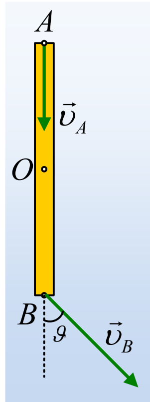
Η κίνηση μιας σανίδας.



Μια λεπτή ομογενής σανίδα κινείται οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή (t=0) βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα (κάτοψη), όπου το άκρο Α έχει ταχύτητα υ_A=4m/s, ενώ η ταχύτητα του άκρου Β σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα της σανίδας, όπου εφθ=1,5.

i) Η κίνηση της σανίδας είναι:

α) Μεταφορική, β) στροφική, γ) σύνθετη.

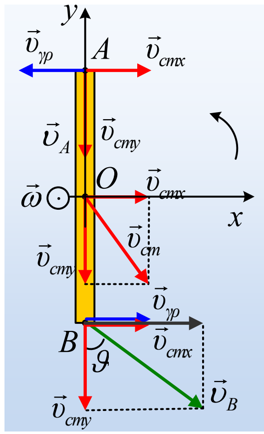
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου Ο της σανίδας.

iii) Σε πόσο χρόνο το άκρο Α θα έχει ξανά την ίδια ταχύτητα υ_A.

Απάντηση:

i) Η κίνηση της σανίδας δεν είναι μεταφορική, αφού τα άκρα της Α και Β δεν έχουν ίσες ταχύτητες. Αν η σανίδα στρέφεται, θα στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της Ο. Αλλά στην περίπτωση αυτή, τα άκρα Α και Β θα πρέπει να εκτελούσαν κυκλική κίνηση με κέντρο το Ο και οι ταχύτητές τους θα ήταν κάθετες στη ράβδο. Άρα η κίνηση δεν είναι στροφική. Έτσι σωστό είναι το γ), θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, οπότε θα μπορέσουμε να την μελετήσουμε ως επαλληλία μιας μεταφορικής κίνησης με ταχύτητα $\upsilon_{cm}=\upsilon_o$ και μιας στροφικής με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το Ο.

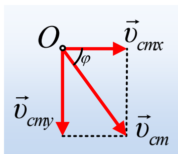


ii) Έστω ότι το κέντρο μάζας Ο της σανίδας κινείται έχοντας ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ όπως στο διπλανό σχήμα. Η ταχύτητα αυτή αναλύεται σε δυο συνιστώσες υ_x και υ_y πάνω στους άξονες x και y που φαίνονται στο σχήμα . Τις ίδιες ταχύτητες (προφανώς με τις ίδιες συνιστώσες) έχουν όλα τα σημεία της σανίδας, άρα και τα άκρα Α και Β. Αλλά για να είναι η ταχύτητα του Α πάνω στον άξονα y, θα πρέπει η σανίδα να στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα ω, έτσι ώστε το άκρο Α να έχει και γραμμική ταχύτητα $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega\cdot R$, αντίθετη της υ_{cmx}.

Παίρνοντας την ταχύτητα στο άκρο Β, όπως στο σχήμα, έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\vartheta=\frac{\upsilon_{Bx}}{\upsilon_{cmy}}\rightarrow\frac{3}{2}=\frac{\upsilon_{cmx}+\upsilon_{\gamma\rho}}{\upsilon_{cmy}}\rightarrow\frac{3}{2}=\frac{2\upsilon_{cmx}}{\upsilon_A}\rightarrow$$

$$\upsilon_{cmx}=\frac{3}{4}\upsilon_A=\frac{3}{4}\cdot 4m/s=3m/s$$



Εξάλλου η ταχύτητα του σημείου Α, είναι ίση με την συνιστώσα υ_{cmy}, οπότε:

$$\upsilon_{cm} = \sqrt{\upsilon_{cmx}^2 + \upsilon_{cmy}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}\, m/s = 5 m/s$$

$$\text{Και } \varepsilon\phi\varphi = \frac{\upsilon_{cmy}}{\upsilon_{cmyx}} = \frac{4}{3}$$

iii) Επιστρέφοντας στο σημείο Α, έχουμε:

$$\upsilon_{A,x} = \upsilon_{cmx} - \upsilon_{\gamma\rho} = 0 \rightarrow \omega \frac{\ell}{2} = \upsilon_{cmx} \rightarrow \omega = \frac{2\upsilon_{cmx}}{\ell} \rightarrow$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 3}{2} rad/s = 3 rad/s$$

Το σημείο Α, θα έχει ξανά την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα $\upsilon_A = \upsilon_{cmy}$, μόλις ολοκληρώσει μια περιστροφή, συνεπώς τη χρονική στιγμή $t_1 = T$, όπου Τ η περίοδος περιστροφής. Αλλά:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3} s \approx 2{,}1 s$$

Συνεπώς τη χρονική στιγμή $t_1 = 2{,}1s$ η σανίδα θα βρεθεί ξανά με τον αρχικό προσανατολισμό, οπότε το άκρο Α θα έχει ξανά την ίδια ταχύτητα, ίση με την υ_{cmy}.

dmargaris@gmail.com