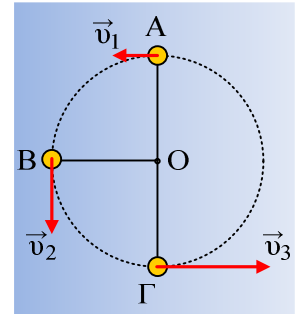


Ένα σώμα διαγράφει κατακόρυφο κύκλο.

Ένα σώμα μάζας 0,2kg διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, κέντρου O, δεμένο στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους $L=1\text{m}$, όπως στο σχήμα. Το σώμα έχει ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ στο ανώτερο σημείο A της τροχιάς του.



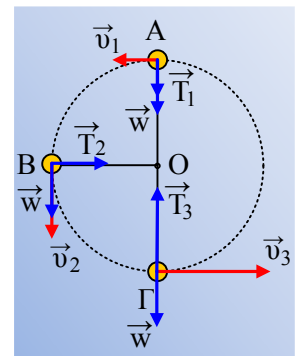
- i) Να βρεθεί η τάση του νήματος στη θέση A.
- ii) Να βρεθεί επίσης η τάση του νήματος:
 - α) στην οριζόντια θέση B και
 - β) στο κατώτερο σημείο Γ.

iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σώματος στις θέσεις B και Γ;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και στις τρεις θέσεις.



i) Για την θέση A:

$$\Sigma F=ma \rightarrow w + T_1 = m \frac{v_1^2}{R} \rightarrow$$

$$T_1 = m \frac{v_1^2}{L} - mg = 0,2 \frac{4^2}{1} \text{N} - 0,2 \cdot 10 \text{N} = 1,2 \text{N}$$

ii) Η μόνη δύναμη που παράγει έργο μεταξύ των θέσεων A και B, είναι το βάρος, μια συντηρητική δύναμη, συνεπώς η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

α) Θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στη θέση B, παίρνουμε:

$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgL = \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gL \quad (1)$$

Αλλά η τάση του νήματος στη θέση B, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου:

$$T_2 = m \frac{v_2^2}{R} \xrightarrow{(1)} T_2 = m \frac{v_1^2 + 2gL}{L} \rightarrow$$

$$T_2 = m \frac{v_1^2 + 2gL}{L} = 0,2 \frac{4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1}{1} \text{N} = 7,2 \text{N}$$

β) Θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη χαμηλότερη θέση της τροχιάς του Γ, παίρνουμε:

$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mg \cdot 2L = \frac{1}{2} m v_3^2 \rightarrow$$

$$v_3^2 = v_1^2 + 4gL \quad (1)$$

Αλλά για την κεντρομόλο δύναμη στη θέση Γ έχουμε:

$$T_3 - w = m \frac{v_3^2}{R} \rightarrow$$

$$T_3 = mg + m \frac{v_1^2 + 4gL}{L} = 0,2 \cdot 10N + 0,2 \frac{4^2 + 4 \cdot 10 \cdot 1}{1} N = 13,2N$$

iii) Στη θέση Β, η τάση του νήματος είδαμε ότι λειτουργεί ως κεντρομόλος, μεταβάλλοντας την διεύθυνση της ταχύτητας. Και το βάρος; Και αυτό προκαλεί επιτάχυνση ίση με g !, η οποία έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας και η οποία προκαλεί αύξηση του μέτρου της ταχύτητας. Αυτή η επιτάχυνση ονομάζεται **επιτόρξια επιτάχυνση**. Συνεπώς:

$$\frac{d|v|}{dt} = \frac{\sum F_{εφαπτ}}{m} = \frac{mg}{m} = 10 \frac{m/s}{s} = 10m/s^2$$

Αντίστοιχα στην θέση Γ, δεν υπάρχει δύναμη με οριζόντια διεύθυνση, συνεπώς ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι μηδενικός. Δηλαδή:

$$\frac{d|v|_{\Gamma}}{dt} = \frac{\sum F_{εφαπτ}}{m} = 0$$

Σχόλιο:

Αν προσέξουμε τις ταχύτητες στις διάφορες θέσεις, θα δούμε ότι το σώμα αυξάνει την ταχύτητά του καθώς πέφτει από την θέση Α προς τα κάτω. Αυτή η αύξηση προκαλείται από το βάρος (ή καλύτερα από την συνιστώσα του βάρους που είναι εφαπτόμενη στην τροχιά), με αποτέλεσμα το σώμα να έχει μέγιστη ταχύτητα στην κατώτερη θέση Γ. Από εκεί και πέρα αρχίζει να επιβραδύνεται για να φτάσει με την ελάχιστη ταχύτητά του στην κορυφή Α.

dmargaris@sch.gr