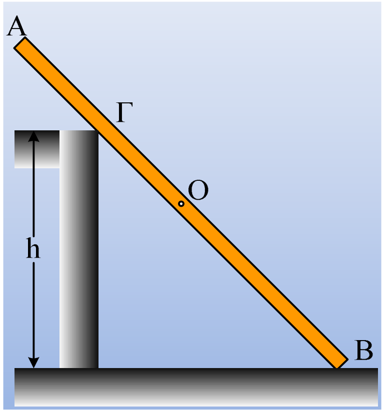
Μια δοκός ακουμπά σε κοντύτερο τοίχο.



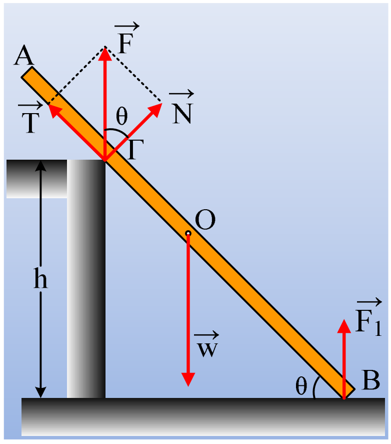
Μια ομογενής δοκός μήκους (ΑΒ)= 4m και βάρους 300Ν, στηρίζεται όπως στο σχήμα σε τοίχο ύψους h=1,8m, σε σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m και σε λείο οριζόντιο έδαφος.

i) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στην δοκό στο σημείο στήριξης Γ.

ii) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ του κατακόρυφου τοίχου και της δοκού, για να υπάρξει η παραπάνω ισορροπία.

iii) Αν πάνω στη ράβδο τοποθετήσουμε ένα σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων και βάρους w_1, το οποίο εμφανίζει με τη δοκό συντελεστή οριακής τριβής $μ_{s1}$=0,8, να εξετάσετε αν το σύστημα θα συνεχίσει να ισορροπεί, δεχόμενοι ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σανίδας και τοίχου, έχει τιμή, ίση με αυτή που υπολογίστηκε στο προηγούμενο ερώτημα.

Απάντηση:



i) Αφού η δοκός ισορροπεί $\sum \vec{F} = 0$, οπότε αφού το βάρος και η δύναμη στήριξης F_1 στο άκρο Β είναι κατακόρυφες, κατακόρυφη θα είναι και η δύναμη F που ασκείται στη δοκό στο σημείο στήριξης Γ. Παίρνοντας τώρα τις ροπές ως προς το άκρο Β, έχουμε:

$$\Sigma\tau=0 \rightarrow w\cdot \tfrac{1}{2}\ell\cdot συνθ - F\cdot(ΒΓ)\cdot συνθ=0 \rightarrow$$

$$F = \frac{w\cdot\ell}{2(B\Gamma)} = \frac{300\cdot 4}{2\cdot 3}N = 200N$$

ii) Αναλύουμε την παραπάνω δύναμη F, σε δύο συνιστώσες, μια Ν κάθετη στη δοκό και μια παράλληλη Τ. Η Ν είναι η κάθετη αντίδραση και Τ η τριβή που ασκείται στη δοκό. Αλλά η γωνία μεταξύ και Ν είναι ίση με την γωνία θ που σχηματίζει η δοκός με το οριζόντιο επίπεδο, αφού έχουν τις πλευρές κάθετες. Αλλά $ημ\vartheta = \frac{1,8}{3} = 0,6 \rightarrow συν\theta = 0,8$. Οπότε:

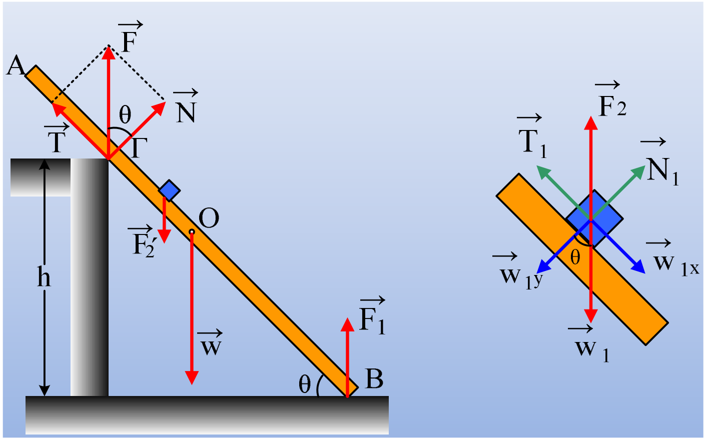
$$T = F\cdot ημ\vartheta = 200\cdot 0,6N = 120N \text{ και}$$

$$N = F\cdot συν\vartheta = 200\cdot 0,8N = 160N$$

Η παραπάνω τριβή είναι στατική, συνεπώς $T \le T_{op} \rightarrow T \le \mu_s\cdot N \rightarrow$

$$\mu_s \ge \frac{T}{N} \rightarrow \mu_s \ge \frac{120}{160} \rightarrow \mu_s \ge 0,75$$

Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής είναι $\mu_{s\min} = 0,75$



iii) Το πρώτο που πρέπει να εξετάσουμε είναι αν το σώμα Σ γλιστρήσει πάνω στη σανίδα, στην περίπτωση που αυτή είναι ακίνητη. Στο δεξιό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ. Με την υπόθεση ότι το σώμα Σ δεν θα γλιστρήσει τότε ΣF=0 ή $F_2=w_1$. Αν μιλήσουμε σε άξονες το σώμα ισορροπεί στον άξονα y, $N_1=w_{1y}=w_1\cdot$συνθ. $T_1=w_{1x}=w\cdot$ημθ$=0,6w_1$. Αλλά η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή έχει μέτρο $T_{1ορ}=\mu_{s1}\cdot N_1=0,8\cdot\ w_1\cdot$συνθ $=0,64w_1$. Συμπέρασμα; Αν η δοκός παραμείνει ακίνητη, τότε το σώμα Σ δεν θα γλιστρήσει πάνω της και η τριβή που θα δεχτεί θα είναι στατική.

Ερχόμαστε τώρα να εξετάσουμε αν η δοκός μπορεί να ισορροπήσει μετά την τοποθέτηση του σώματος Σ. Στο αριστερό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό, όπου $F_2΄=w_1$.

Ας υποθέσουμε ότι η δοκός ισορροπεί, τότε ΣF=0 και Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο.

Αλλά οι δυνάμεις F_1, $F_2΄$ και w είναι κατακόρυφες, οπότε και η δύναμη F που ασκεί ο τοίχος στη δοκό είναι ξανά κατακόρυφη.

$$\text{Αλλά τότε } \frac{T}{N}=\frac{F\cdot ημ\vartheta}{F\cdot συν\vartheta}=\frac{0,6}{0,8}=0,75=\mu_s$$

Συνεπώς η τριβή συνεχίζει να είναι στατική (άλλης τιμής από προηγουμένως) και η δοκός ισορροπεί ξανά.

Σχόλιο:

Ας προσέξουμε ότι δεν συζητήσαμε καθόλου για το σημείο στο οποίο τοποθετήσαμε το σώμα Σ. Αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε ισορροπία για οποιαδήποτε θέση.

dmargaris@sch.gr