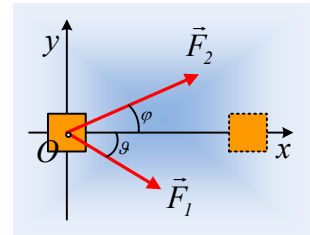


Κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο με δυο δυνάμεις

Σε σημείο Ο, στην αρχή ενός συστήματος οριζοντίων αξόνων xy, ενός λείου οριζοντίου επιπέδου ηρεμεί ένα σώμα μάζας 10kg. Σε μια στιγμή t=0, ασκούνται στο σώμα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις F₁ και F₂, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα τη στιγμή t₁=2s, το σώμα να έχει μετατοπισθεί κατά Δx=2m στη διεύθυνση του άξονα x. Η δύναμη F₁ έχει μέτρο 5N και σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8.



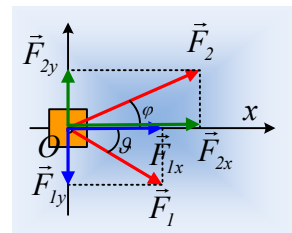
- i) Να αναλύσετε τη δύναμη F₁ σε συνιστώσες στους άξονες x και y και να υπολογίσετε τα μέτρα των δύο συνιστωσών.
- ii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα, καθώς και τη συνισταμένη των δύο δυνάμεων.
- iii) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F₂, καθώς και η γωνία φ που σχηματίζει η διεύθυνσή της με τον άξονα x.
- iv) Τη στιγμή t₁ η δύναμη F₂ παύει να ασκείται στο σώμα. Να βρεθεί η νέα επιτάχυνση του σώματος.
- v) Κάποιος υποστηρίζει ότι μετά τη στιγμή t₁ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, στην κατεύθυνση της δύναμης F₁. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό ή λανθασμένο.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν αναλυθεί οι δυο δυνάμεις σε συνιστώσες στους άξονες x και y. Έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{F_{1y}}{F_1} \rightarrow F_{1y} = F_1 \cdot \eta\mu\theta = 5\text{N} \cdot 0,6 = 3\text{N}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{F_{1x}}{F_1} \rightarrow F_{1x} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 5\text{N} \cdot 0,8 = 4\text{N}$$



- ii) Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Γιατί; Γιατί αφού οι δύο δυνάμεις είναι σταθερές (πράγμα που σημαίνει και σταθερές κατευθύνσεις και σταθερά μέτρα) και η συνισταμένη τους είναι σταθερή, οπότε από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

συμπεραίνουμε ότι το σώμα αποκτά και σταθερή επιτάχυνση. Αλλά τότε:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2x_1}{t_1^2} = \frac{2 \cdot 2}{2^2} \text{m/s}^2 = 1\text{m/s}^2.$$

Η παραπάνω επιτάχυνση έχει την κατεύθυνση του άξονα x, οπότε την ίδια κατεύθυνση έχει και η συνισταμένη δύναμη, το μέτρο της οποίας προκύπτει από την εξίσωση (1):

$$\Sigma F = ma = 10 \cdot 1 \text{N} = 10\text{N}.$$

iii) Αφού το σώμα επιταχύνθηκε στην διεύθυνση του άξονα x, σημαίνει ότι δεν δέχτηκε συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση του άξονα y, οπότε $\Sigma F_y=0$ ή

$$F_{2y}-F_{1y}=0 \rightarrow F_{2y}=F_{1y}=3N$$

Εξάλλου $\Sigma F=\Sigma F_x=F_{1x}+F_{2x}$ οπότε:

$$F_{2x}=\Sigma F-F_{1x}=10N-4N=6N.$$

Αλλά τότε για το μέτρο της δύναμης F_2 έχουμε:

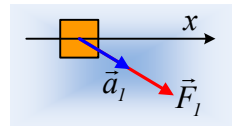
$$F_2 = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} N = \sqrt{45} N = 3\sqrt{5} N$$

Ενώ σχηματίζει με τη διεύθυνση κίνησης (άξονα x) γωνία φ , η εφαπτομένη της οποίας είναι:

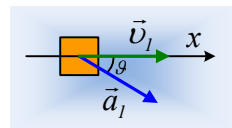
$$\varepsilon\phi\varphi = \frac{F_{2y}}{F_{2x}} = \frac{3N}{6N} = 0,5$$

iv) Μόλις καταργηθεί η δύναμη F_2 , τότε η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα (οι κατακόρυφες δυνάμεις βάρος και κάθετη αντίδραση έχουν μηδενική συνισταμένη) είναι η δύναμη F_1 , οπότε το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση με την ίδια κατεύθυνση και μέτρο:

$$F_1 = ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{5}{10} m/s^2 = 0,5 m/s^2.$$



v) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Τη στιγμή που καταργείται η δύναμη F_2 , το σώμα έχει ταχύτητα στη διεύθυνση του άξονα x με μέτρο $v_1=a_1t=2m/s$, όπως στο σχήμα. Οπότε η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα σχηματίζει γωνία θ με την ταχύτητα.



Αλλά τότε η κίνηση του σώματος δεν μπορεί να είναι ευθύγραμμη. Θα είναι μια κίνηση με σταθερή επιτάχυνση, αλλά όχι **ευθύγραμμη** ομαλά μεταβαλλόμενη. Το σώμα θα διαγράψει **καμπυλόγραμμη** τροχιά.

dmargaris@gmail.com