

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
2<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ  
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ  
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΥΤΙΛΗΝΗ 1/6/10  
ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ :

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α) Έστω  $Oxy$  ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και  $A(x_0, \psi_0)$  ένα σημείο του επιπέδου. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon$ ) που διέρχεται από το  $A$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$ . (9 μονάδες)

Β) Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο μη μηδενικών διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . (6 μονάδες)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) η ευθεία με εξίσωση  $Ax + B\psi + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (B, -A)$ .

β) η εξίσωση  $\frac{x^2}{4} - \frac{\psi^2}{9} = -1$  παριστάνει υπερβολή

γ) η εξίσωση της παραβολής  $C$  με εστία  $E(\frac{p}{2}, 0)$  και διευθετούσα  $\delta: x = -\frac{p}{2}$

είναι  $\psi^2 = 2px$

δ) αν  $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \parallel \gamma\gamma'$  τότε ισχύει  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 + \lambda_2 = -1$  όπου  $\lambda_1 = \lambda_{\vec{\alpha}}$  και  $\lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$

ε) κάθε κύκλος με ακτίνα  $r=1$  ονομάζεται μοναδιαίος.

(5x2=10 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται η έλλειψη  $C: \frac{x^2}{16} + \frac{\psi^2}{25} = 1$ . Να βρείτε:

Α) τις εστίες  $E$  και  $E'$  (9 μονάδες)

Β) τα μήκη των αξόνων (9 μονάδες)

Γ) την εξίσωση της εφαπτόμενης της έλλειψης στο σημείο  $B(4, 0)$ .

(7 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  και  $\vec{u} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ ,  $\vec{v} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$  έτσι ώστε:  
 $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ ,  $\vec{u} \perp \vec{v}$  και  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{6}$

A) Να αποδείξετε ότι  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6(1 - |\vec{\beta}|^2)$  (9 μονάδες)

B) Να αποδείξετε ότι  $|\vec{\beta}| = 1$ . (7 μονάδες)

Γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $\vec{u}$ . (9 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Θεωρούμε την εξίσωση  $x^2 + \psi^2 - 4ax - 2a\psi + 4a^2 - a - 1 = 0$ , όπου  $a$  πραγματικός αριθμός.

A) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$  (6 μονάδες)

B) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του (5 μονάδες)

Γ) Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του  $a \in \mathbb{R}$  τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται πάνω σε ευθεία της οποίας να βρείτε την εξίσωση. (6 μονάδες)

Δ)

1. Να δείξετε ότι για  $a=0$  ή για  $a=-1$  η ακτίνα του κύκλου αυτού είναι ίση με 1. (5 μονάδες)

2. Για την μεγαλύτερη τιμή του  $a$  του προηγούμενου ερωτήματος να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης του κύκλου στο σημείο  $M(0,1)$ . (3 μονάδες)

Καλή επιτυχία!



ο εξεταστής