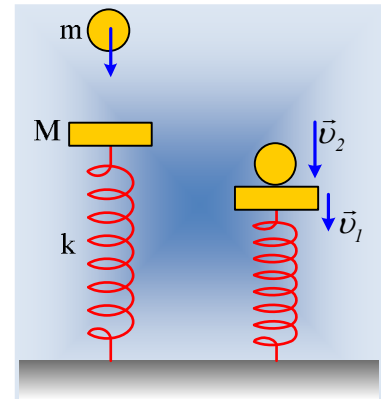


Το πλάτος ταλάντωσης μετά από κρούση

Μια πλάκα μάζας M εκτελεί ΑΑΤ, με περίοδο T_1 και πλάτος A_1 , δεμένη στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Μια σφαίρα μάζας m αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος και συγκρούεται (μη πλαστικά) με την πλάκα. Ελάχιστα πριν την κρούση τα δυο σώματα έχουν ταχύτητες με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα απομακρύνεται, ενώ η πλάκα αρχίζει μια νέα ταλάντωση.



i) Για την περίοδο T_2 της νέας ταλάντωσης της πλάκας, ισχύει:

$$\alpha) T_2 < T_1, \quad \beta) T_2 = T_1, \quad \gamma) T_2 > T_1.$$

ii) Για το νέο πλάτος ταλάντωσης A_2 θα ισχύει:

$$\alpha) A_2 < A_1, \quad \beta) A_2 = A_1, \quad \gamma) A_2 > A_1.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

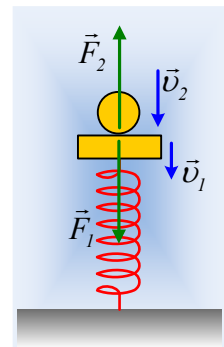
Απάντηση:

i) Η περίοδος ταλάντωσης ενός σώματος, στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , δίνεται από την εξίσωση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Εξαρτώμενη μόνο από τη μάζα (εδώ M η μάζα της πλάκας) και τη σταθερά του ελατηρίου, οπότε δεν αλλάζει λόγω κρούσης, μέσω της οποίας η πλάκα ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον της, αφού δεν εξαρτάται από το πλάτος ή την ενέργεια της ταλάντωσης. Σωστό το β).

ii) Στη διάρκεια της κρούσης πλάκας-σφαίρας αναπτύσσονται μεταξύ τους οι κρουστικές δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 με κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα. Αποτέλεσμα της εξάσκησης της δύναμης F_1 στην πλάκα, η ταχύτητά της θα αυξηθεί και αμέσως μετά την κρούση θα έχει ταχύτητα προς τα κάτω, μέτρου $u_1 > v_1$. Αλλά αν η κρούση έγινε σε μια θέση με απομάκρυνση y_1 , έχουμε για τις ενέργειες ταλάντωσης της πλάκας:



$$\text{Πριν την κρούση: } E_1 = \frac{1}{2}ky_1^2 + \frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}kA_1^2$$

$$\text{Μετά την κρούση: } E_2 = \frac{1}{2}ky_1^2 + \frac{1}{2}Mu_1^2 = \frac{1}{2}kA_2^2$$

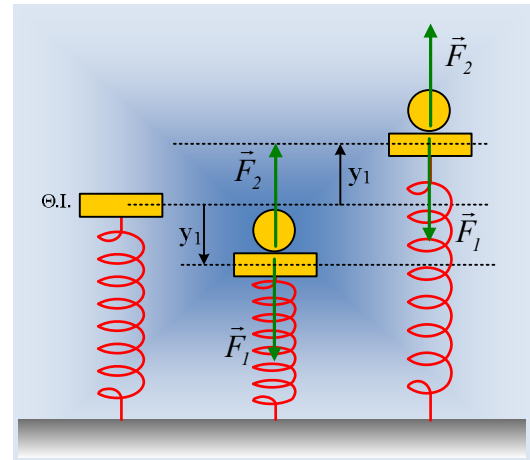
$$\text{Αλλά αφού } u_1 > v_1 \rightarrow \frac{1}{2}Mu_1^2 > \frac{1}{2}Mv_1^2 \text{ συνεπώς και } E_2 > E_1$$

Οπότε με βάση την εξίσωση ενέργειας πλάτους και $A_2 > A_1$, το πλάτος δηλαδή θα αυξηθεί λόγω κρούσης.

Σωστό το γ).

Σχόλια.

- 1) Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο της θέσης κρούσης. Αυτή μπορεί να είναι είτε πάνω, είτε κάτω από τη θέση ισορροπίας, όπως στο σχήμα. Η δυναμική ενέργεια, ανάλογη του y^2 θα είναι ίδια και η αύξηση της κινητικής ενέργειας δεν συνδέεται με την απομάκρυνση, αλλά με τις ταχύτητες των δύο σωμάτων.
- 2) Η ενέργεια ταλάντωσης αυξήθηκε, αφού η δύναμη F_1 έχει τη φορά της αρχικής ταχύτητας v_1 με αποτέλεσμα το έργο της δύναμης να είναι θετικό. Πράγμα που σημαίνει ότι η πλάκα κερδίζει ενέργεια, με αποτέλεσμα να αυξάνεται και η τελική ενέργεια ταλάντωσης.
- 3) Τα πράγματα δεν θα ήταν καθόλου τα ίδια, αν οι δυο ταχύτητες είχαν αντίθετη φορά πριν την κρούση. Τότε δεν θα ήταν δυνατόν να προβλεφτεί η τελική τιμή της ταχύτητας, αφού το έργο της F_1 θα ήταν αρχικά αρνητικό και δεν μπορούμε να ξέρουμε σε ποια τελική τιμή ταχύτητας θα καταλήγαμε.



dmargaris@gmail.com