Το πλάτος ταλάντωσης κατά την επιφανειακή συμβολή.

Στην παραπάνω εικόνα, βλέπουμε τη διάδοση ενός κύματος στην επιφάνεια ενός υγρού. Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι όταν απομακρυνόμαστε από την πηγή, το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται. Αυτό δικαιολογείται, αφού καθώς το κύμα απλώνεται στην επιφάνεια, η ενέργεια ταλάντωσης διαμοιράζεται συνεχώς και σε περισσότερα υλικά σημεία.

Έστω τώρα ότι στην επιφάνεια ενός υγρού, έχουμε δύο σύγχρονες πηγές κύματος O_1 και O_2 οι οποίες αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα, τη στιγμή $t_0=0$, με εξισώσεις $y=0{,}05\cdot ημ2πt$ (μονάδες στο S.I.) δημιουργώντας έτσι εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα 0,4m/s. Η απόσταση των δύο πηγών είναι 0,8m. Παρατηρούμε ότι ένα σημείο Μ, στο μέσον της απόστασης των δύο πηγών ταλαντώνεται με πλάτος 8cm.

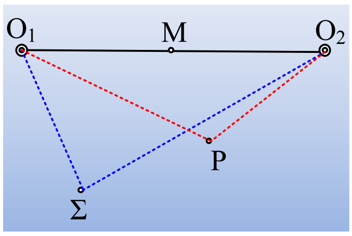
i) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ.

ii) Το σημείο Σ, απέχει αποστάσεις $r_1=0{,}4m$ και $r_2=0{,}8m$ από τις δυο πηγές αντίστοιχα. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων μπορεί να είναι:

α) 0,02m β) 0,04m γ) 0,06m δ) 0,08m

iii) Ένα άλλο σημείο Ρ, απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις $r_1=0{,}6m$ και $r_2=0{,}4m$ αντίστοιχα. Το κύμα από την πρώτη πηγή, φτάνοντας στο σημείο Ρ έχει πλάτος 0,03m. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Ρ, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.

Απάντηση:



i) Το σημείο Μ θα εκτελέσει σύνθετη ταλάντωση εξαιτίας των δύο κυμάτων που συμβάλουν. Εξαιτίας του ενός κύματος θα εκτελέσει αρμονική ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση με εξίσωση $y_1=A_1\cdot ημω(t-t_1)$, όπου t_1 το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί το πρώτο κύμα να διαδοθεί από το O_1 στο Μ, δηλαδή $t_1=\frac{d}{υ}=\frac{0{,}4m}{0{,}4m/s}=1s$. Εξαιτίας τώρα του δεύτερου κύματος θα εκτελέσει επίσης κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y_2=A_2\cdot ημω(t-t_2)$, όπου $t_2=t_1=1s$, αφού ισαπέχει από τις δυο πηγές. Αλλά τότε οι δύο ταλαντώσεις έχουν την ίδια φάση και το αποτέλεσμα της σύνθεσής τους, με βάση την αρχή της επαλληλίας θα είναι:

$$y= y_1+y_2= A_1\cdot ημω(t-t_1)+ A_2\cdot ημω(t-t_1) = (A_1+A_2)\cdot ημ2π(t-t_1) \text{ ή}$$

$$y=0{,}08\cdot ημ2π(t-1) \text{ μονάδες στο S.I.) με } t \geq 1s$$

ii) Το προηγούμενο σημείο Μ ισαπέχει από τις δυο πηγές και το πλάτος κάθε κύματος, θα έχει μειωθεί το ίδιο, συνεπώς το πλάτος ήταν 0,08m, οφειλόμενο σε δυο ίσα πλάτη $A_1=A_2=0{,}04m$. Αλλά τότε και το πλάτος του κύματος από την δεύτερη πηγή που φτάνει στο σημείο Σ θα έχει πλάτος 0,04m.

Το σημείο Σ εκτελεί επίσης σύνθετη ταλάντωση, όπου οι δυο επιμέρους ταλαντώσεις που εκτελεί, έχουν φάσεις:

$$\varphi_1=2\pi(t-t_1)=2\pi\left(t-\frac{r_1}{\upsilon}\right)=2\pi t-2\pi\frac{0{,}4}{0{,}4}=2\pi t-2\pi \quad \text{(rad) για } t\ge\frac{r_1}{\upsilon} \text{ ή } t\ge 1s \text{ και}$$

$$\varphi_2=2\pi(t-t_2)=2\pi\left(t-\frac{r_2}{\upsilon}\right)=2\pi t-2\pi\frac{0{,}8}{0{,}4}=2\pi t-4\pi \quad \text{(rad) για } t\ge\frac{r_2}{\upsilon} \text{ ή } t\ge 2s$$

Συνεπώς οι δύο ταλαντώσεις που θα πραγματοποιήσει το σημείο Σ παρουσιάζουν διαφορά φάσης:

$$\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2=2\pi t-2\pi-2\pi t+4\pi=2\pi \text{ (rad) για } t\ge\frac{r_2}{\upsilon} \text{ ή } t\ge 2s$$

Συνεπώς τα δύο κύματα συμβάλουν σε φάση και το πλάτος ταλάντωσης θα είναι $A=A_1+A_2$.

Αλλά το πλάτος A_1 είναι ίσο με το πλάτος του κύματος που έφτασε και στο Μ, αφού και το σημείο Σ απέχει κατά 0,4m από την πηγή O_1, άρα $A_1=0{,}04m$, ενώ το πλάτος ταλάντωσης εξαιτίας της δεύτερης πηγής, θα είναι μικρότερο, εξαιτίας της μεγαλύτερης απόστασης από την πηγή. Οπότε σωστή απάντηση είναι η γ) A=0,06m

iii) Με τον ίδιο όπως παραπάνω τρόπο, βρίσκουμε τη διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων που θα εκτελέσει το σημείο Ρ, μετά την συμβολή:

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=2\pi\left(t-\frac{r_2}{\upsilon}\right)-2\pi\left(t-\frac{r_1}{\upsilon}\right)=2\pi t-2\pi\frac{0{,}4}{0{,}4}-2\pi t+2\pi\frac{0{,}6}{0{,}4}=\pi \quad \text{για } t\ge\frac{r_1}{\upsilon} \text{ ή } t\ge 1{,}5s$$

Οπότε το πλάτος ταλάντωσης θα είναι ίσο με τη διαφορά των δύο πλατών, $A=|A_1-A_2|$, όπου το $A_2=0{,}04m$, συνεπώς $A=|0{,}03m-0{,}04m|=0{,}01m$, ενώ η φάση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι ίση με τη φάση της ταλάντωσης με το μεγαλύτερο πλάτος, δηλαδή εδώ με τη φάση του κύματος από την πηγή O_2, οπότε:

$$y_P=0{,}01\cdot\eta\mu(2\pi t-2\pi) \quad \text{με } t\ge\frac{r_1}{\upsilon} \text{ ή } t\ge 1{,}5s$$

Σχόλια:

1) Η αντιμετώπιση του προβλήματος στηρίχθηκε καθαρά στη σύνθεση ταλαντώσεων και όχι στη μελέτη της συμβολής των κυμάτων, αφού τα διαδιδόμενα κύματα δεν διατηρούν σταθερό πλάτος. Εξάλλου γενικότερα η συμβολή δεν είναι τίποτα περισσότερο από σύνθεση ταλαντώσεων!

2) Απαιτείται προσοχή στον υπολογισμό της διαφοράς φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων που εκτελεί κάθε σημείο. Όσο μικρότερη απόσταση του σημείου από μια πηγή, τόσο συντομότερα θα φτάσει το κύμα, οπότε η απομάκρυνση της ταλάντωσής του, θα έχει και μεγαλύτερη φάση.

3) Αν τα δύο κύματα διαδιδόταν χωρίς μείωση του πλάτους, το σημείο Ρ, θα παρέμενε ακίνητο, αφού θα βρισκόταν πάνω σε υπερβολή απόσβεσης. Πράγματι r_1-r_2=0,6m-0,4m=0,2m= ½ λ, από τη στιγμή όμως που τα πλάτη είναι διαφορετικά, βρήκαμε τελικά ότι το πλάτος είναι ίσο με την διαφορά των δύο πλατών.

dmargaris@sch.gr