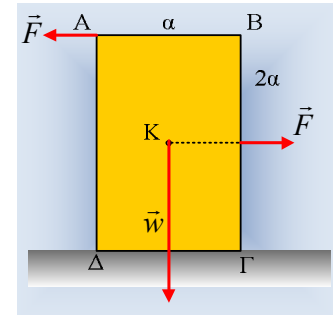


## Η ανατροπή και η κύλιση...

### Ερώτηση 1<sup>η</sup> :

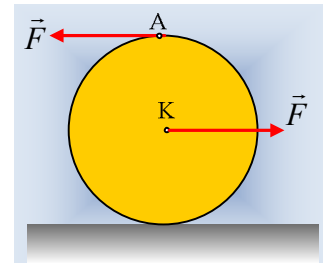
Σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα ομογενές ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές  $a$  και  $2a$ , βάρους  $w$ . Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου  $F = 1/4w$ , όπως στο σχήμα.



- i) Αναφερόμενοι στην τριβή που θα ασκηθεί στο στερεό:
- Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.
  - Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.
  - Δεν θα εμφανισθεί δύναμη τριβής.
- ii) Αναφερόμενοι στο ενδεχόμενο ανατροπής του ορθογωνίου:
- Πρόκειται να ανατραπεί γύρω από την κορυφή Γ.
  - Πρόκειται να ανατραπεί γύρω από την κορυφή Δ.
  - Δεν πρόκειται να ανατραπεί.

### Ερώτηση 2<sup>η</sup>:

Σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής κύλινδρος μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$ . Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου  $F$ , όπως στο σχήμα (η μια στο κέντρο μάζας  $O$  και η δεύτερη μέσω νήματος που έχουμε τυλίξει γύρω του, στο ανώτερο σημείο  $A$ ).



- i) Αναφερόμενοι στην τριβή που θα ασκηθεί στον κύλινδρο:
- Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.
  - Θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.
  - Δεν θα εμφανισθεί δύναμη τριβής.
- ii) Αν ο κύλινδρος κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει), τότε το μέτρο της ασκούμενης τριβής είναι:
- $T=0$ , β)  $T = 1/3 F$ , γ)  $T = 2/3 F$ , δ)  $T=F$ .

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I = \frac{1}{2} mR^2$ .

### Απαντήσεις:

#### Ερώτηση 1<sup>η</sup>:

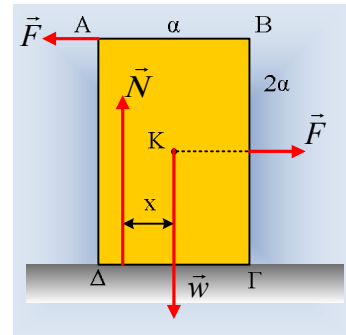
- i) Η συνισταμένη των οριζοντίων δυνάμεων  $\Sigma F_x = F - F = 0$ , οπότε το ορθογώνιο δεν τείνει να κινηθεί, με αποτέλεσμα να μην εμφανίζεται κάποια δύναμη τριβής. Σωστό το γ).

- ii) Ας υποθέσουμε ότι το ορθογώνιο δεν ανατρέπεται, οπότε στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο ορθογώνιο, όπου ο φορέας της κάθετης αντίδρασης N (της δύναμης στήριξης) απέχει κατά x από τον φορέα του βάρους, όπου  $x < \frac{1}{2} \alpha$ . Τότε το ορθογώνιο ισορροπεί και  $N=mg$ , ενώ ως προς το κέντρο μάζας K θα ισχύει:

$$\sum \tau_K = 0 \rightarrow -N \cdot x + F \cdot \alpha = 0 \rightarrow$$

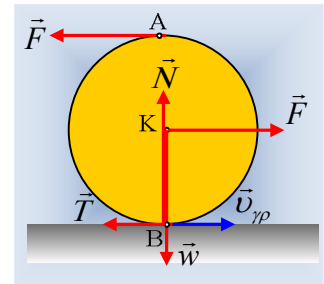
$$x = \frac{F\alpha}{N} = \frac{F\alpha}{mg} = \frac{mg/4}{mg} \alpha = \frac{1}{4} \alpha$$

Η N δηλαδή έχει εκτραπεί προς τα αριστερά αλλά σε απόσταση x μικρότερη της απόστασης  $(\Gamma\Delta)/2$ , χωρίς να φτάνει στην κορυφή Δ και να ανατρέπεται το ορθογώνιο. Σωστό το γ).



**Ερώτηση 2<sup>η</sup>:**

- i) Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων είναι ξανά μηδενική. Αλλά τώρα ο κύλινδρος δέχεται συνολική ροπή ως προς τον άξονά του  $\tau=FR$  εξαιτίας της οποίας θα αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα αν εστιάσουμε στο σημείο επαφής με το έδαφος B, αυτό να τείνει να αποκτήσει μια γραμμική ταχύτητα προς τα δεξιά. Αλλά τότε θα εμφανιστεί μια δύναμη τριβής από το επίπεδο με φορά προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα.



Σωστό το β).

- ii) Θεωρώντας την κίνηση του κυλίνδρου σύνθετη, παίρνουμε με εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου (δουλεύουμε με μέτρα μεγεθών ή αλλιώς θεωρούμε θετική την προς τα αριστερά κατεύθυνση και θετικές τις αριστερόστροφες ροπές):

Μεταφορική κίνηση:  $\sum F_x = m \cdot \alpha_{cm} \rightarrow T = m \cdot \alpha_{cm}$  (1)

Στροφική κίνηση:  $\sum \tau = I_{cm} \cdot \alpha_{γων} \rightarrow F \cdot R - T \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{γων} \rightarrow F - T = \frac{1}{2} mR \cdot \alpha$  (2)

Εξάλλου επειδή ο κύλινδρος κυλιέται  $\alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$  και με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$F = \frac{3}{2} m\alpha_{cm} \rightarrow m\alpha_{cm} = \frac{2}{3} F \quad \text{ή}$$

$$T = \frac{2}{3} F$$

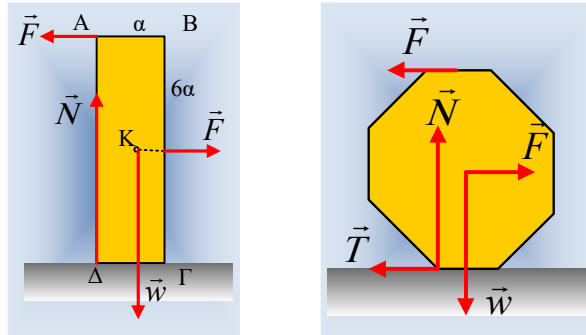
Σωστό το γ).

**Σχόλιο:**

Αν συγκρίνουμε τις δύο παραπάνω περιπτώσεις, μπορούμε να καταλήξουμε σε κάτι που να αναδεικνύει ομοιότητες και διαφορές; Και στα δύο στερεά ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων. Στο ορθογώνιο όμως υπάρχει η

δυνατότητα να μετατοπισθεί ο φορέας της  $N$ , με αποτέλεσμα επιτυγχάνεται ισορροπία, χωρίς να εμφανιστεί η τριβή. Πράγμα που δεν μπορεί να συμβεί στην περίπτωση του κυλίνδρου και να παραμείνει ακίνητος.

Αν όμως στο ορθογώνιο αυξηθεί το μέτρο των δυνάμεων, τότε μπορεί η  $N$  να φτάσει στην κορυφή  $\Delta$  και να ανατραπεί...



Το ίδιο θα συμβεί αν το ορθογώνιο είχε μικρότερη βάση ή αν το στερεό είχε το σχήμα που φαίνεται στο δεύτερο από τα παραπάνω σχήματα. Τι θα επακολουθούσε; Μια σειρά ανατροπών...

Μια τέτοια σειρά «ανατροπών» μήπως δεν έχουμε στην περίπτωση της κύλισης του κυλίνδρου;

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)