

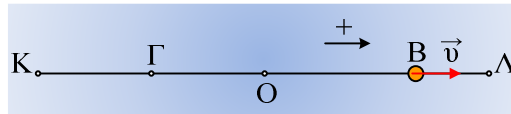
Ταλάντωση και ρυθμός μεταβολής της ορμής.

Ένα υλικό σημείο, μάζας $m=0,2\text{kg}$, εκτελεί ΑΑΤ και η εξίσωση της ταχύτητάς του είναι $v=2\text{συν}(5t+\pi/3)$ (μονάδες στο S.I.).

- i) Να βρεθεί ποιες χρονικές στιγμές το σώμα περνά για πρώτη και δεύτερη φορά από την θέση $x=-0,2\text{m}$.
- ii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

Απάντηση:

Στο σχήμα φαίνεται η ταλάντωση του σώματος μεταξύ των ακραίων θέσεων ΚΛ και η θέση του Β τη στιγμή $t=0$, ενώ η θέση Γ, είναι η θέση με απομάκρυνση $x=-0,2\text{m}$.



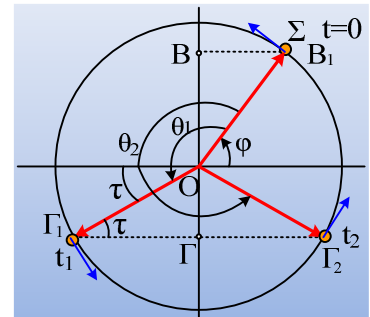
Η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι της μορφής $x=A\cdot\eta\mu(5t+\frac{\pi}{3})$, ενώ το πλάτος της ταχύτητας είναι:

$$v_{\max}=\omega\cdot A \rightarrow A=\frac{v_{\max}}{\omega}=\frac{2}{5}m=0,4m$$

Κατά συνέπεια η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x=0,4\cdot\eta\mu\left(5t+\frac{\pi}{3}\right)$ (S.I.) και τη στιγμή που φτάνει στη

θέση Γ, βρίσκεται σε απομάκρυνση $x=-\frac{1}{2}A$.

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τον κύκλο αναφοράς της ταλάντωσης, όπου το σώμα Σ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και τη χρονική στιγμή $t=0$ περνά από την θέση B_1 , ενώ η προβολή του Σ στην κατακόρυφη διεύθυνση εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Κατά συνέπεια το σώμα που εκτελεί την ταλάντωση Σ', περνά από τη θέση Γ, τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 , όπου η φάση του έχει αυξηθεί κατά θ_1 και θ_2 . Αλλά στο τρίγωνο ΟΓΓ₁ η ΟΓ είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας ΟΓ₁, συνεπώς η γωνία $\tau=\frac{\pi}{6}$, αλλά τότε:



της υποτείνουσας ΟΓ₁, συνεπώς η γωνία $\tau=\frac{\pi}{6}$, αλλά τότε:

$$\theta_1=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}, \text{ ενώ } \theta_2=\frac{\pi}{6}+\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Αλλά } \omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \rightarrow$$

$$t_1=\frac{\theta_1}{\omega}=\frac{\frac{5\pi}{6}}{\frac{2\pi}{5}}s=\frac{\pi}{6}s\approx 0,52s \text{ και } t_2=\frac{\theta_2}{\omega}=\frac{\frac{3\pi}{2}}{\frac{2\pi}{5}}s=\frac{3\pi}{10}s\approx 0,94s$$

- ii) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F},$$

οπότε τη στιγμή t_1 που το σώμα περνά από το σημείο Γ κινούμενο προς τα αριστερά έχουμε:

$$\frac{dP}{dt} = ma = -m\omega^2 x = -0,2 \cdot 5^2 \cdot (-0,2) \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = +1 \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

Αλλά και τη στιγμή t_2 που το σώμα ξαναπερνά από τη θέση Γ , κινούμενο προς τα δεξιά:

$$\frac{dP}{dt} = ma = -m\omega^2 x = -0,2 \cdot 5^2 \cdot (-0,2) \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = +1 \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

Σχόλιο:

Η ορμή είναι διάνυσμα, οπότε και ο ρυθμός μεταβολής της, είναι επίσης διάνυσμα (η συνισταμένη δύναμη), όπου στη θέση Γ σαν δύναμη επαναφοράς, έχει κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας. Έτσι στον παραπάνω υπολογισμό βρήκαμε θετικό ρυθμό και τις δύο χρονικές στιγμές, ανεξάρτητα από την φορά κίνησης. Δεν πρέπει να συγχέεται ο παραπάνω ρυθμός με το τι συμβαίνει με το μέτρο της ορμής του σώματος, όπου τη στιγμή t_1 μειώνεται, ενώ αντίθετα τη στιγμή t_2 το σώμα επιταχύνεται προς τα δεξιά και το μέτρο της ορμής του αυξάνεται.

dmargaris@sch.gr