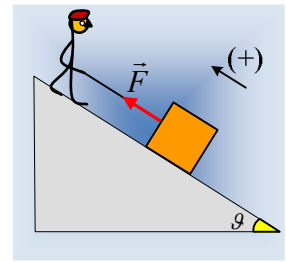


Ένας πίνακας για τις τριβές

Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, τοποθετούμε ένα σώμα μάζας 20kg , στο οποίο ένας άνθρωπος ασκεί μέσω νήματος μια δύναμη F , παράλληλη με το επίπεδο όπως στο σχήμα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,5$, ενώ η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή) έχει το ίδιο μέτρο με την τριβή ολίσθησης, να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, με τις τιμές της ασκούμενης τριβής και της επιτάχυνσης την οποία θα αποκτήσει το σώμα, για διάφορες τιμές της δύναμης F . Για την συμπλήρωση του πίνακα να θεωρήσετε θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση κατά μήκος του επιπέδου. Για παράδειγμα μια τριβή μέτρου 2N με φορά προς τα πάνω θα γράφεται ως $+2\text{N}$, ενώ μια τριβή με φορά προς τα κάτω και μέτρο 6N θα συμπληρώνεται ως -6N .

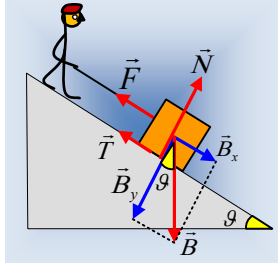


$F \text{ (N)}$	$T \text{ (N)}$	$a \text{ (m/s}^2\text{)}$
0		
30		
60		
120		
160		
200		
240		

Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις για το πώς καταλήξατε στις τιμές που θα γράψετε στον πίνακα.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σώμα, όπου η τριβή σχεδιάστηκε προς τα πάνω, χωρίς αυτό να είναι εκ των προτέρων γνωστό ή δεδομένο. Το βάρος έχει μέτρο $B=mg=20 \cdot 10\text{N}=200\text{N}$. Αν το αναλύσουμε σε δύο άξονες, έναν x παράλληλο στο επίπεδο και ένα κάθετο σε αυτό (άξονας y) θα πάρουμε τις συνιστώσες:



$$B_x=B \cdot \eta\mu\theta = 200\text{N} \cdot 0,6 = 120\text{N} \text{ και } B_y=B \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 200\text{N} \cdot 0,8 = 160\text{N}$$

Από την ισορροπία εξάλλου στον άξονα y παίρνουμε $N=B_y=160\text{N}$, οπότε η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να αναπτυχθεί μεταξύ του σώματος και του επιπέδου, ίση με την τριβή ολίσθησης, θα έχει μέτρο:

$$T_{max}=T_{op}=T_{ol}=\mu \cdot N=0,5 \cdot 160\text{N}=80\text{N}.$$

- i) Αν $F=0$, τότε η συνιστώσα $B_x=120\text{N}$, τείνει να επιταχύνει το σώμα προς τα κάτω, θα εμφανιστεί τριβή με φορά προς τα πάνω, η οποία θα πάρει τη μέγιστη τιμή της $T=80\text{N}$, χωρίς να μπορεί να ισορροπήσει το σώμα το οποίο θα αποκτήσει επιτάχυνση, με φορά προς τα κάτω και τιμή:

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow a = \frac{T + B_x}{m} = \frac{80\text{N} - 120\text{N}}{20} \text{m/s}^2 = -2\text{m/s}^2.$$

$$\text{Συνεπώς } T=T_{\text{ολ}}=+80\text{N} \text{ και } a=-2\text{m/s}^2.$$

(Μιας και έχει δοθεί η θετική φορά του άξονα, αλλά και μας ζητάνε (αλγεβρικές) τιμές των μεγεθών, προτιμάμε να δουλέψουμε με αλγεβρικές τιμές και όχι με τα μέτρα τους)

- ii) Αν $F=30\text{N}$, τότε η συνισταμένη των B_x και F δίνει δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου 90N , δύναμη που ξανά δεν μπορεί να εξουδετερώσει η τριβή, οπότε και πάλι έχουμε ολίσθηση με επιτάχυνση:

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F + T + B_x}{m} = \frac{30 + 80\text{N} - 120\text{N}}{20} \text{m/s}^2 = -0,5\text{m/s}^2.$$

$$\text{Έτσι έχουμε } T=T_{\text{ολ}}=+80\text{N} \text{ και } a=-0,5\text{m/s}^2.$$

- iii) Αν $F=60\text{N}$, τότε συνισταμένη των B_x και F δίνει δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου 60N , δύναμη που μπορεί να εξουδετερώσει η τριβή, αποκτώντας μέτρο 60N , με φορά προς τα πάνω. Συνεπώς το σώμα ισορροπεί με τιμές:

$$T=T_s = +60\text{N} \text{ και } a=0$$

- iv) Αν $F=120\text{N}$, τότε εξουδετερώνει τη δράση της B_x , δεν αναπτύσσεται δύναμη τριβής και το σώμα ισορροπεί. Έχουμε δηλαδή:

$$T=0 \text{ και } a=0$$

- v) Για τιμή $F=160\text{N}$, το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα πάνω, με την επίδραση δύναμης $F-B_x=40\text{N}$, θα αναπτυχθεί τριβή με φορά προς τα κάτω με μέτρο $T_s=40\text{N}$ και το σώμα θα ισορροπεί, αφού $\Sigma F_x=0$. Θα έχουμε δηλαδή:

$$T=T_s=-40\text{N} \text{ και } a=0$$

- vi) Αν $F=200\text{N}$ η δύναμη που προσπαθεί να κινησει το σώμα έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο $200\text{N}-120\text{N}=80\text{N}$, θα αναπτυχθεί μέγιστη στατική τριβή (T_{op}) με φορά προς τα κάτω και το σώμα ξανά θα ισορροπεί, οπότε:

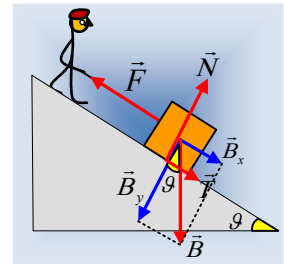
$$T=T_{\text{op}}=-80\text{N} \text{ και } a=0$$

- vii) Τέλος αν $F=240\text{N}$, η ασκούμενη τριβή θα είναι τριβή ολίσθησης μέτρου 80N και το σώμα θα επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση:

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F + T + B_x}{m} = \frac{240\text{N} - 80\text{N} - 120\text{N}}{20} \text{m/s}^2 = +2\text{m/s}^2.$$

Οπότε η τριβή είναι τριβή ολίσθησης και:

$$T=T_{\text{ολ}}=-80\text{N} \text{ και } a=+2\text{m/s}^2.$$



Με βάση τα παραπάνω, ο πίνακας παίρνει τη μορφή:

F (N)	T (N)	a (m/s ²)
0	+80	-2,0
30	+80	-0,5
60	+60	0,0
120	0	0,0
160	-40	0,0
200	-80	0,0
240	-80	+2,0

dmargaris@gmail.com