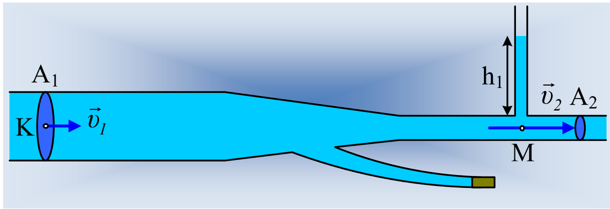
# Οι πιέσεις σε ένα δίκτυο ύδρευσης




Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης, σταθερής παροχής Π=40L/s. Ο φαρδύς κυλινδρικός σωλήνας έχει διατομή $A_1$=400cm$^2$, ενώ ο λεπτός $A_2$=100cm$^2$. Η πίεση στο σημείο Κ παραμένει σταθερή και ίση με $p_1=1{,}2\cdot10^5$Pa, ανεξάρτητα αν η μικρή διακλάδωση του δικτύου κλείνεται με τάπα ή ο μικρός σωλήνας είναι ανοικτός και το νερό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα. Με κλειστή την τάπα, να βρεθούν:

i) Οι ταχύτητες ροής του νερού $\upsilon_1$ στο φαρδύ σωλήνα και $\upsilon_2$ στον λεπτό σωλήνα, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

ii) Η πίεση στο σημείο Μ, στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ανοικτού σωλήνα, ο οποίος έχει συνδεθεί στο λεπτό σωλήνα, όπως στο σχήμα.

iii) Το ύψος του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα.

iv) Ανοίγουμε την τάπα του λεπτού σωλήνα με αποτέλεσμα να εξέρχεται νερό όγκου 2L/s, χωρίς αυτό να μεταβάλλει την συνολική παροχή στο φαρδύ σωλήνα. Σε ποιο ύψος ανέρχεται τώρα το νερό στον κατακόρυφο σωλήνα;

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ=1.000kg/m$^3$, οι ροές μόνιμες, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατ}=10^5$Pa, ενώ g=10m/s$^2$.

***Απάντηση:***

i) Η παροχή των σωλήνων συνδέεται με τις ταχύτητες ροής με τη σχέση:

$$\Pi = A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2$$

Οπότε:

$$\upsilon_1 = \frac{\Pi}{A_1} = \frac{40\cdot10^{-3}}{400\cdot10^{-4}}m/s = 1m/s \text{ και } \upsilon_2 = \frac{\Pi}{A_1} = \frac{40\cdot10^{-3}}{100\cdot10^{-4}}m/s = 4m/s$$

ii) Εφαρμόζοντας το νόμο Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Μ παίρνουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_M + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \rightarrow$$

$$p_M = p_K + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right) = 120.000Pa + \frac{1}{2}1.000\left(1^2 - 4^2\right)Pa = 112.500Pa$$

iii) Θεωρώντας αμελητέα την απόσταση του σημείου Μ από το πάνω τοίχωμα του σωλήνα, η πίεση που παραπάνω υπολογίσαμε, είναι και η πίεση στο κάτω μέρος του κατακόρυφου σωλήνα, ο οποίος περιέχει νερό σε ισορροπία, οπότε:

$$p_M = p_{ατ} + \rho g h_1 \rightarrow h_1 = \frac{p_M - p_{at}}{\rho g} = \frac{1{,}125 \cdot 10^5 - 10^5}{1.000 \cdot 10} m = 1{,}25m$$

iv) Αφού δεν αλλάζει η συνολική παροχή, στο λεπτό σωλήνα η νέα παροχή θα είναι:

$$Π_2 = Π - Π_{εξ} = 40L/s - 2L/s = 38L/s$$

Αλλά τότε η νέα ταχύτητα ροής, στο σημείο Μ, θα έχει μέτρο:

$$\upsilon_3 = \frac{Π_2}{A_2} = \frac{38 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-4}} m/s = 3{,}8m/s$$

Εφαρμόζουμε ξανά το νόμο Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Μ και έχουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p'_M + \frac{1}{2}\rho\upsilon_3^2 \rightarrow$$

$$p'_M = p_K + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_1^2 - \upsilon_3^2\right) = 120.000Pa + \frac{1}{2}1.000\left(1^2 - 3{,}8^2\right)Pa = 113.280Pa$$

Αλλά τώρα για την πίεση αυτή θα έχουμε:

$$p_M = p_{ατ} + \rho g h_1 \rightarrow p'_M = p_{at} + \rho g h_2 \rightarrow$$

$$h_2 = \frac{p'_M - p_{at}}{\rho g} = \frac{1{,}1328 \cdot 10^5 - 10^5}{1.000 \cdot 10} m = 1{,}328m$$

Παρατηρούμε δηλαδή άνοδο της στάθμης του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα, όταν ανοίξουμε το λεπτό σωλήνα και έτσι μειωθεί η παροχή στον οριζόντιο σωλήνα, στον οποίο έχει συνδεθεί.

***dmargaris@gmail.com***