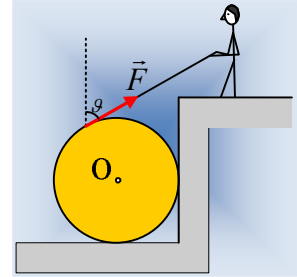


Ένας ακόμη κύλινδρος εν γωνία...

Ένας ομογενής κύλινδρος, ακτίνας $R=0,5\text{m}$ και μάζας 32kg , ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο, με τον οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,8$, όπως στο διπλανό σχήμα. Ένας άνθρωπος τυλίγει γύρω του ένα αβαρές νήμα και τραβώντας το, όπως στο σχήμα, όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο διεύθυνση γωνία θ όπου $\eta\mu\theta=0,6$, ασκεί στο κύλινδρο δύναμη \vec{F} της μορφής $F=10t$ (μονάδες στο S.I.).



- i) Να εξετάσετε αν ο κύλινδρος θα ισορροπεί ή όχι και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$.
- ii) Να υπολογίσετε τη ροπή κάθε δύναμης ως προς:
 - α) Το κέντρο O ,
 - β) το σημείο A επαφής του κυλίνδρου με τον τοίχο.
- iii) Υποστηρίζει κάποιος ότι κάποια στιγμή ο κύλινδρος θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο. Μπορεί να συμβεί αυτό και αν ναι, ποια στιγμή θα συμβεί;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Τη στιγμή $t_1=5\text{s}$ το μέτρο της ασκούμενης, μέσω του νήματος, δύναμης είναι $F_1=10t=50\text{N}$. Αλλά τότε οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο (στο σχήμα μια τομή παράλληλη στις βάσεις του, αφού ο κύλινδρος αντιμετωπίζεται σαν επίπεδο στερεό) είναι αυτές του διπλανού σχήματος. Οπότε:

$$F_x = F_1 \cdot \eta\mu\theta = 50 \cdot 0,6\text{N} = 30\text{N}$$

Ο κύλινδρος ισορροπεί στην οριζόντια διεύθυνση, έτσι:

$$\Sigma F_x = 0 \text{ ή } N_2 = F_x = 30\text{N}$$

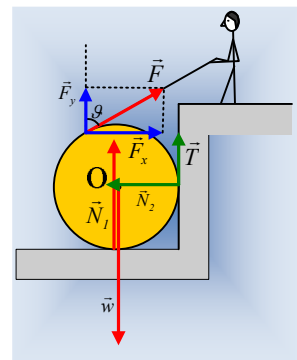
Ενώ τείνει να περιστραφεί εξαιτίας της ροπής της δύναμης F με ωρολογιακή φορά, με αποτέλεσμα να αναπτύσσεται τριβή με φορά όπως στο σχήμα. Τι τριβή είναι αυτή;

Ας υποθέσουμε ότι ο κύλινδρος δεν περιστρέφεται (άρα ισορροπεί), οπότε η τριβή αυτή είναι στατική. Τότε:

$$\Sigma \tau_o = 0 \text{ ή } T \cdot R - F \cdot R = 0 \text{ ή } T = F = 50\text{N}.$$

Όμως η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή) έχει μέτρο $T_{op} = \mu_s \cdot N_2 = 0,8 \cdot 30\text{N} = 24\text{N}$!

Συνεπώς η ασκούμενη τριβή δεν μπορεί να αποκτήσει μέτρο 50N και ο κύλινδρος **ΔΕΝ** ισορροπεί, αλλά τίθεται σε περιστροφή. (Αυτό στην πραγματικότητα θα ισχύει για κάθε τιμή της δύναμης, δηλαδή αμέσως μόλις ο άνθρωπος τραβήξει το νήμα, ο κύλινδρος θα αρχίσει να περιστρέφεται...).



Τι συμβαίνει στην κατακόρυφη διεύθυνση; Οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο είναι, το βάρος $w=mg=320\text{N}$, η τριβή με μέτρο 24N (τριβή ολίσθησης), πιθανόν η δύναμη στήριξης από το οριζόντιο επίπεδο N_1 και η συνιστώσα της F , η $F_y=F_1\cdot\sigma\upsilon\nu\theta=50\cdot 0,8=40\text{N}$. Αλλά τα μέτρα των T και F_y είναι πολύ μικρά για να ανασηκώσουν βάρος 320N , οπότε ο κύλινδρος ισορροπεί στη διεύθυνση y και:

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N_1+F_y+T-w=0 \quad (1)\rightarrow$$

$$N_1=w-F_y-T=320\text{N}-40\text{N}-24\text{N}=256\text{N}$$

ii) Για τις ροπές των δυνάμεων, θεωρώντας την αντιωρολογιακή φορά ως θετική έχουμε.

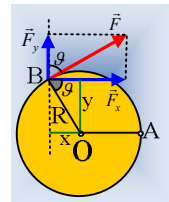
α) Ως προς το κέντρο O :

$$\tau_w=\tau_{N_1}=\tau_{N_2}=0 \quad \text{ενώ} \quad \tau_F=-F\cdot R=-50\cdot 0,5\text{N}\cdot\text{m}=-25\text{N}\cdot\text{m} \quad \text{και} \quad \tau_T=+T\cdot R=24\cdot 0,5\text{N}\cdot\text{m}=+12\text{N}\cdot\text{m}.$$

β) Ως προς το σημείο A :

$$\tau_{N_2}=\tau_T=0, \quad \tau_w=+w\cdot R=320\cdot 0,5\text{N}\cdot\text{m}=+160\text{N}\cdot\text{m},$$

$$\tau_{N_1}=-N_1\cdot R=-256\cdot 0,5\text{N}\cdot\text{m}=-128\text{N}\cdot\text{m}.$$



Όσον αφορά τη ροπή της F ως προς το σημείο A , φέρνουμε την ακτίνα OB που καταλήγει στο σημείο B εφαρμογής της δύναμης. Η γωνία που σχηματίζει η ακτίνα OB με την F_x είναι επίσης θ , αφού με την δοθείσα γωνία έχουν τις πλευρές κάθετες (είναι και οξείες...), οπότε:

$$\tau_F=-F_y\cdot(R+x)-F_x\cdot y=-F_y\cdot(R+R\cdot\sigma\upsilon\nu\theta)-F_x\cdot R\cdot\eta\mu\theta \rightarrow$$

$$\tau_F=-40\cdot 0,5(1+0,8)\text{N}\cdot\text{m}-30\cdot 0,5\cdot 0,6\text{N}\cdot\text{m}=-45\text{N}\cdot\text{m}$$

iii) Αν ο κύλινδρος χάσει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο, αυτό θα σημαίνει ότι μηδενίζεται η δύναμη στήριξης N_1 . Αν συμβεί αυτό, τότε η (1) γράφεται:

$$N_1+F_y+T-w=0 \rightarrow 0+F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta+\mu\cdot N_2-w=0 \rightarrow F\cdot\sigma\upsilon\nu\theta+\mu\cdot F\cdot\eta\mu\theta-w=0 \rightarrow$$

$$10t\cdot\sigma\upsilon\nu\theta+0,8\cdot 10t\cdot\eta\mu\theta=w \quad (\text{S.I.}) \quad \acute{\eta}$$

$$t=\frac{w}{10\sigma\upsilon\nu\theta+8\eta\mu\theta}=\frac{320}{10\cdot 0,8+8\cdot 0,6}=25\text{s}$$

Τη παραπάνω στιγμή η F_y μαζί με την τριβή μπορούν να εξουδετερώσουν το βάρος και ο κύλινδρος να αρχίσει να επιταχύνεται προς τα πάνω...

dmargaris@gmail.com