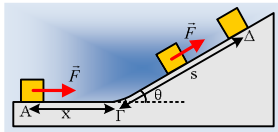
Ένα σώμα παίρνει την ανηφόρα



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στη θέση Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου, απέχοντας κατά x=0,5m από τη βάση (σημείο Γ) ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα μια οριζόντια σταθερή δύναμη F, με αποτέλεσμα το σώμα να φτάνει στη θέση Γ με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=2m/s. Στη συνέχεια το σώμα συνεχίζει την κίνησή του κατά μήκος του κεκλιμένου, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του αφού διανύσει απόσταση s=2m (θέση Δ), ενώ η δύναμη F, άλλαξε διεύθυνση, παίρνοντας τη διεύθυνση του επιπέδου, διατηρώντας σταθερό το μέτρο της. Να υπολογιστούν:

i) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης στη διαδρομή ΑΓ, καθώς και το μέτρο της δύναμης F.

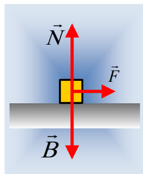
ii) Η γωνία κλίσεως θ του επιπέδου.

iii) Η μέγιστη αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος στη διαδρομή ΑΔ και να συγκριθεί με το έργο της δύναμης F.

iv) Μόλις μηδενιστεί η ταχύτητα στη θέση Δ, η δύναμη F παύει να ασκείται στο σώμα. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά στη συνέχεια το σώμα.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



i) Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα είναι ίση με το έργο της δύναμης F, οπότε εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α στο Γ:

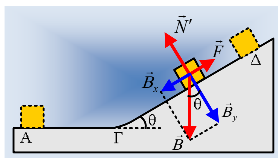
$$K_Γ\text{-}K_A=W_F+W_B+W_N \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mυ_1^2-0=W_F+0+0\rightarrow$$

$$W_F=\frac{1}{2}mυ_1^2=\frac{1}{2}2\cdot 2^2J=4J$$

Όμως:

$$W_F=F\cdot x \rightarrow F=\frac{W_F}{x}=\frac{4}{0,5}N=8N$$



ii) Εφαρμόζουμε ξανά το Θ.Μ.Κ.Ε, από τη θέση Γ μέχρι τη θέση Δ που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος:

$$K_Δ\text{-}K_Γ=W_F+W_{Bx}+W_{By}+W_{N'}$$

Όπως $W_{By}=W_{N'}=0$, δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση, ενώ $B_x=B\cdot ημθ=mg\cdot ημθ$, έτσι παίρνουμε:

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = F\cdot s\cdot \sigma\upsilon\nu 0° + mg\eta\mu\eta\cdot s\cdot\sigma\upsilon\nu 180° \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = F\cdot s - mg\cdot s\cdot\eta\mu\theta \rightarrow$$

Και με αντικατάσταση στο S.I.:

$$-½\ 2\cdot 2^2=8\cdot 2-2\cdot 10\cdot 2\cdot\eta\mu\theta \rightarrow$$

$$\eta\mu\theta= ½ \quad ή\ \theta=30°.$$

iii) Το σώμα στη θέση Α έχει κάποια δυναμική ενέργεια U_A (συνήθως ορίζουμε την ενέργεια αυτή ως μηδενική, αλλά δεν είναι απαραίτητο να το κάνουμε). Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια την αποκτά στη θέση Δ, οπότε η αύξηση θα είναι:

$$\Delta U=U_\Delta-U_A=mgh=mg\cdot s\cdot\eta\mu\theta=2\cdot 10\cdot 2\cdot ½\ J=20J$$

Η αύξηση αυτή προέκυψε επειδή μεταφέρθηκε ενέργεια στο σώμα μέσω της δύναμης F. Πράγματι το συνολικό έργο της δύναμης είναι:

$$W_F=F\cdot x+F\cdot s=F(x+s)=8N\cdot(0,5+2)m=20J.$$

iv) Μόλις πάψει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F, αυτό με την επίδραση του βάρους θα κινηθεί προς τα κάτω και θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο με κάποια ταχύτητα υ_2. Με εφαρμογή ξανά του Θ,Μ.Κ.Ε. από το Δ στο Γ παίρνουμε:

$$K_\Gamma-K_\Delta=W_{Bx}+W_{By}+W_{N'} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = mg\cdot\eta\mu\theta\cdot s \rightarrow \upsilon_2=\sqrt{2gs\eta\mu\theta}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 2\cdot {}^{1}\!/_{2}}\,m/s=2\sqrt{5}m/s.$$

Σχόλιο:

Θα μπορούσαμε να αφήσουμε στην άκρη το ΘΜΚΕ και να ασχοληθούμε μόνο με ενέργειες, δίνοντας μια

Εναλλακτική λύση:

i) Η ενέργεια που δόθηκε είναι ίση με την κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα, δηλαδή:

$$W_F= ½\ m\upsilon_1^2=4J,\ \text{οπότε}\ W=F\cdot x \rightarrow F=8N.$$

ii) Η συνολική ενέργεια που δόθηκε εμφανίζεται ως δυναμική στη θέση Δ, δηλαδή:

$$mgh=F\cdot x+F\cdot s \rightarrow h=1m$$

$$\text{οπότε}\ \eta\mu\theta=h/s= ½\ .$$

iii) Η αύξηση της δυναμικής είναι $\Delta U=mgh=20J$

iv) Η παραπάνω ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική κατά την κάθοδο, οπότε εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ από το Δ στο οριζόντιο επίπεδο έχουμε:

$$U_\Delta+0=U_\Gamma+ ½\ m\upsilon_2^2 \rightarrow U_\Delta-U_\Gamma= ½\ m\upsilon_2^2 \rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2\frac{\Delta U}{m}} = \sqrt{2 \cdot \frac{20}{2}} m/s = 2\sqrt{5} m/s.$$

Τα συμπεράσματα και η επιλογή του τρόπου λύσης, δική σας…

dmargaris@gmail.com