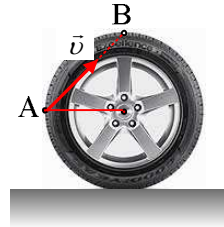


## Ένα αυτοκίνητο κινείται.

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα προς τα δεξιά σε οριζόντιο δρόμο και στο σχήμα βλέπουμε τον ένα τροχό του.



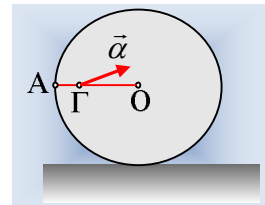
i) Αν η ταχύτητα του σημείου A, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του, κατευθύνεται στο ψηλότερο σημείο B του τροχού, τότε:

- α) Ο τροχός κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει)
- β) Ο τροχός ολισθαίνει.

ii) Το σημείο Γ μιας οριζόντιας ακτίνας του παραπάνω τροχού έχει επιτάχυνση, όπως στο διπλανό σχήμα.

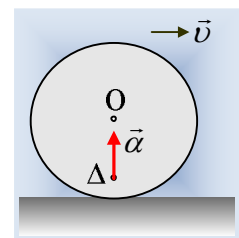
Τότε το αυτοκίνητο:

- α) Κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.
- β) Επιταχύνεται.
- γ) φρενάρει.



iii) Στη διάρκεια μιας άλλης κίνησης του αυτοκινήτου, υπάρχει κάποιο χρονικό διάστημα που το αυτοκίνητο επιταχύνεται αυξάνοντας την ταχύτητά του. Στη διάρκεια αυτή, το σημείο Δ μιας κατακόρυφης ακτίνας του τροχού, έχει επιτάχυνση η οποία κατευθύνεται στο κέντρο O του τροχού, όπως στο σχήμα. Ο τροχός του αυτοκινήτου:

- α) Κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει)
- β) Ολισθαίνει.
- γ) σπινάρει.

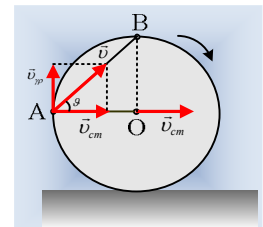


Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Για καλύτερη ευκρίνεια στα δύο τελευταία σχήματα, ο τροχός σχεδιάστηκε ως ένας δίσκος...

### Απάντηση:

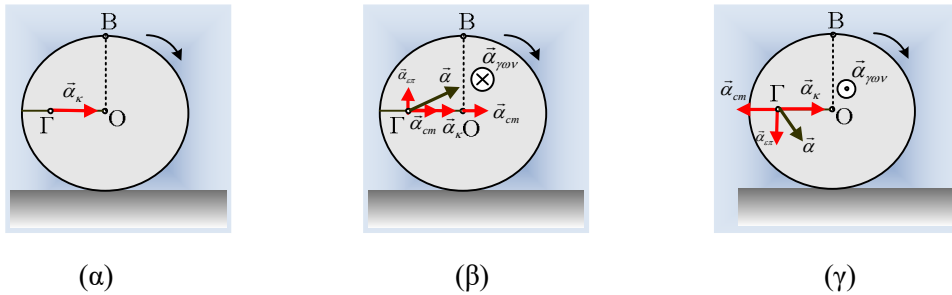
i) Θεωρούμε την κίνηση του τροχού ως σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα κέντρου μάζας  $v_{cm}$  και μια στροφική με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Τότε το σημείο A έχει μια ταχύτητα  $v_{cm}$  και μια γραμμική ταχύτητα  $v_{\gamma\pi} = \omega R$  λόγω της κυκλικής κίνησης που κάνει γύρω από το κέντρο O του τροχού. Αλλά αν η ταχύτητα του σημείου A κατευθύνεται στο σημείο B, τότε  $\theta = 45^\circ$ , αφού το τρίγωνο AOB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Αλλά τότε και το παραλληλόγραμμο των ταχυτήτων είναι τετράγωνο, οπότε:



$$v_{cm} = v_{\gamma\pi} = \omega R$$

Και ο τροχός κυλιέται. Σωστό το α)

ii) Ας υποθέσουμε ότι το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Τότε το κέντρο μάζας O του τροχού δεν έχει κάποια επιτάχυνση, όπως επίσης ο τροχός δεν εμφανίζει κάποια γωνιακή επιτάχυνση. Αλλά τότε το σημείο Γ θα εμφανίζει μόνο κεντρομόλο επιτάχυνση, λόγω της κυκλικής κίνησης που πραγματοποιεί γύρω από το O, με κατεύθυνση προς το O, όπως στο (α) σχήμα. Άτοπο!



Ας υποθέσουμε ότι το αυτοκίνητο φρενάρει. Τότε η επιτάχυνση του κέντρου του τροχού O, είναι αντίθετη της ταχύτητας (προς τα αριστερά), αλλά τότε θα αναπτυχθεί και γωνιακή επιτάχυνση (επιβράδυνση), του τροχού, όπως στο σχήμα (γ). Κατά συνέπεια το σημείο Γ θα έχει τις επιταχύνσεις που σημειώνονται στο σχήμα, όπου  $a_{επ} = a_{γων} \cdot r$  η επιτρόχια επιτάχυνση του σημείου Γ, το οποίο διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας r. Έτσι όμως η συνολική επιτάχυνση του σημείου Γ, θα κατευθύνεται πλαγίως προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Άτοπο.

Δεν μένει λοιπόν παρά το αυτοκίνητο να επιταχύνεται!!! Ας το δούμε στο σχήμα (β), όπου έχουν σημειωθεί οι επιταχύνσεις του σημείου Γ. Το αυτοκίνητο επιταχύνεται, οπότε και το κέντρο μάζας του τροχού έχει επιτάχυνση προς τα δεξιά. Αλλά μόλις αποκτήσει επιτάχυνση ο τροχός, για να μπορεί να κυλιέται, θα εμφανιστεί και γωνιακή επιτάχυνση η οποία θα αυξήσει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, με φορά όπως στο σχήμα. Αυτό σημαίνει ότι το σημείο Γ θα έχει:

α) κεντρομόλο επιτάχυνση, β) επιτάχυνση ίση με  $a_{cm}$  λόγω μεταφορικής κίνησης και γ) επιτρόχια επιτάχυνση  $a_{επ} = a_{γων} \cdot r$  εξαιτίας της επιταχυνόμενης κυκλικής του κίνησης γύρω από το O.

Το διανυσματικό άθροισμα των τριών αυτών επιταχύνσεων θα είναι όπως στο σχήμα (β). Σωστό το β).

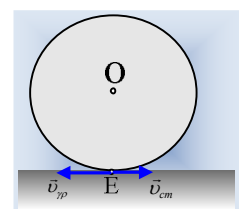
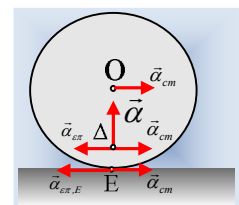
iii) Με βάση τα παραπάνω, αφού ο τροχός επιταχύνεται, το σημείο Δ έχει τις επιταχύνσεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου η  $a_{cm}$  και  $a_{επ} = a_{γων} \cdot r$  είναι οριζόντιες. Αλλά αφού η επιτάχυνση του Δ είναι κατακόρυφη:

$$a_{cm} = a_{γων} \cdot r$$

Ερχόμαστε τώρα στο σημείο επαφής του τροχού με το έδαφος, σημείο E. Το σημείο E έχει ταχύτητες  $v_{cm}$  και  $v_{\gamma\pi} = \omega R$  οπότε θα έχει και αντίστοιχες επιταχύνσεις:

$$a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} \text{ και } a_{επ} = \frac{dv_{\gamma\pi}}{dt} \rightarrow a_{επ} = \frac{d\omega}{dt} R = a_{γων} R$$

(Εκτός βεβαίως της κεντρομόλου). Όμως  $R > r$ , οπότε η επιτρόχια επιτάχυνση του E έχει μεγαλύτερο μέτρο από την αντίστοιχη του σημείου Δ και το σημείο E έχει επιτάχυνση με φορά προς τα αριστερά μέτρου  $a_E = a_{γων} \cdot R - a_{cm}$ . Αυτό βέβαια σημαίνει ότι και κάθε στιγμή



θα ισχύει και  $\omega R > v_{cm}$  και ο τροχός θα σπινάρει. Σωστό το γ).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)