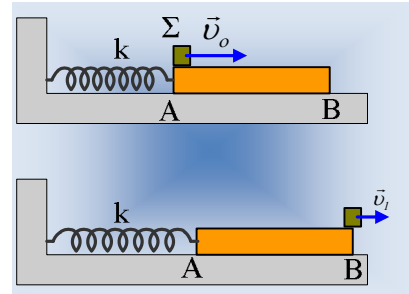


## Τριβή ολίσθησης και αρμονική ταλάντωση

Μια ομογενής σανίδα AB μήκους  $l$  και μάζας  $M=4\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένη στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=40\text{N/m}$ . Τοποθετείται πάνω στη σανίδα, στο άκρο της A, ένα σώμα  $\Sigma$ , μάζας  $m=2\text{kg}$ , το οποίο εμφανίζει με τη σανίδα συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,4$ . Σε μια στιγμή  $t=0$ , το σώμα  $\Sigma$  δέχεται στιγμιαίο κατάλληλο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα  $v_0=6\text{m/s}$  και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, εγκαταλείποντάς την, μετά από λίγο, από το άκρο της B, με ταχύτητα  $v_1=2\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα.

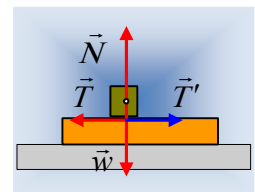


- i) Να υπολογιστεί το μήκος της σανίδας.
  - ii) Αν το άκρο της σανίδας A βρίσκεται αρχικά στη θέση  $x=0$ , να γίνει η γραφική παράσταση  $x=x(t)$  της θέσης του σε συνάρτηση με το χρόνο
- Δίνεται  $\pi^2 \approx 10$ .

**Απάντηση:**

- i) Με βάση το διπλανό σχήμα, το σώμα  $\Sigma$  δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης μέτρου:

$$T = \mu N = \mu mg = 0,4 \cdot 2 \cdot 10\text{N} = 8\text{N}$$



Με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται, αποκτώντας επιτάχυνση  $a = -\frac{T}{m} = -4\text{m/s}^2$

οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν:

$$v = v_0 + at \quad (1) \quad \text{και} \quad x_l = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Από την (1) βρίσκουμε ότι το  $\Sigma$  εγκαταλείπει τη σανίδα τη στιγμή  $t_1 = (v - v_0)/a = (2 - 6)/(-4)\text{s} = 1\text{s}$ , έχοντας μετακινηθεί κατά  $x_l = 6 \cdot 1\text{m} + \frac{1}{2} (-4) \cdot 1\text{m} = 4\text{m}$ .

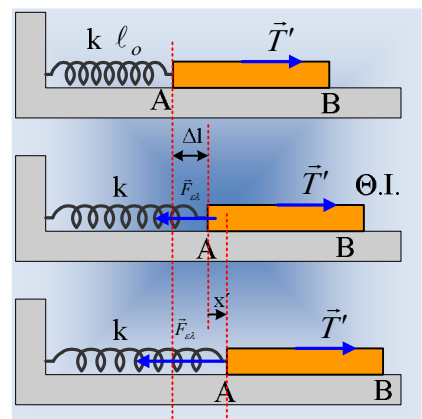
Τι κίνηση κάνει η σανίδα; Δέχεται δύο οριζόντιες δυνάμεις την  $T'$  (αντίδραση της τριβής) και την δύναμη του ελατηρίου, οπότε αποκτά μια νέα θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T' = F_{ελ} \rightarrow k \cdot \Delta l = T' \rightarrow \Delta l = T'/k = 8/40\text{m} = 0,2\text{m}$$

Ενώ ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα δίνει για την τυχαία θέση, η οποία απέχει κατά  $x'$  από τη θέση ισορροπίας:

$$\Sigma F = T' - F_{ελ} = T' - k(\Delta l + x') = -k \cdot x' \quad (3)$$

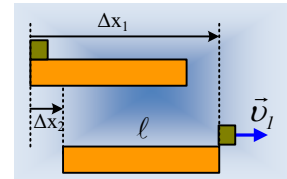
Συνεπώς η σανίδα εκτελεί αρμονική ταλάντωση για την οποία ι-



σχέι η γνωστή μας εξίσωση  $x' = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$ , όπως ακριβώς και σε μια ΑΑΤ, με περίοδο:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{4}{40}} s = 2s$$

Ξεκινώντας από την αρνητική ακραία θέση με απομάκρυνση  $x' = -0,2m$ , οπότε τη στιγμή  $t_1 = 1s$  ( $t_1 = T/2$ ), που σταματά η αλληλεπίδρασή με το σώμα  $\Sigma$ , βρίσκεται στη θετική (δεξιά) ακραία θέση, με απομάκρυνση  $x'_1 = 0,2m$ , έχοντας μηδενική ταχύτητα, ενώ έχει μετατοπισθεί κατά  $\Delta x_2 = 2 \cdot 0,2m = 0,4m$ . Αλλά τότε και με βάση το διπλανό σχήμα έχουμε:



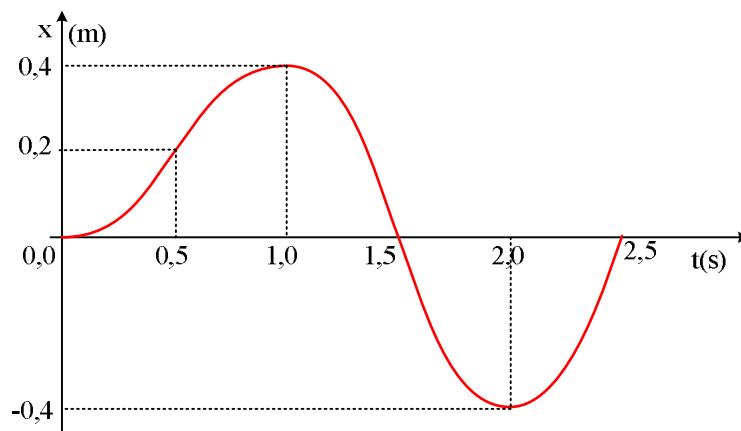
$$\ell = \Delta x_1 - \Delta x_2 = 4m - 0,4m = 3,6m$$

- ii) Τη στιγμή  $t_1$  που το σώμα  $\Sigma$  εγκαταλείπει τη σανίδα, αυτή θα εκτελέσει μια νέα αρμονική ταλάντωση, με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου (μιας συντηρητικής δύναμης), συνεπώς θα εκτελέσει μια ΑΑΤ, γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας, που το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του, με πλάτος:

$$A_2 = \Delta x_2 = 0,4m$$

Και με την ίδια, όπως προηγούμενα, περίοδο  $T_2 = T_1 = 2s$ .

Συνεπώς θεωρώντας την αρχική θέση του άκρου Α, ως  $x=0$ , η γραφική παράσταση της θέσης του, από και πέρα, θα είναι όπως στο διάγραμμα.



Όπου μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 1s$  έχουμε την πρώτη αρμονική ταλάντωση και στη συνέχεια την δεύτερη, που είναι και ΑΑΤ...

### Σχόλιο.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει και τις δύο παραπάνω ταλαντώσεις είναι η ίδια:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Παραπάνω, την γράψαμε με τη μορφή της εξίσωσης (3) για την περίπτωση της πρώτης ταλάντωσης. Έτσι οι εξισώσεις κίνησης θα έχουν την ίδια μορφή ( $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$ ) όπου το πλάτος και η αρχική φάση θα καθοριστούν από τις αρχικές συνθήκες.

Παρόλα αυτά οι δυο κινήσεις είναι διαφορετικές από ενεργειακή άποψη. Η πρώτη που ονομάστηκε αρμονική ταλάντωση, στη διάρκεια της οποίας ασκείται στη σανίδα τριβή ολίσθησης, δεν μπορούμε να ορίσουμε δυναμική ενέργεια, οι μεταβολές της οποίας να συνδέονται με το έργο της τριβής ολίσθησης.

Η δεύτερη είναι η γνωστή μας AAT με δυναμική ενέργεια, οι μεταβολές της οποίας συνδέονται με το έργο της δύναμης του ελατηρίου.

[\*dmargaris@gmail.com\*](mailto:dmargaris@gmail.com)