# Ολισθαίνει ή ανατρέπεται;

|  |
| --- |
|  |

Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο αφήνεται ένας κύβος πλευράς α.

Έστω ότι m=1kg, θ=60°, όπου εφθ=1,73 και μ=μs=1,2.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κύβου ως προς οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με μια ακμή του κύβου Ι= 2mα2/3 και g=10m/s2.

Τι θα κάνει ο κύβος;

***Απάντηση:***

Έστω ότι ο κύβος ολισθαίνει αφού μ<εφθ **χωρίς** να περιστρέφεται…

Αφού ολισθαίνει, η τριβή είναι τριβή ολίσθησης μέτρου:

*Τολ=μmg∙συνθ=1,2∙1∙10∙0,5=6Ν*

*wx=mg∙ημθ=1∙10∙0,866Ν=8,66Ν*

*ΣFx=mαcmx → αcmx=2,66 m/s2.*

Πρέπει επίσης Στκ.μ.=0 → Ν∙x=Τολ∙ ½ α →x=0,6α!!! **Άτοπο**. Ο φορέας της Ν, δεν μπορεί να απέχει από το κέντρο Ο του κύβου απόσταση μεγαλύτερη από ½ α.

|  |
| --- |
|  |

Αφού δεν ολισθαίνει χωρίς να στρέφεται, έστω ότι στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από την κορυφή Γ, **χωρίς** να ολισθαίνει.

*ΣτΓ=ΙΓ∙αγων →*

*mg∙ημθ∙ ½ α-mg∙συνθ∙ ½ α = (2mα2/3)∙αγων →*

**

**

*αcmx=*

Παίρνουμε το 2ο νόμο για το κ.μ.

*mg∙ημθ-Τ=m∙ αcmx* (1)

*Ν-wy=mαy → Ν=mg∙συνθ+m∙ αcmy* (2)





Και από την (1):

→



Ενώ:

→



Βλέπουμε δηλαδή ότι η ασκούμενη τριβή είναι στατική (7,28Ν<7,64Ν), οπότε πράγματι υπάρχει περιστροφή, χωρίς η τριβή να πάρει τη μέγιστη τιμή της και να έχουμε ολίσθηση.

ii) Τι θα συνέβαινε αν μ=μs=1;

Με την ίδια λογική, έστω ότι ολισθαίνει χωρίς να περιστρέφεται…

Αφού ολισθαίνει, η τριβή είναι τριβή ολίσθησης μέτρου:

*Τολ=μmg∙συνθ=1∙1∙10∙0,5=5Ν*

*wx=mg∙ημθ=1∙10∙0,866Ν=8,66Ν*

*ΣFx=mαcmx → αcmx=3,66 m/s2.*

Αφού δεν περιστρέφεται, αν πάρουμε τη συνολική ροπή ως προς το κέντρο Ο έχουμε:



Ενώ ΣFy=0 και Ν=mg∙συνθ, οπότε:

 (5)

→

Η τελευταία εξίσωση μας λέει ότι η κάθετη αντίδραση Ν ασκείται στην κορυφή Γ και η συνολική ροπή είναι μηδενική, οπότε πράγματι δεν έχουμε περιστροφή.

iii) Και αν μ=μs=0,8, δηλαδή μ<1;

Προφανώς θα είχαμε ξανά ολίσθηση και όσον αφορά την περιστροφή, από την (5) θα είχαμε:



Ο φορέας δηλαδή της Ν, δεν «φτάνει» καν στην κορυφή Γ και δεν έχουμε περιστροφή. Είναι φανερό δηλαδή ότι αν μ≤1, υπάρχει ολίσθηση χωρίς ανατροπή του κύβου.

iv) Τι θα συμβεί αν μ=μs=1,1, δηλαδή 1<μ<1,2;

Έχουμε ξανά με βάση την υπόθεση ότι ολισθαίνει χωρίς να περιστρέφεται…

Αφού ολισθαίνει, η τριβή είναι τριβή ολίσθησης μέτρου:

*Τολ=μmg∙συνθ=1,1∙1∙10∙0,5=5,5Ν*

*wx=mg∙ημθ=1∙10∙0,866Ν=8,66Ν*

*ΣFx=mαcmx → αcmx=3,16m/s2.*

Αφού υποθέτουμε ότι δεν περιστρέφεται, αν πάρουμε τη συνολική ροπή ως προς το κέντρο Ο έχουμε:



 (5)



Άρα φτάσαμε σε **άτοπο**!

Αυτό σημαίνει ότι **δεν** έχουμε ολίσθηση χωρίς περιστροφή. Μήπως έχουμε περιστροφή χωρίς ολίσθηση;

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε μόνο ανατροπή, τότε θα οδηγηθούμε στις εξισώσεις (3) και (4), όπου βλέπουμε ότι τα μέτρα της τριβής και της κάθετης αντίδρασης δεν εξαρτώνται από το συντελεστή τριβής.

Έτσι θα έχουμε για τις δυνάμεις, ότι



Και



Ενώ παίρνοντας ότι μ=μs=1,1:



Βλέπουμε δηλαδή ότι δεν μπορεί να ασκηθεί στατική τριβή 7,28Ν, οπότε η υπόθεση ότι έχουμε μόνο περιστροφή γύρω από το Γ, οδηγήθηκε σε **άτοπο**.

Τι σημαίνουν τα παραπάνω; Άτοπο τη μια φορά, άτοπο και την άλλη!

**Ο κύβος λοιπόν και ολισθαίνει και ανατρέπεται!!!**

Οπότε ποιος είναι ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής για να μην εμφανιστεί ολίσθηση, αλλά να έχουμε **μόνο ανατροπή**; Πρέπει:

→





***Συμπέρασμα:***

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις περιοχές, ανάλογα με την τιμή του συντελεστή οριακής τριβής μs=μ:

* Αν μ≤1, τότε έχουμε μόνο ολίσθηση.
* Αν 1 < μ < 1,14, έχουμε και ολίσθηση και ανατροπή.
* Αν  έχουμε μόνο ανατροπή (περιστροφική κίνηση) χωρίς ολίσθηση.

Ή σχηματικά:



***dmargaris@gmail.com***