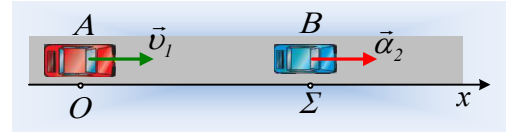


### Η ελάχιστη απόσταση δύο αυτοκινήτων

Σε ευθύγραμμο δρόμο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_1=10\text{m/s}$  ένα αυτοκίνητο. Σε μια στιγμή περνά από ένα σημείο  $O$ , απέχοντας απόσταση  $d_0=80\text{m}$ , από ένα δεύτερο αυτοκίνητο  $B$ , το οποίο την στιγμή αυτή ξεκινά την κίνησή του με σταθερή επιτάχυνση  $a_2=1\text{m/s}^2$ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Λαμβάνουμε τη στιγμή αυτή ως  $t_0=0$  και το σημείο  $O$  ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$ , με την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.



- i) Ποιες οι θέσεις των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή  $t_0=0$ ;
- ii) Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του A αυτοκινήτου και να υπολογίσετε τη θέση του τη στιγμή  $t_1=4\text{s}$ .
- iii) Ποια η αντίστοιχη εξίσωση κίνησης ( $x-t$ ) για το B αυτοκίνητο; Να προσδιορίσετε τη θέση και την ταχύτητά του την στιγμή  $t_1=4\text{s}$ . Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή;
- iv) Να βρείτε την ταχύτητα του B αυτοκινήτου, καθώς και την απόσταση των δύο οχημάτων τη στιγμή  $t_2=10\text{s}$ .
- v) Κάποιος υποστηρίζει την άποψη ότι η απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων είναι ελάχιστη τη στιγμή  $t_2$ . Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της άποψης αυτής. Για έλεγχο, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και κάποια άλλη χρονική στιγμή.

#### Απάντηση:

- i) Αφού πήραμε το σημείο  $O$  ως αρχή του άξονα  $x$ , οι αρχικές θέσεις (για  $t_0=0$ ) των δύο αυτοκινήτων είναι:

$$x_{0A}=0 \text{ m και } x_{0B}=80\text{m}$$

- ii) Το A όχημα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε η εξίσωση κίνησής του είναι:

$$\Delta x_A = v_1 \cdot \Delta t \rightarrow x_A - x_{0A} = v_1(t - t_0)$$

Αλλά  $x_{0A}=0$  και  $t_0=0$ , οπότε καταλήγουμε στην «γνωστή» εξίσωση:

$$x_A = v_1 t = 10t \text{ (S.I.) (1)}$$

Οπότε τη στιγμή  $t_1$  το αυτοκίνητο βρίσκεται στη θέση:

$$x_{1A} = v_1 t_1 = 10 \cdot 4\text{m} = 40\text{m}$$

- iii) Το B αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση, οπότε:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2 \rightarrow x_B - x_{0B} = \frac{1}{2} a_2 (t - t_0)^2$$

Αλλά  $x_{0B}=80\text{m}$  και  $t_0=0$ , οπότε καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$x_B = 80 + \frac{1}{2} 1 \cdot t^2 = 80 + \frac{1}{2} t^2 \text{ (S.I.) (2)}$$

Έτσι τη στιγμή  $t_1$  βρίσκεται στη θέση:

$$x_{1B} = 80\text{m} + \frac{1}{2} 4^2 \text{m} = 88\text{m}$$

Ενώ έχει ταχύτητα:

$$v_{1B} = a_2 t = 1 \cdot 4 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

Εξάλλου η απόσταση των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή αυτή είναι:

$$d_1 = x_{1B} - x_{1A} = 88 \text{ m} - 40 \text{ m} = 44 \text{ m}$$

Με το Β αυτοκίνητο να προηγείται.

iv) Τη στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$  το Β αυτοκίνητο έχει ταχύτητα:

$$v_{2B} = a_2 t_2 = 1 \cdot 10 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

Έχει δηλαδή ίση ταχύτητα με το Α αυτοκίνητο. Την ίδια στιγμή οι θέσεις των αυτοκινήτων είναι:

$$x_{2A} = v_1 t_2 = 10 \cdot t_2 = 10 \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

$$x_{2B} = 80 + \frac{1}{2} t^2 = 80 \text{ m} + \frac{1}{2} 10^2 \text{ m} = 130 \text{ m}$$

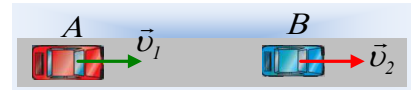
Αλλά τότε η αντίστοιχη απόσταση μεταξύ τους είναι:

$$d_2 = x_{2B} - x_{2A} = 130 \text{ m} - 100 \text{ m} = 30 \text{ m}$$

v) Η πρόταση είναι σωστή. Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ , το Α αυτοκίνητο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β. Αυτό σημαίνει ότι το Α αυτοκίνητο πλησιάζει το Β και η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται. Τη στιγμή  $t_2$  οι ταχύτητες εξισώνονται. Από κει και πέρα, το Β συνεχίζει να επιταχύνεται, αυξάνοντας την ταχύτητά του, οπότε αρχίζει να απομακρύνεται από το Α. Συνεπώς η ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους είναι τη στιγμή  $t_2$  που έχουν ίσες ταχύτητες. Παραπάνω την υπολογίσαμε ίση με  $d_2 = 30 \text{ m}$ . Ας το ελέγξουμε για μια στιγμή  $t_3 > t_2$ , έστω τη στιγμή  $t_3 = 12 \text{ s}$ . Η αντίστοιχη απόσταση θα είναι:

$$d_3 = x_{3B} - x_{3A} = 80 + \frac{1}{2} t^2 - 10t = (80 + \frac{1}{2} \cdot 12^2 - 10 \cdot 12) \text{ m} = 32 \text{ m}$$

Επιβεβαιώνεται δηλαδή ότι η μεταξύ τους απόσταση αυξήθηκε στα 2 s (τελευταία) από τα 30 m στα 32 m.



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)