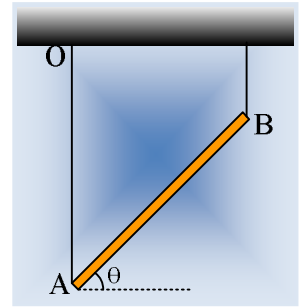


Μια ράβδος ισορροπεί-επιταχύνεται

Μια ομογενής ράβδος AB μάζας 10kg και μήκους l, ισορροπεί κρεμασμένη από δύο μη εκτατά νήματα, σχηματίζοντας γωνία $\theta = 45^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση.

- i) Υποστηρίζεται η άποψη, ότι «το βάρος πέφτει περισσότερο στο μακρύτερο νήμα». Συμφωνείτε ή όχι με την άποψη αυτή;
- ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο B.
 - a) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος που συνδέεται στο άκρο A της ράβδου, αμέσως μετά το κόψιμο του δεξιού νήματος.
 - β) Το νήμα OA θα παραμείνει κατακόρυφο ή θα εκτραπεί δεξιά ή αριστερά;



Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = (1/12)ml^2$ και $g = 10m/s^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο. Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow T_1 + T_2 = w \quad (1)$$

$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow T_2 \cdot \ell \sin 45^\circ - mg \cdot \frac{\ell}{2} \sin 45^\circ = 0 \rightarrow$$

$$T_2 = \frac{mg}{2} = 50N, \text{ οπότε από την (1) και } T_1 = 50N.$$

Η άποψη δηλαδή είναι λανθασμένη, αφού «το βάρος ισοκατανέμεται στα δυο νήματα».

- ii) Μόλις κόβουμε το δεξιό νήμα, η ράβδος θα κινηθεί. Μπορούμε να μελετήσουμε την κίνησή της, θεωρώντας την σύνθετη. Μια μεταφορική και μια περιστροφή γύρω από το κέντρο μάζας M.

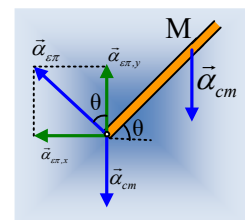
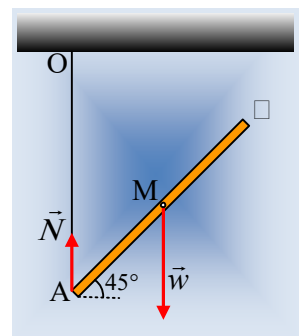
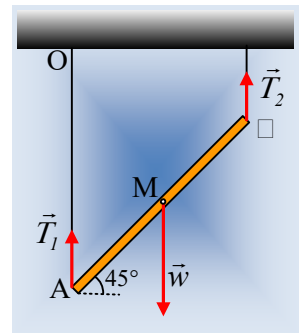
- a) Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\text{Μεταφορική κίνηση: } \Sigma F = ma_{cm} \rightarrow mg - N = ma_{cm} \quad (2)$$

$$\text{Στροφική κίνηση: } \Sigma \tau_M = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow N \cdot \frac{\ell}{2} \sin \theta = \frac{1}{12} m \ell^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

Ας πάρουμε τώρα το άκρο A. Αυτό έχει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας a_{cm} και μια επιτάχυνση κάθετη στη ράβδο $a_{\epsilon\pi}$, εξαιτίας της στροφικής κίνησης μέτρου $\alpha_{\epsilon\pi} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \frac{\ell}{2}$. Αναλύοντάς την σε μια οριζόντια και μια κατακόρυφη συνιστώσα παίρνουμε:

$$a_{\epsilon\pi,y} = a_{\epsilon\pi} \cdot \sin \theta \quad \text{και} \quad a_{\epsilon\pi,x} = a_{\epsilon\pi} \cdot \eta\mu\theta.$$



Αλλά το άκρο Α δεν θα αποκτήσει επιτάχυνση στην κατακόρυφη διεύθυνση αφού το νήμα έχει σταθερό μήκος, οπότε:

$$a_{cm} = a_{επ,y} = a_{γων} \cdot \frac{\ell}{2} \sigma\upsilon\nu\theta \quad (4)$$

Με αντικατάσταση της (4) στην (3) παίρνουμε:

$$N = \frac{1}{6} \frac{m\ell}{\sigma\upsilon\nu\theta} \frac{2a_{cm}}{\ell \sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2m}{3\sigma\upsilon\nu^2\theta} \cdot a_{cm} = \frac{2}{3} m a_{cm} \quad (5)$$

Με πρόσθεση των (2) και (5) έχουμε: $mg = \frac{5}{3} \cdot m a_{cm} \rightarrow a_{cm} = \frac{3}{5} g \rightarrow$

$$N = \frac{2}{3} m \cdot a_{cm} = \frac{2}{3} m \cdot \frac{3}{5} g = \frac{2mg}{5} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10}{5} N = 40 N$$

β) Με βάση τα προηγούμενα, το άκρο Α, συνεπώς και το άκρο του νήματος, τελικά έχει επιτάχυνση:

$$a_A = a_{επ,x} = a_{γων} \frac{\ell}{2} \eta\mu\theta = a_{cm} = \frac{3}{5} g = 6 m/s^2.$$

Οπότε το άκρο του νήματος θα επιταχυνθεί οριζόντια και το νήμα θα εκτραπεί προς τα αριστερά.

(Μόλις το νήμα εκτραπεί προς τα αριστερά, θα ασκηθεί οριζόντια συνιστώσα της τάσης η οποία θα προσδώσει οριζόντια επιτάχυνση προς τα δεξιά, συνεπώς θα υπάρξει μια «ταλάντωση» δεξιά αριστερά, σε μια πολύπλοκη κίνηση...)

dmargaris@gmail.com