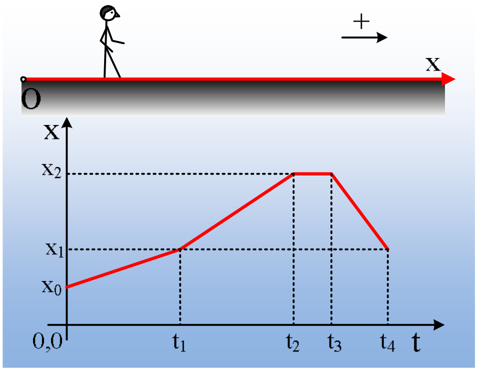
Από ένα διάγραμμα θέσης



Σε ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με έναν προσανατολισμένο άξονα x, περπατά ένα παιδί και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Το παιδί περπάτησε πάντα προς τα δεξιά ή όχι;

ii) Το παιδί περπάτησε με μεγαλύτερη ταχύτητα στο χρονικό διάστημα:

α) Από 0 έως t_1, β) Από t_1 έως t_2.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας στις δύο παραπάνω ερωτήσεις.

Αν δίνονται x_0=40m, x_1=80m, x_2=160m, t_1=40s, t_2=80s, t_3=90s και t_4=120s, ζητούνται:

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του παιδιού σε κάθε χρονικό διάστημα και να παρασταθεί γραφικά η ταχύτητα του παιδιού σε συνάρτηση με το χρόνο (υ=υ(t)).

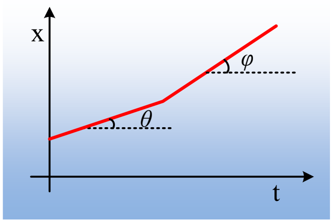
iv) Να υπολογιστεί στο χρονικό διάστημα 0-120s:

α) Η μέση διανυσματική ταχύτητα.

β) Η μέση αριθμητική ταχύτητα.

Απάντηση:

i) Με βάση το διάγραμμα ενώ αρχικά το σώμα απομακρύνεται από την αρχή του άξονα Ο (το x αυξάνεται), στη συνέχεια το x μικραίνει, πράγμα που σημαίνει ότι ενώ αρχικά το παιδί κινείται προς τα δεξιά, μετά τη στιγμή t_3 περπάτησε προς τα αριστερά.

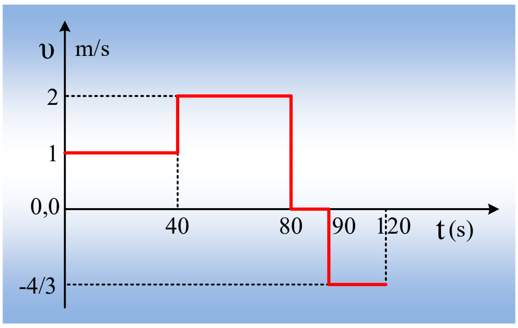


ii) Στο διάγραμμα x-t η κλίση μας δίνει την ταχύτητα του σώματος (Δx/Δt=υ). Αλλά τότε με βάση το διπλανό σχήμα, για τις γωνίες φ και θ ισχύει φ>θ, οπότε θα ισχύει και εφφ>εφθ ισοδύναμα $υ_2>υ_1$ όπου $υ_1$ η ταχύτητα από 0-t_1 και $υ_2$ η ταχύτητα στο χρονικό διάστημα t_1-t_2. Σωστό το β).

iii) Για τις τιμές της ταχύτητας, έχουμε:

- Από 0-40s: $\upsilon_1 = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_1 - x_0}{t_1 - 0} = \dfrac{80m - 40m}{40s} = 1m/s$
- Από 40s-80s: $\upsilon_2 = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{160m - 80m}{80s - 40s} = 2m/s$
- Από 80s-90s: $\upsilon_3 = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = 0$
- Από 90s-120s: $\upsilon_4 = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3} = \dfrac{80m - 160m}{120s - 90s} = -{}^{4}\!/_{3}\, m/s$

Με βάση τις τιμές αυτές το ζητούμενο διάγραμμα έχει τη μορφή:



iv) Η μέση (διανυσματική) ταχύτητα υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\vec{\upsilon}_{\mu,1} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \rightarrow$$

$$\upsilon_{\mu,1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{80m - 40m}{120s} = 1/3\, m/s$$

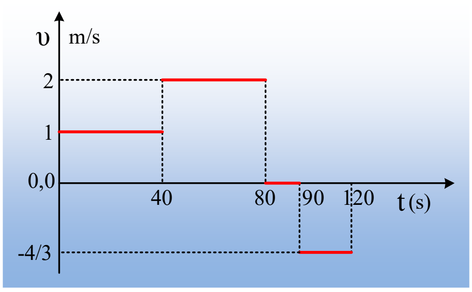
Η αντίστοιχη (αριθμητική) μέση ταχύτητα, συνδέεται με το διανυόμενο διάστημα:

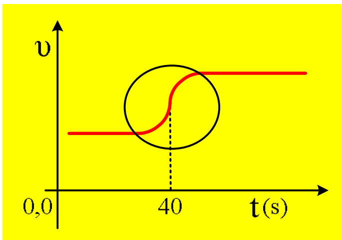
$$\upsilon_{\mu,2} = \frac{s_{o\lambda}}{\Delta t} \rightarrow \upsilon_{\mu,2} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4|}{\Delta t} \rightarrow$$

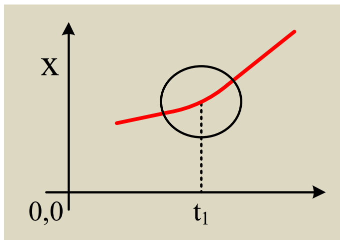
$$\upsilon_{\mu,2} = \frac{40m + 80m + 0 + 80m}{120s} = 5/3\, m/s$$

Σχόλιο:

Γιατί να είναι αυτή η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και όχι όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα;







Από μαθηματικής σκοπιάς αυτό θα ήταν το «σωστό», με βάση το διάγραμμα x-t που μας δόθηκε. Και όμως δεν μπορεί να παρουσιάζεται η παραπάνω ασυνέχεια ταχύτητας στη φύση. Για να αλλάξει η ταχύτητα απαιτείται η εμφάνιση επιτάχυνσης για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, η οποία θα μεταβάλει την ταχύτητα. Έτσι στην πράξη η ταχύτητα μεταβάλλεται συνεχώς από την τιμή π.χ. 1m/s στην τιμή 2m/s, οπότε αν παίρναμε το ίδιο διάγραμμα σε μεγέθυνση γύρω από τη χρονική στιγμή t_1=40s, θα είχαμε την εικόνα της μεσαίας παραπάνω εικόνας. Αλλά την ίδια «λεπτομέρεια» θα είχαμε και στο αρχικό διάγραμμα x-t, όπως στο δεξιό από τα παραπάνω σχήματα.

dmargaris@gmail.com