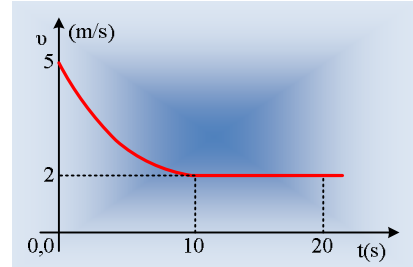


Μια μεταβαλλόμενη κίνηση

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και, παίρνοντας κάποια στιγμή ως $t_0=0$, σχεδιάσαμε την ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, λαμβάνοντας το διπλανό σχήμα.



i) Πόση είναι η μέση επιτάχυνση του αυτοκινήτου από 0-10s;

ii) Η μέση επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα 0-5s έχει τιμή:

α) $\alpha_{1\mu} = -0,2 \text{ m/s}^2$, β) $\alpha_{1\mu} = -0,3 \text{ m/s}^2$, γ) $\alpha_{1\mu} = -0,5 \text{ m/s}^2$.

iii) Η στιγμιαία επιτάχυνση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$ έχει τιμή:

α) $\alpha_1 = -0,4 \text{ m/s}^2$, β) $\alpha_1 = -0,5 \text{ m/s}^2$, γ) $\alpha_1 = -0,6 \text{ m/s}^2$.

iv) Η μετατόπιση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα 0-10s είναι ίση με:

α) $\Delta x_1 = 12 \text{ m}$, β) $\Delta x_1 = 20 \text{ m}$, γ) $\Delta x_1 = 28 \text{ m}$.

Απάντηση:

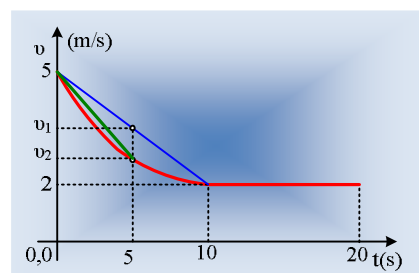
i) Η μέση επιτάχυνση δίνεται από την εξίσωση:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{ή αλγεβρικά} \quad \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 - 5}{10 - 0} \text{ m/s}^2 = -0,3 \text{ m/s}^2.$$

Όπου η αρνητική τιμή της δείχνει ότι έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα (υποθέτουμε θετική φορά την φορά της κίνησης, συνεπώς και της ταχύτητας).

ii) Παραπάνω υπολογίσαμε τη μέση επιτάχυνση. Τι σημαίνει μέση; Αν η ταχύτητα δεν μεταβαλλόταν σύμφωνα με το διάγραμμα, αλλά το αυτοκίνητο είχε μια σταθερή επιτάχυνση $\alpha = -0,3 \text{ m/s}^2$, τότε η γραφική της παράσταση θα ήταν όπως το μπλε ευθύγραμμο τμήμα στο σχήμα. Όμως τότε αυτή η σταθερή επιτάχυνση μεταξύ 0 και 10s θα ήταν ίση και με τη μέση επιτάχυνση στο ίδιο χρονικό διάστημα.



Ας έρθουμε τώρα στη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$. Αν το αυτοκίνητο είχε σταθερή επιτάχυνση, ίση με την προηγούμενη, θα είχε ταχύτητα v_1 και θα είχαμε για την μέση αυτή επιτάχυνση:

$$\alpha = \alpha_{\mu} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - 5}{5 - 0} \text{ m/s}^2 = -0,3 \text{ m/s}^2.$$

Λόγω μεταβαλλόμενης όμως επιτάχυνσης, η ταχύτητα τη στιγμή t_1 είναι ίση με v_2 , όπου $v_2 < v_1$, όπως στο σχήμα. Έτσι παίρνουμε:

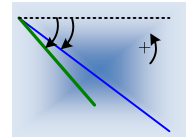
$$\alpha_{1\mu} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - 5}{5 - 0} < \frac{v_1 - 5}{5 - 0} = \alpha_{\mu}$$

Η νέα μέση επιτάχυνση είναι δηλαδή μικρότερη (αλλά και αρνητική), οπότε η δυνατή τιμή της είναι:

$$\alpha_{1\mu} = -0,5 \text{ m/s}^2.$$

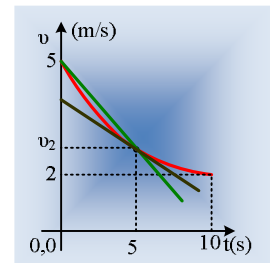
Σωστό το γ).

Ας το δούμε από μια άλλη οπτική γωνία. Η μέση επιτάχυνση από 0-10s είναι ίση με την κλίση του μπλε ευθύγραμμου τμήματος στο σχήμα. Όμοια στο διάστημα 0-5s η νέα μέση επιτάχυνση θα είναι ίση με την κλίση του πράσινου ευθύγραμμου τμήματος. Με βάση το σχήμα το πράσινο, έχει μεγαλύτερη κλίση (είναι πιο απότομο) από το μπλε. Αλλά τότε $|\alpha_{\mu}| < |\alpha_{1\mu}|$, όσον αφορά τα μέτρα τους, όμως οι κλίσεις είναι προς τα κάτω, θεωρούνται δηλαδή αρνητικές, οπότε για τις αλγεβρικές τιμές θα ισχύει $\alpha_{\mu} > \alpha_{1\mu}$!



(Το $0,3 < 0,5$, αλλά το $-0,3 > -0,5$)!

- iii) Η στιγμιαία επιτάχυνση τη στιγμή t_1 είναι ίση με την κλίση της καμπύλης τη στιγμή αυτή. Αλλά αυτή η κλίση είναι μικρότερη (κατ' απόλυτο τιμή) από κάθε άλλη κλίση μια άλλη χρονική στιγμή μεταξύ 0 και t_1 . Έτσι αν χαράξουμε την εφαπτόμενη στην καμπύλη τη στιγμή t_1 (ευθεία με μαύρο χρώμα), αυτή έχει μικρότερη κλίση από την αντίστοιχη πράσινη που εκφράζει τη μέση επιτάχυνση. Θα έχουμε δηλαδή $|\alpha_1| < |\alpha_{1\mu}|$ ή ισοδύναμα $\alpha_1 > \alpha_{1\mu}$ και σωστή είναι η τιμή:



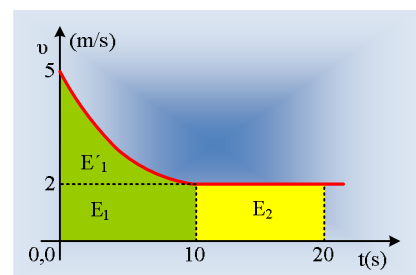
$$\alpha_1 = -0,4 \text{ m/s}^2$$

Σωστή η α) απάντηση.

- iv) Στο χρονικό διάστημα από 10s-20s το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα και μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t = 2 \cdot 10 \text{ m} = 20 \text{ m}$$

Ίσο αριθμητικά με το εμβαδόν E_2 του ορθογωνίου με κίτρινο χρώμα στο διπλανό σχήμα.



Αλλά η αντίστοιχη μετατόπιση από 0-10s θα είναι ίση αριθμητικά

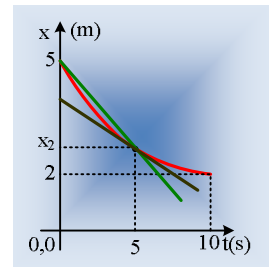
με το αντίστοιχο εμβαδόν ($E_1 + E'_1$) του χωρίου, που στο σχήμα έχει χρωματισθεί με πράσινο χρώμα. Αλλά τα εμβαδά $E_1 = E_2$, οπότε $E_1 + E'_1 > E_2$, οπότε και $\Delta x_1 > \Delta x_2$ ή $\Delta x_1 > 20 \text{ m}$ οπότε $\Delta x_1 = 28 \text{ m}$.

Σωστό το γ).

Αρκεί βέβαια να αναγνωρίσει κάποιος ότι από 0-10s το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερη από 2m/s, οπότε θα διανύσει και μεγαλύτερη απόσταση, σε σχέση με το χρονικό διάστημα 10s-20s...

Σχόλιο:

Την ίδια αντιμετώπιση θα είχαμε αν μελετούσαμε ένα διάγραμμα $x-t$, από το οποίο θα προσδιορίζαμε μέση και στιγμιαία ταχύτητα και θα αναζητούσαμε σχέση μεταξύ τους. Η κλίση θα μας έδινε στιγμιαία ταχύτητα, ενώ η κλίση του ευθύγραμμου τμήματος που θα συνέδεε δύο σημεία, για παράδειγμα από 0-5s όπως στο σχήμα, θα μας έδινε τη μέση ταχύτητα.



dmargaris@gmail.com