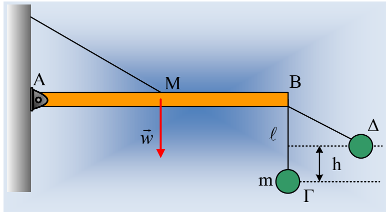
Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, ό,τι και να συμβεί…



Μια λεπτή οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τοίχο στο άκρο της Α και μέσω νήματος έχει επίσης προσδεθεί στον ίδιο τοίχο, το μέσον της Μ. Στο άκρο της Β κρέμεται μέσω αβαρούς νήματος μήκους l μια σφαίρα μάζας m.

i) Η κατακόρυφη συνιστώσα F_y, της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση στο άκρο της Α:

α) Έχει φορά προς τα πάνω.

β) Έχει φορά προς τα κάτω.

γ) Είναι μηδενική.

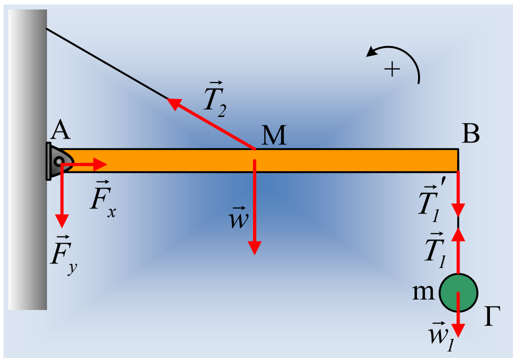
ii) Αν η ράβδος έχει βάρος w και g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε το μέτρο της παραπάνω συνιστώσας F_y είναι:

α) F_y= w+ mg, β) F_y= w, γ) F_y= mg.

iii) Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της Γ, φέρνοντάς την στη θέση Δ, η οποία απέχει κατακόρυφα απόσταση h= ½ l από την αρχική θέση Γ, και την αφήνουμε να κινηθεί. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της κατακόρυφης συνιστώσας F_y που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση είναι τώρα:

α) F_y= mg, β) F_y= 2mg, γ) F_y= 3mg.

Απάντηση:



Ξεκινώντας από την ισορροπία της σφαίρας, έχουμε T_1=w_1=mg, οπότε και η ράβδος δέχεται στο άκρο της Β κατακόρυφη δύναμη, ίση με την τάση του νήματος T_1'=mg, όπως στο διπλανό σχήμα.

i) Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε:

$$\Sigma\tau_M=0 \rightarrow -T_1'\cdot(MB)+\tau_{Fy}=0 \quad (1)$$

Αλλά για να ισχύει η παραπάνω σχέση, πρέπει η ροπή της F_y να είναι θετική ως προς το μέσον Μ της ράβδου, πράγμα που σημαίνει ότι πρέπει να τείνει να στρέψει αριστερόστροφα τη ράβδο, συνεπώς έχει φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Σωστό το β). Αξίζει να επισημανθεί ότι ως προς το σημείο Μ, δεν έχει ροπή, το βάρος w, ούτε η τάση του πλάγιου νήματος T_2, ούτε η συνιστώσα F_x από την άρθρωση.

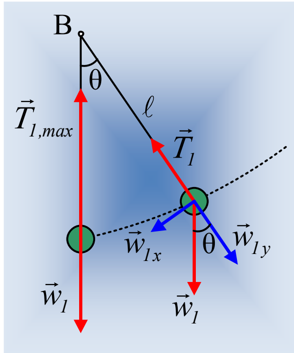
ii) Επιστρέφοντας στην (1) παίρνουμε:

$$-T_1'\cdot(MB)+\tau_{Fy}=0 \rightarrow -mg\cdot(MB)+F_y\cdot(AM)=0 \rightarrow$$

$$F_y=mg.$$

Σωστό το γ)

iii) Σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα, η τιμή της συνιστώσας F_y είναι ίση με την τάση του νήματος $T_1{'}$ η οποία ασκείται στο άκρο Β της ράβδου. Αλλά αν εστιάσουμε στην κυκλική κίνηση της σφαίρας με ακτίνα R=l, έχουμε με βάση το διπλανό σχήμα:



$$T_1 - w_{1y} = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow$$

$$T_1 = mg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta + m\frac{\upsilon^2}{R} \;(2)$$

Με βάση την τελευταία σχέση καθώς η σφαίρα κινείται προς τη θέση ισορροπίας της Γ, η γωνία θ μικραίνει, οπότε το συνθ μεγαλώνει, όπως επίσης μεγαλώνει και η ταχύτητά της. Αλλά τότε η μέγιστη τιμή της τάσης του νήματος την έχουμε τη στιγμή που το νήμα είναι κατακόρυφο.

Εφαρμόζοντας τώρα την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Β και Γ (θεωρούμε $U_Γ$=0) έχουμε:

$$K_Δ+U_Δ=K_Γ+U_Γ\rightarrow$$

$$mgh= ½\, m\upsilon^2 \rightarrow m\upsilon^2= 2mgh= mg\ell\,.$$

Οπότε επιστρέφοντας στην (2) παίρνουμε:

$$T_{1,max} = mg\cdot\sigma\upsilon\nu 0^o + m\frac{\upsilon^2}{R} = mg + \frac{mg\ell}{\ell} = 2mg$$

Οπότε από την (1) θα έχουμε τώρα:

$$-T_{1max}{'}\cdot(MB)+\tau_{Fy}=0 \rightarrow -2mg\cdot(MB)+F_y\cdot(AM)=0 \rightarrow$$

$$F_y=2mg.$$

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com