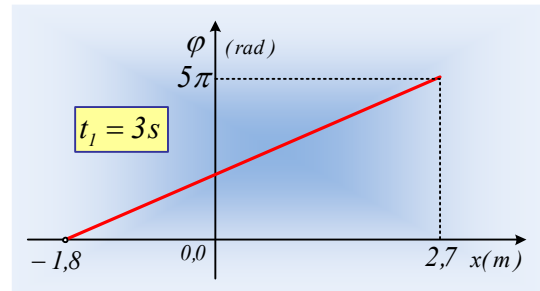


## Άλλο ένα διάγραμμα φάσης

Μια πηγή κύματος ξεκινά την ταλάντωσή της τη στιγμή  $t_0=0$  δημιουργώντας ένα αρμονικό κύμα, το οποίο διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η φάση της απομάκρυνσης των σημείων του μέσου τη χρονική στιγμή  $t_1=3s$ .



- i) Το κύμα αυτό διαδίδεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά και γιατί; Ποια είναι η θέση της πηγής του κύματος;
- ii) Να βρεθεί η περίοδος και το μήκος του κύματος.
- iii) Ποια η φάση της απομάκρυνσης του σημείου O, στη θέση  $x=0$ , τις χρονικές στιγμές:
  - α)  $t_1=3s$  και  $t_2=4,8s$ .
- iv) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος, αν το πλάτος του είναι  $0,2m$ ;
- iv) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την παραπάνω στιγμή  $t_1$ .

### Απάντηση:

- i) Από το διάγραμμα που δίνεται προκύπτει όταν αυξάνεται το  $x$ , αυξάνεται και η φάση της απομάκρυνσης για την ταλάντωση των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου. Συνεπώς το κύμα φτάνει πρώτα σε ένα σημείο, ας πούμε, στη θέση  $x=2,7m$  και αργότερα στη θέση  $x=0$ , πράγμα που σημαίνει ότι το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση (προς τα αριστερά) και η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση  $x=2,7m$ , όπου παρουσιάζεται και η μεγαλύτερη φάση.
- ii) Τη στιγμή  $t_1$  το κύμα έχει φτάσει στη θέση  $x=-1,8m$ , οπότε το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση αυτή, αρχίζει την ταλάντωσή του, έχοντας αρχική φάση ίση με 0. Αυτό σημαίνει ότι αρχίζει την ταλάντωσή του ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση. Αλλά τότε την ίδια αρχική φάση είχε και η πηγή, όταν ξεκίνησε την ταλάντωσή της, η απομάκρυνση της οποίας υπακούει στην εξίσωση  $y=A\cdot\eta\mu(\omega t)$  (S.I.). Αλλά τότε η μεταβολή της φάσης της σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_t - \varphi_0 = (\omega t) - 0 = \omega t$$

Όπου τη στιγμή  $t_1$   $\Delta\varphi=5\pi$ , οπότε:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t_1} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s} \quad \text{και} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi/3} \text{ s} = 1,2s$$

(Εναλλακτικά η φάση της πηγής αυξήθηκε κατά  $5\pi$ , συνεπώς πραγματοποίησε 2,5 ταλαντώσεις σε 3s,

$$\text{οπότε } T = \frac{t}{N} = \frac{3}{2,5} \text{ s} = 1,2s \text{ )}$$

Αλλά η ταχύτητα του κύματος είναι ίση με:

$$v = \frac{d}{t_1} = \frac{|x_\tau - x_a|}{t_1} = \frac{|-1,8m - 2,7m|}{3s} = 1,5m/s$$

Αλλά τότε  $\lambda = v \cdot T = 1,5 \cdot 1,2m = 1,8m$ .

Εναλλακτικά αφού η πηγή έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις, το μήκος κύματος είναι:

$$\lambda = \frac{d}{2,5} = \frac{4,5}{2,5}m = 1,8m$$

iii) Το σημείο Ο στη θέση  $x=0$  καθυστερεί να αρχίσει την ταλάντωσή του κατά χρονικό διάστημα:

$$t'_0 = \frac{x_\pi}{v} = \frac{2,7}{1,5}s = 1,8s$$

Οπότε η φάση της ταλάντωσής του δίνεται από την εξίσωση:

$$\varphi_0 = \omega(t - t'_0) = \frac{2\pi}{1,2}(t - 1,8) \text{ με } t \geq 1,8s$$

α) Έτσι τη στιγμή  $t_1=3s$  έχουμε:

$$\varphi_{0,1} = \frac{2\pi}{1,2}(3 - 1,8) = 2\pi \text{ (rad)}$$

β) Με αντικατάσταση εξάλλου στην εξίσωση της φάσης,  $t_2=4,8s$  παίρνουμε:

$$\varphi_{0,2} = \frac{2\pi}{1,2}(4,8 - 1,8) = 5\pi$$

Εναλλακτικά και λίγο... πρακτικά! Το μήκος κύματος βρέθηκε 1,8m, όσο είναι και η απόσταση που έχει διανύσει το κύμα περνώντας από το Ο. Αλλά τότε τη στιγμή  $t_1=3s$  το Ο έχει εκτελέσει μία ταλάντωση έχοντας φάση απομάκρυνσης  $2\pi$ . Εξάλλου μέχρι τη στιγμή  $t_2=4,8s$  θα εκτελέσει ακόμη 1,5 ταλάντωση ( $t_2-t_1=1,8s=1,5T$ ), οπότε θα αυξηθεί η φάση κατά  $3\pi$  παίρνοντας τιμή  $2\pi+3\pi=5\pi$  (rad).

iv) Έστω ένα σημείο Σ στη θέση  $x$ . Το σημείο αυτό θα καθυστερήσει την ταλάντωσή του κατά:

$$t' = \frac{d'}{v} = \frac{|x - x_\pi|}{v} = \frac{2,7 - x}{1,5}s$$

Οπότε η εξίσωση του κύματος θα είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu\omega(t - t') = A \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{1,2} \left( t - \frac{2,7 - x}{1,5} \right) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{1,2} + \frac{x}{1,8} - \frac{2,7}{1,8} \right) \rightarrow$$

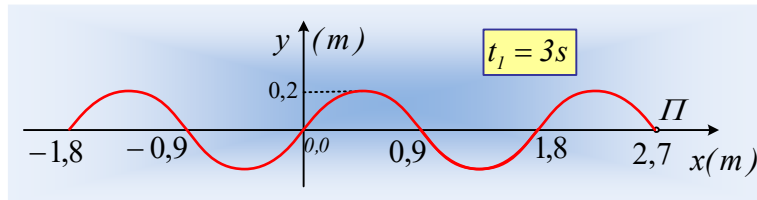
$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{1,2} + \frac{x}{1,8} - \frac{3}{2} \right) \text{ με } t \geq 0 \text{ και } 2,7 \geq x \geq 2,7 - 1,5t \text{ (S.I.)}$$

ν) Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του κύματος  $t_1=3s$  παίρνουμε:

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{3}{1,2} + \frac{x}{1,8} - \frac{3}{2} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 1 + \frac{x}{1,8} \right)$$

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu \left( 2\pi + \frac{\pi x}{0,9} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left( \frac{\pi x}{0,9} \right)$$

Έτσι με βάση την παραπάνω συνάρτηση, η γραφική παράσταση η οποία παριστά το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή  $t_1=3s$ , είναι όπως στο παρακάτω διάγραμμα.



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)