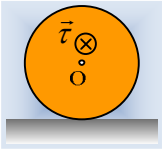
Ο τροχός και η ροπή ζεύγους



Ένας τροχός ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή, μέσω ενός ζεύγους δυνάμεων, δέχεται σταθερή οριζόντια ροπή όπως στο σχήμα.

i) Αν το επίπεδο είναι λείο να περιγράψετε την κίνηση που θα πραγματοποιήσει ο τροχός.

ii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο, τότε ο τροχός:

α) θα εκτελέσει στροφική κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον του Ο.

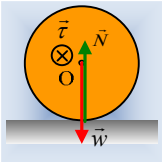
β) Θα κινηθεί προς τα δεξιά, εκτελώντας σύνθετη κίνηση.

iii) Αν ο τροχός, με την επίδραση της παραπάνω ροπής κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), τότε η κινητική του ενέργεια, μόλις ολοκληρώσει 3 περιστροφές θα είναι ίση:

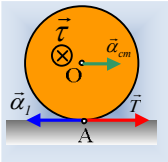
α) K< 6πτ, β) K=6πτ, γ) K >6πτ.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:



i) Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων του ζεύγους είναι μηδενική, χωρίς να συνεισφέρουν κάτι στη δυνατότητα επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του στερεού. Αν το επίπεδο είναι λείο, τότε οι μόνες επιπλέον δυνάμεις που ασκούνται στον τροχό είναι το βάρος και η δύναμη στήριξης N (η κάθετη αντίδραση του επιπέδου), Αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδενική, συνεπώς το κέντρο Ο του τροχού θα παραμείνει ακίνητο. Έτσι απομένει η ασκούμενη ροπή του ζεύγους η οποία θα του προσδώσει μια σταθερή γωνιακή επιτάχυνση ($\tau=I_{cm}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$), θέτοντάς τον σε περιστροφή γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας Ο, με φορά αυτήν των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφα).



ii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο, τότε το σημείο επαφής του τροχού με το επίπεδο, σημείο Α, εξαιτίας της ασκούμενης ροπής, τείνει να επιταχυνθεί προς τα αριστερά με επιτάχυνση, όπως στο σχήμα και μέτρο $\alpha_l=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$. Αλλά αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να εμφανιστεί τριβή με φορά προς τα δεξιά. Συνεπώς το κέντρο μάζας αποκτά οριζόντια επιτάχυνση ($T=m\cdot\alpha_{cm}$), ενώ ταυτόχρονα ο τροχός αποκτά και γωνιακή επιτάχυνση ($\tau-T\cdot R=I_{cm}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$), με αποτέλεσμα να εκτελεί σύνθετη κίνηση προς τα δεξιά. Σωστό το β).

Σημείωση: Η τριβή εμφανίζεται εξαιτίας της ασκούμενης ροπής τ, τείνοντας να εξουδετερώσει την δράση της. Αυτό βέβαια δεν πρόκειται «να το επιτύχει» και η ροπή της τριβής, έχει πάντα μικρότερο μέτρο από την ασκούμενη ροπή του ζεύγους…

iii) Από τη στιγμή που ο τροχός κυλίεται (αυτό δεν είναι απαραίτητο, θα μπορούσαμε να έχουμε ταυτόχρονα και ολίσθηση…), το σημείο Α έχει μηδενική ταχύτητα με αποτέλεσμα το έργο της τριβής να είναι μηδενικό. Συνεπώς ενέργεια στον τροχό μεταφέρει μόνο η ροπή του ζεύγους, το έργο της οποίας για τρεις περιστροφές είναι ίσο:

$$W_\tau=\tau\cdot\varphi=\tau\cdot 3\cdot 2\pi=6\pi\tau.$$

Αλλά το έργο αυτό, μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται στον τροχό και η οποία εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια του τροχού. Συνεπώς Κ=6πτ. Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com