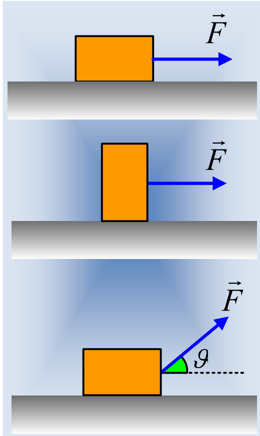
Όρθιο σώμα ή πλάγια δύναμη;



Ένα σώμα μάζας σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,5. Στο σώμα ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να μετακινείται κατά x_1 σε χρονικό διάστημα t_1. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, θέλοντας να πετύχουμε μεγαλύτερη μετατόπιση του σώματος, στο ίδιο χρονικό διάστημα t_1. Για να το πετύχουμε προτείνονται δύο λύσεις:

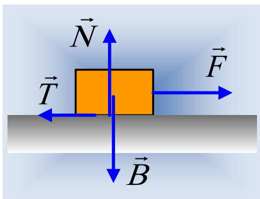
α) Να τοποθετήσουμε το σώμα σε επαφή με το επίπεδο με την μικρότερου εμβαδού έδρα του, όπως στο 2^o σχήμα, οπότε έτσι θα μειώσουμε τις τριβές (το σώμα δεν πρόκειται να ανατραπεί).

β) Να ασκήσουμε πλάγια, ίδιου μέτρου δύναμη F, η διεύθυνση της οποίας να σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ=45°, όπως στο 3^o σχήμα.

Υπάρχει περίπτωση να πετύχουμε τη μεγαλύτερη μετατόπιση που επιθυμούμε;

Δίνεται ότι ημ45°=συν45°≈0,7.

Απάντηση:



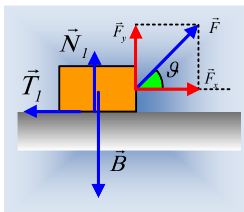
Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, μόλις ασκήσουμε την οριζόντια δύναμη, φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση: $\Sigma F_y=0$ ή $N=B=mg$.

Αλλά τότε η ασκούμενη τριβή ολίσθησης έχει μέτρο T=μN=μmg και με εφαρμογή του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα, υπολογίζουμε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει:

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow F - T = ma \rightarrow$$

$$a = \frac{F-T}{m} = \frac{F-\mu mg}{m} = \frac{F}{m} - \mu g$$

α) Αν τοποθετήσουμε «όρθιο» το σώμα, δεν θα αλλάξει κάτι, αφού η ασκούμενη τριβή δεν εξαρτάται από το εμβαδόν των τριβομένων επιφανειών, οπότε το σώμα σε χρονικό διάστημα t_1 θα μετατοπισθεί ξανά κατά x_1.



β) Αναλύουμε τη δύναμη F σε δυο συνιστώσες F_x και F_y μια οριζόντια και μια κατακόρυφη. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = F\cdot\eta\mu\theta \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{F_x}{F} \rightarrow F_x = F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta$$

Από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση παίρνουμε $ΣF_y=0$ ή

$$N_1+F_y= B \rightarrow N_1=mg-F\cdot ημθ.$$

Αλλά τότε η ασκούμενη τριβή έχει μέτρο:

$$T_1=\mu\cdot N_1= \mu(mg-F\cdot ημθ).$$

Τέλος με εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα έχουμε:

$$ΣF_x = ma \rightarrow F_x - T_1 = ma_1 \rightarrow$$

$$a_1 = \frac{F\cdot συνθ - T}{m} = \frac{F\cdot συνθ - \mu mg + \mu F\cdot ημθ}{m} \rightarrow$$

$$\boxed{a_1 = \frac{F(συνθ + \mu\cdot ημθ)}{m} - \mu g}$$

Αλλά (συνθ+μ·ημθ)=0,7+0,5·0,7=1,05>1, οπότε με σύγκριση των δύο επιταχύνσεων έχουμε:

$$a_1 = \frac{F(συνθ + \mu\cdot ημθ)}{m} - \mu g = \frac{1{,}05F}{m} - \mu g > \frac{F}{m} - \mu g = \alpha$$

Το σώμα δηλαδή, θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση, με πλάγια τη δύναμη και θα μετατοπισθεί περισσότερο στο ίδιο χρονικό διάστημα t_1.

Σχόλιο:

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν παραπάνω δεν πρέπει να οδηγήσουν σε λανθασμένες γενικεύσεις.

Αν για παράδειγμα είχαμε άλλο συντελεστή τριβής ολίσθησης, έστω $\mu_1=0{,}2$, τότε η παραπάνω σύγκριση των επιταχύνσεων θα έδινε $a'_1 = \frac{0{,}84F}{m} - \mu g < \frac{F}{m} - \mu g = \alpha$ και το σώμα θα μετατοπιζόταν λιγότερο.

Το ίδιο θα είχαμε και για διαφορετική κλίση της δύναμης. Αν π.χ. είχαμε γωνία κλίσεως θ=60° θα είχαμε (με συντελεστή μ=0,5):

$$a'_1 = \frac{0{,}93F}{m} - \mu g < \frac{F}{m} - \mu g = \alpha$$

Δηλαδή και πάλι μικρότερη μετατόπιση…

dmargaris@gmail.com