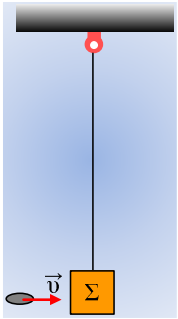
Τάση του νήματος μετά από κρούση.



Ένα ξύλινο σώμα Σ μάζας M=950g κρέμεται από νήμα μήκους 2,5m. Ένα βήμα μάζας m=50g που κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1= 100m/s σφηνώνεται στο Σ.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

ii) Ποια η ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης του νήματος, ώστε αυτό να μην σπάσει;

iii) Ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος;

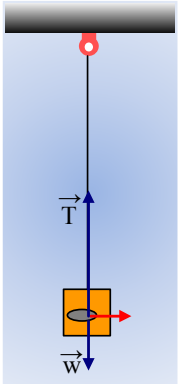
Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Από την ΑΔΟ για την πλαστική κρούση παίρνουμε:

$$m\cdot\upsilon_1 = (M+m)\cdot\upsilon_\kappa \text{ οπότε:}$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{m\upsilon_1}{M+m} = \frac{0{,}05\cdot 100}{1} m/s = 5m/s.$$



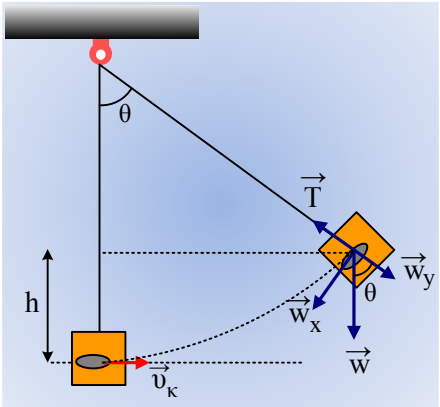
ii) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση, είναι η τάση του νήματος και το βάρος. Η συνισταμένη είναι ίση με την κεντρομόλο δύναμη.

$$\sum F = (M+m)\frac{\upsilon^2}{R} \text{ ή}$$

$$T - w = (M+m)\frac{\upsilon^2}{\ell} \text{ ή}$$

$$T = (M+m)g + (M+m)\frac{\upsilon^2}{\ell} = 10N + 1\frac{5^2}{2{,}5}N = 20N$$

Μόλις το σώμα κινείται προς τα πάνω, η τάση του νήματος θα μειώνεται*, συνεπώς η μέγιστη τιμή της τάσης είναι αμέσως μετά την κρούση, δηλαδή T_{max}=20N, οπότε το όριο θραύσεως πρέπει να είναι $T_{θρ}$>20N.



iii) Το συσσωμάτωμα θα φτάσει σε μέγιστο ύψος h, το οποίο υπολογίζουμε εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ, θεωρώντας την χαμηλότερη θέση σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

$$K_1+U_1 = K_2 + U_2 \text{ ή}$$

$$\tfrac{1}{2}(M+m)\cdot\upsilon_\kappa^2 + 0 = 0 + (M+m)\cdot g\cdot h$$

$$h = \frac{\upsilon_\kappa^2}{2g} = \frac{5^2}{2\cdot 10}m = 1{,}25m.$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση μηδενισμού της ταχύτητας, είναι το βάρος και η τάση του νήματος. Αναλύουμε το βάρος σε δυο συνιστώσες w_y στην διεύθυνση της ακτίνας και w_x στην διεύθυνση της εφαπτόμενης και έχουμε:

$$\sum F_y = (M+m)\frac{\upsilon^2}{R} = 0 \text{ ή}$$

$$T_{min} = (M+m)\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\theta = (M+m)\cdot g\cdot \frac{\ell - h}{\ell} = 10\frac{2,5-1,25}{2,5}N = 5N$$

Σχόλιο.

*Καθώς το σώμα ανέρχεται, η τάση του νήματος μειώνεται. Πράγματι σε κάθε θέση θα ισχύει:

$$\sum F_y = (M+m)\frac{\upsilon^2}{R} \text{ ή}$$

$$T - (M+m)g\cdot\sigma\upsilon\nu\theta = (M+m)\frac{\upsilon^2}{R} \text{ ή}$$

$$T = (M+m)g\cdot\sigma\upsilon\nu\theta + (M+m)\frac{\upsilon^2}{R}$$

Καθώς όμως ανεβαίνει το σώμα, το συνθ μειώνεται, όπως επίσης μειώνεται και η ταχύτητα, κατά συνέπεια μειώνεται και η τάση του νήματος. Έτσι η μεγαλύτερη τιμή της, είναι στην κατακόρυφη θέση και ενώ αντίθετα στην ανώτερη θέση, η τιμή της τάσης γίνεται ελάχιστη.

dmargaris@sch.gr