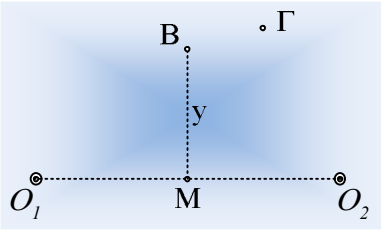
Μείωση του πλάτους του κύματος και συμβολή

Στην παραπάνω εικόνα, βλέπουμε τη διάδοση ενός κύματος στην επιφάνεια ενός υγρού. Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι όταν απομακρυνόμαστε από την πηγή, το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται. Αυτό δικαιολογείται, αφού καθώς το κύμα απλώνεται στην επιφάνεια, η ενέργεια που παρέχει η πηγή και μεταφέρεται από το κύμα, διαμοιράζεται συνεχώς και σε περισσότερα υλικά σημεία.

Έστω τώρα ότι στην επιφάνεια ενός υγρού, έχουμε δύο σύγχρονες πηγές κύματος O_1 και O_2 οι οποίες αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα, τη στιγμή $t_0=0$, με εξισώσεις $y=8\cdot ημ2πt$ (y σε mm, t σε s.) δημιουργώντας έτσι εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα υ=0,2m/s στην επιφάνεια του υγρού.



Παρατηρούμε ότι ένα σημείο Μ, στο μέσον της απόστασης των δύο πηγών ταλαντώνεται με πλάτος 12mm.

i) Ποια η διαφορά φάσης των κυμάτων που φτάνουν στο Μ από τις δύο πηγές;

ii) Ένα σημείο Β της επιφάνειας του υγρού βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο της O_1O_2 απέχοντας κατά y από το μέσον Μ.

α) Τη στιγμή που η φάση της απομάκρυνσης του Μ είναι 10π (rad), η αντίστοιχη φάση του Β μπορεί να είναι:

a) 8π (rad), b) 10π (rad), c) 12π (rad)

β) Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Β μπορεί να είναι:

a) 10mm, b) 12mm, c) 14mm, d) 16mm

iii) Για το σημείο Γ του σχήματος ισχύει $r_1-r_2=0,7m$, όπου r_1, r_2 οι αποστάσεις του από τις δυο πηγές. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Γ, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, μπορεί να είναι:

a) 0 mm, b) 2mm, c) 8mm, d) 16mm.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

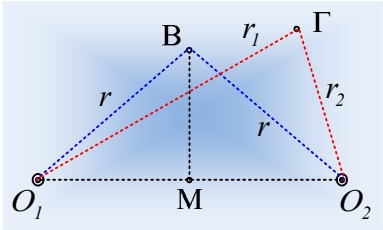
Απάντηση:

i) Αν ονομάσουμε d την απόσταση του σημείου Μ από τις δύο πηγές, τότε τα δυο κύματα που φτάνουν, ταυτόχρονα θα έχουν εξισώσεις:

$$y_1 = A_1 \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right) \text{ και } y_2 = A_2 \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right)$$

Αφού και το ένα και το άλλο κύμα καθυστερεί κατά χρονικό διάστημα $t' = \frac{d}{\lambda}$ για να φτάσει στο μέσον Μ. Αλλά τότε τα κύματα δεν παρουσιάζουν διαφορά φάσης μεταξύ τους.

Να σημειωθεί ότι το αποτέλεσμα της συμβολής θα είναι το σημείο Μ να εκτελέσει ταλάντωση πλάτους $A=A_1+A_2=$ 12mm, το οποίο αντιστοιχεί στο διπλάσιο του πλάτους κάθε κύματος, τη στιγμή που φτάνει στο Μ. Έχουμε δηλαδή $A_1=A_2=$6mm, αφού τα δυο κύματα, έχουν διανύσει ίσες αποστάσεις και θα έχουμε την ίδια μείωση στο πλάτος, το οποίο ξεκίνησε από τις πηγές με τιμή $A_0=$8mm.



ii) Το σημείο Β ισαπέχει επίσης από τις δύο πηγές, όπως και το Μ. Έτσι και για τα δυο κύματα που φτάνουν το Β θα έχουμε εξισώσεις:

$$y_1 = y_2 = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

α) Στην περίπτωση αυτή, η απόσταση που πρέπει να διανύσουν τα δυο κύματα για να φτάσουν στο Β, είναι μεγαλύτερες (r>d), οπότε θα φτάσουν αργότερα στο Β, από ότι στο Μ. Αλλά τότε ο χρόνος ταλάντωσης του σημείου Β, θα είναι μικρότερος και κατά συνέπεια και η φάση της απομάκρυνσής του θα είναι μικρότερη από την αντίστοιχη φάση του Μ. Με βάση λοιπόν τις τιμές που μας δίνονται η φάση του Β μπορεί να πάρει την τιμή a) 8π rad.

β) Αφού όμως τα κύματα φτάνουν σε μεγαλύτερες αποστάσεις θα έχει μειωθεί περισσότερο και το πλάτος του κύματος, οπότε $A<A_1$ και το πλάτος ταλάντωσης του Β θα είναι:

$$A_B=2A<2A_1 \rightarrow A_B<12\text{mm}$$

Άρα σωστή είναι η απάντηση a) $A_B=$10mm.

iii) Τα κύματα από τις πηγές που φτάνουν στο σημείο Γ, έχουν εξισώσεις:

$$y_{1\Gamma} = A_{1\Gamma} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \text{ και } y_{2\Gamma} = A_{2\Gamma} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$$

Όπου για τα δυο πλάτη θα ισχύει ότι $A_{1\Gamma}<A_{2\Gamma}$, αφού το κύμα από την πηγή O_1 έχει διανύσει μεγαλύτερη απόσταση. Αλλά τότε η διαφορά φάσης μεταξύ των κυμάτων (άρα και των δύο ταλαντώσεων που πρόκειται να εκτελέσει το σημείο Γ), είναι

$$\Delta\phi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) = 2\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda} \quad (1)$$

Αλλά με βάση την εξίσωση της απομάκρυνσης των πηγών y=8·ημ2πt, έχουμε ότι ω=2π ή f=1Hz και από την ταχύτητα του κύματος $\upsilon = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{0,2}{1} m = 0,2m$ και η (1) δίνει:

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda} = 2\pi\frac{0,7}{0,2} = 7\pi \quad \text{(rad)}$$

Τα δυο κύματα δηλαδή φτάνουν σε αντίθεση φάσεως, πράγμα που σημαίνει ότι όταν φτάνει όρος από το ένα φτάνει κοιλάδα από το άλλο.

Αλλά τότε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Γ θα είναι:

$$A_\Gamma = A_{\Gamma 2} - A_{\Gamma 1} > 0$$

Και σωστή απάντηση είναι η b) A_Γ=2mm.

Σχόλια:

1) Παραπάνω προτιμήθηκε να χρησιμοποιηθεί περισσότερο η λογική της σύνθεσης ταλαντώσεων, όπως έχουν διδαχτεί στο πρώτο κεφάλαιο, παρά η λογική της συμβολής, όπως δίνεται στο κεφάλαιο των κυμάτων. Αυτό έγινε για να φανεί ότι στην πραγματικότητα έχουμε το ίδιο φαινόμενο.

2) Όταν μελετάμε κύματα που διαδίδονται με σταθερό πλάτος, έχουμε όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου να ταλαντώνονται με τα ίδιο πλάτος 2 Α (το ίδιο συμβαίνει και για όλα τα σημεία ενισχυτικής συμβολής πάνω στις υπερβολές ενίσχυσης). Παραπάνω δείξαμε ότι στην πραγματικότητα κάτι τέτοιο δεν ισχύει. Εντάξει έχουμε ενισχυτική συμβολή και $A=A_1+A_2$, αλλά η τιμή αυτή είναι διαφορετική για το Μ και διαφορετική για το Β.

3) Το σημείο Γ είναι σημείο ακυρωτικής συμβολής αφού $r_1 - r_2 = 7\frac{\lambda}{2}$, (αυτό άλλωστε δείξαμε παραπάνω χρησιμοποιώντας τη διαφορά φάσης των δύο κυμάτων). Αλλά ενώ κάποιος θα περίμενε το σημείο Γ να παραμένει ακίνητο, αυτό δεν μπορεί να συμβεί! Απλά ταλαντώνεται με πλάτος ίσο με τη διαφορά των δύο πλατών που επιβάλουν τα κύματα.

dmargaris@gmail.com