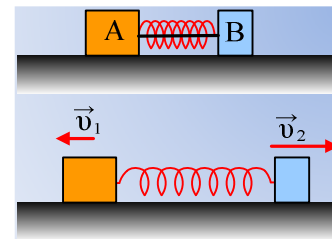


Ένα μονωμένο σύστημα.

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται στις άκρες συσπειρωμένου ιδανικού ελατηρίου, αμελητέας μάζας, δεμένες με νήμα, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα αρχίζουν να κινούνται. Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει συσπείρωση 4cm και το σώμα Α έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=0,5\text{m/s}$. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=100\text{N/m}$, να βρεθούν για την στιγμή t_1 :

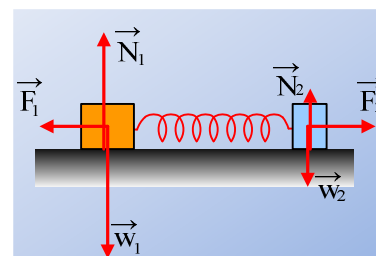


- i) Η ταχύτητα του σώματος Β.
- ii) Η επιτάχυνση κάθε σώματος.
- iii) Η συνολική ενέργεια που έχει προσφέρει στα σώματα το ελατήριο, μέχρι τη στιγμή t_1 .

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα, όπου F_1 και F_2 οι δυνάμεις που ασκεί το ελατήριο, οι οποίες σύμφωνα με το νόμο Hooke έχουν ίσα μέτρα $F_1=F_2=F=k\cdot\Delta l$.

Αν πάρουμε τώρα το σύστημα σώμα Α-σώμα Β- ελατήριο, για τις εξωτερικές δυνάμεις έχουμε $N_1-w_1=0$ και $N_2-w_2=0$, δηλαδή η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική. Το σύστημα λοιπόν είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του παραμένει σταθερή.



- i) Θεωρώντας αρχική κατάσταση, τη στιγμή που κόβουμε το νήμα και τελική την στιγμή t_1 , έχουμε:

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Θεωρώντας τώρα την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, εξίσωση η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$0 = -m_1v_1 + m_2v_2$$

$$v_2 = \frac{m_1v_1}{m_2} = \frac{4 \cdot 0,5}{1} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

- ii) Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$F = ma \rightarrow$$

$$a_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{-k\Delta l}{m_1} = \frac{-100 \cdot 0,04}{4} \text{ m/s}^2 = -1 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = \frac{F_2}{m_1} = \frac{k\Delta l}{m_1} = \frac{100 \cdot 0,04}{1} \text{ m/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2$$

- iii) Τη στιγμή t_1 τα σώματα έχουν κινητική ενέργεια:

$$K_{\text{ολ}} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \rightarrow$$

$$K_{ολ} = \frac{1}{2} 4 \cdot 0,5^2 J + \frac{1}{2} 1 \cdot 2^2 J = 2,5 J$$

Την ενέργεια αυτή τα σώματα απέκτησαν, μέσω των έργων των δυνάμεων που δέχτηκαν από το ελατήριο, συνεπώς τόση είναι η ενέργεια που δόθηκε στα σώματα, από το ελατήριο.

Σχόλιο:

Οι τιμές των επιταχύνσεων που υπολογίστηκαν παραπάνω είναι αλγεβρικές, πράγμα που σημαίνει ότι τα μέτρα των επιταχύνσεων είναι 1m/s^2 και 4m/s^2 και το (-) στην τιμή της επιτάχυνσης a_1 δείχνει ότι έχει κατεύθυνση προς την αρνητική κατεύθυνση (προς τ' αριστερά). Το σώμα Α επιταχύνεται απλά προς τ' αριστερά.

dmargaris@sch.gr