και πρώτο στη χαμηλότερη θέση. Σωστό το α).

iii) Η μέγιστη κινητική ενέργεια, αποκτάται στη θέση ισορροπίας του σώματος και είναι ίση με την ενέργεια ταλάντωσης, με πλάτος $A = \Delta\ell = \frac{mg}{k}$, αφού το σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του με μηδενική ταχύτητα,

από ακραία θέση :

$$K_{max} = E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{m^2g^2}{2k}$$

Οπότε αφού $k_1 > k_2$, θα έχουμε $K_1 < K_2$ και σωστή είναι η α) πρόταση.

dmargaris@gmail.com