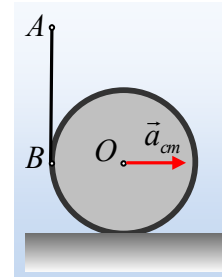


Οι επιταχύνσεις σημείων του νήματος.

Γύρω από έναν κύλινδρο τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο άκρο Α του νήματος, πετυχαίνουμε ο κύλινδρος να κυλίεται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση a_{cm} του άξονα Ο, ενώ το νήμα διατηρείται κατακόρυφο.



i) Η επιτάχυνση του άκρου Α του νήματος και του σημείου Β του κυλίνδρου, στο οποίο καταλήγει το κατακόρυφο τμήμα του νήματος:

α) είναι ίδια, β) είναι διαφορετική.

ii) Η επιτάχυνση του σημείου Α:

α) είναι οριζόντια, β) είναι κατακόρυφη, γ) έχει άλλη διεύθυνση.

iii) Το μέτρο της επιτάχυνσης του άκρου Α είναι ίσο:

α) $a_A = a_{cm}$, β) $a_A = a_{cm}\sqrt{2}$ γ) $a_A = 2a_{cm}$,

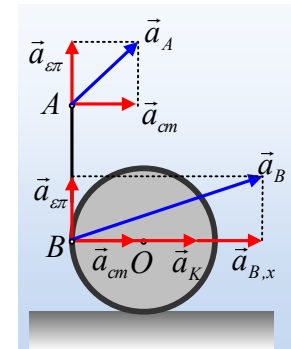
iv) Η επιτάχυνση του σημείου Β:

α) είναι σταθερή, β) μεταβάλλεται.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι επιταχύνσεις των σημείων Α και Β, όπου a_{cm} η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο. Έτσι θεωρώντας την κίνηση του κυλίνδρου σύνθετη, μια μεταφορική με επιτάχυνση a_{cm} και μια στροφική με γωνιακή ταχύτητα ω , το σημείο Β έχει τις εξής επιταχύνσεις:



Επιτάχυνση a_{cm} εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης.

Κεντρομόλο επιτάχυνση $a_K = \omega^2 R$, υπεύθυνη για την αλλαγή στη

διεύθυνση της ταχύτητας, και μια εφαπτομενική επιτάχυνση, την επιτρόχια επιτάχυνση a_{ep} , υπεύθυνη για την μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας του σημείου Β εξαιτίας της κυκλικής του κίνησης γύρω από το Ο. Έτσι η επιτάχυνση του σημείου Β είναι το διανυσματικό άθροισμα των τριών αυτών επιταχύνσεων.

Αντίθετα το άκρο του νήματος Α, επιταχύνεται με τον ίδιο τρόπο που επιταχύνεται και το σημείο Β, εκτός βέβαια της κεντρομόλου επιτάχυνσης a_K . Έτσι η επιτάχυνση του Α είναι το διανυσματικό άθροισμα των επιταχύνσεων a_{ep} και a_{cm} οι οποίες συνδέονται με μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας. Έτσι με βάση και το σχήμα, οι δύο επιταχύνσεις είναι διαφορετικές, σωστό το β).

ii) Με βάση το σχήμα και όσα παραπάνω αναπτύχθηκαν η διεύθυνση της επιτάχυνσης του σημείου Α έχει γ) άλλη διεύθυνση.

iii) Για την κυκλική κίνηση του σημείου Β, γύρω από το Ο ισχύει ότι:

$$v_{\gamma p} = \omega R \rightarrow \frac{dv_{\gamma p}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R \rightarrow a_{\varepsilon\pi} = a_{\gamma\omega} R \quad (1)$$

Αλλά αφού ο κύλινδρος κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει) ισχύει και $a_{cm} = a_{\gamma\omega} R$, οπότε η (1) γίνεται $a_{\varepsilon\pi} = a_{\gamma\omega} R = a_{cm}$. Οπότε το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου A είναι:

$$a_A = \sqrt{a_{cm}^2 + a_{\varepsilon\pi}^2} = \sqrt{a_{cm}^2 + a_{cm}^2} = a_{cm} \sqrt{2}$$

Σωστό το β).

iv) Με βάση το σχήμα η επιτάχυνση του B έχει μέτρο:

$$a_B = \sqrt{a_x^2 + a_{\varepsilon\pi}^2} = \sqrt{(a_{cm} + a_K)^2 + a_{cm}^2}$$

Όμως η κεντρομόλος επιτάχυνση $a_K = \omega^2 R$ αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου, αφού ο κύλινδρος επιταχύνεται, οπότε και το μέτρο της επιτάχυνσης του B αυξάνεται.

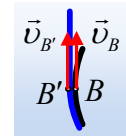
Εξάλλου και η διεύθυνση της επιτάχυνσης αυτής μεταβάλλεται αφού σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{a_{cm}}{a_{cm} + \omega^2 R}$$

Συνεπώς η διεύθυνση της επιτάχυνσης του σημείου B, αλλάζει, αφού μειώνεται η γωνία που σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση.

Σχόλιο:

Κάθε σημείο του νήματος (που δεν συνδέεται με τον κύλινδρο) έχει κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα και την ίδια επιτάχυνση με όλα τα υπόλοιπα σημεία του. Στα προηγούμενα ερωτήματα το σημείο B ήταν σημείο του κυλίνδρου και όχι του νήματος. Έτσι ας δούμε το σημείο B του κυλίνδρου και ένα σημείο B' του νήματος, που βρίσκονται σε επαφή. Τα δύο σημεία έχουν την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα $v_B = v_{B'}$, όπως φαίνονται στο σχήμα (τα σημεία έχουν και οριζόντιες ταχύτητες ίσες με v_{cm} , οι οποίες δεν μας ενδιαφέρουν εδώ). Αλλά ενώ το σημείο B πρόκειται να κινηθεί στην κυκλική τροχιά, το B' θα κινηθεί ευθύγραμμα, με αποτέλεσμα να έχουν διαφορετικές επιταχύνσεις, και $\vec{a}_{B'} = \vec{a}_A$.



dmargaris@gmail.com