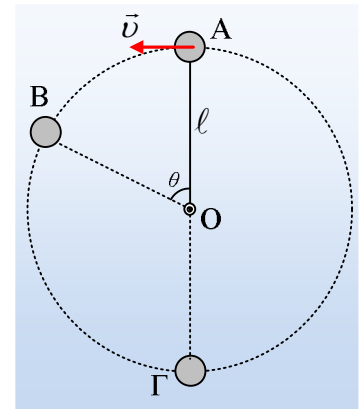


Μια ομαλή κυκλική κίνηση και το κόψιμο του νήματος

Μια σφαίρα μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένη στο άκρο νήματος μήκους $l=(3/\pi)m$, διαγράφοντας οριζόντια κυκλική τροχιά κέντρου O . Η σφαίρα διανύει τόξο μήκους $s=1,2\text{m}$ σε χρόνο $t_1=0,8\text{s}$.



- i) Να υπολογιστούν τα μέτρα της γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας.
- ii) Να βρεθούν η περίοδος και η συχνότητα της κίνησης, καθώς και η τάση του νήματος.
- iii) Αν κάποια στιγμή η σφαίρα περνά από τη θέση A , σε πόσο χρόνο περνά για δεύτερη φορά από το σημείο B , αν δίνεται η γωνία $\theta=60^\circ$.
- iv) Αν τη στιγμή $t_0=0$ η σφαίρα περάσει από το σημείο A , ενώ μόλις φτάσει στο αντιδιαμετρικό του σημείο Γ κοπεί το νήμα, να βρεθεί τη στιγμή $t_2=3,55\text{ s}$, η απόσταση της σφαίρας από το σημείο A .
δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

Απάντηση:

- i) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας συνδέεται με το μήκος του διανυόμενου τόξου με τη σχέση:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1,2}{0,8} \text{ m/s} = 1,5 \text{ m/s}$$

Αλλά μεταξύ γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας ισχύει:

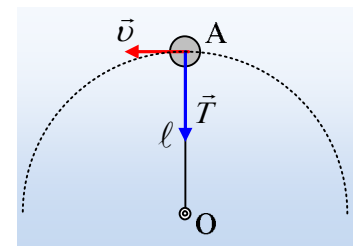
$$v = \omega R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} \rightarrow$$

$$\omega = \frac{v}{l} = \frac{1,5}{\frac{3}{\pi}} \text{ rad/s} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s} \approx 1,57 \text{ rad/s}$$

- ii) Για την περίοδο και τη συχνότητα της κίνησης έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4\text{ s} \text{ και}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\text{ s}} = 0,25\text{ Hz}$$



Ενώ η τάση του νήματος, είναι η δύναμη η οποία παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, έχει μέτρο:

$$T = F_c = m \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$T = 0,5 \frac{1,5^2}{\frac{3}{\pi}} \text{ N} = 0,375\pi \text{ N} \approx 1,18\text{ N}$$

iii) Τη στιγμή που η μπάλα περνά για δεύτερη φορά από το σημείο B, θα έχει διαγράψει γωνία:

$$\varphi = 360^\circ + 60^\circ = 420^\circ \text{ ή σε ακτίνια: } \varphi = \frac{420}{360} \cdot 2\pi = \frac{7\pi}{3} \text{ rad}$$

Αλλά $\varphi = \omega \cdot t \rightarrow$

$$t_1 = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\frac{7\pi/3}{\pi/2}}{s} = \frac{14}{3} s$$

iv) Μόλις κοπεί το νήμα στη θέση Γ, η σφαίρα θα κινηθεί πλέον ευθύγραμμα με την ταχύτητα που έχει στη θέση αυτή, ταχύτητα εφαπτόμενη στην τροχιά. Για να φτάσει από το Α στο Γ θα χρειαστεί χρονικό διάστημα:

$$\Delta t_1 = \frac{1}{2} T = \frac{1}{2} \cdot 4s = 2s.$$

Οπότε θα κινηθεί ευθύγραμμα για χρονικό διάστημα Δt_2 , όπου:

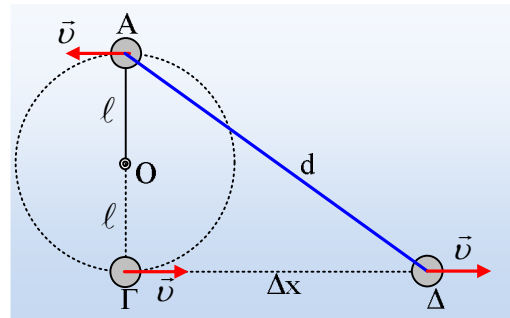
$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = t_2 \rightarrow \Delta t_2 = t_2 - \Delta t_1 = 3,55s - 2s = 1,55s$$

Διανύοντας απόσταση $(\Gamma\Delta) = \Delta x$:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t_2 = 1,5 \cdot 1,55m = 2,325m$$

Αλλά τότε εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ, παίρνουμε για την απόσταση $(A\Delta) = d$:

$$d = \sqrt{(A\Gamma)^2 + (\Gamma\Delta)^2} = \sqrt{\left(2 \frac{3}{\pi}\right)^2 + 2,325^2} m = 3m$$



dmargaris@gmail.com