

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Επανάληψη 2020 -2021



ΑΝΔΡΕΣΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ

A. ΑΛΓΕΒΡΑ

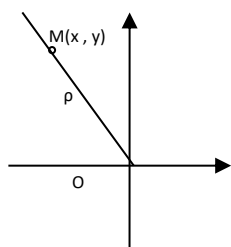
1. Τι ονομάζουμε δύναμη με βάση ένα πραγματικό αριθμό a και εκθέτη ένα φυσικό αριθμό n ; Ποιες οι ιδιότητες των δυνάμεων ; **ΣΕΛ 17**
2. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός πραγματικού αριθμού ; Ποιες είναι οι ιδιότητες των ριζών ; Αποδείξτε τις .**ΣΕΛ 20 - 21**
3. Ποιες παραστάσεις λέγονται αλγεβρικές; Τι ονομάζουμε αλγεβρική τιμή μιας παράστασης ; Ποιες αλγεβρικές παραστάσεις λέγονται μονώνυμα , και ποια τα 2 βασικά στοιχεία του;Πότε δυο μονώνυμα λέγονται όμοια; Πότε αντίθετα; Πότε ίσα;Ποια μονώνυμα λέγονται σταθερά ;**ΣΕΛ 26**
4. Πώς γίνεται η πρόσθεση , ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση μονωνύμων;**ΣΕΛ 30**
5. Τι ονομάζουμε πολυώνυμο; Τι είναι βαθμός του πολυωνύμου; Ποιο πολυώνυμο λέμε σταθερό ; ποιο μηδενικό ; Πότε δυο πολυώνυμα λέμε ότι είναι ίσα; Τι είναι η αναγωγή ομοίων όρων ; Πώς γίνεται η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός πολυωνύμων; **ΣΕΛ 33-34**
6. Πώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός μονώνυμου με πολυώνυμο και ο και πολλαπλασιασμός πολυωνύμων;**ΣΕΛ 38**
7. Τι ονομάζουμε ταυτότητα;Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες:
 $(\alpha+\beta)^2=.....$ $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=.....$ $\alpha^2-\beta^2=.....$
 $(\alpha+\beta)^3=.....$ $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3=.....$
 Να αποδείξετε τις ταυτότητες όλες. **ΣΕΛ 43-44**
8. Τι ονομάζουμε παραγοντοποίηση ; Ποιοι είναι οι 6 τρόποι παραγοντοποίησης ; Δώστε απο ένα παράδειγμα **ΣΕΛ 53 - 57**
9. Τί είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο και ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης δύο η περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων και πως τα βρίσκουμε ;**ΣΕΛ 68**
10. Ποιες παραστάσεις λέγονται ρητές αλγεβρικές παραστάσεις; Πώς τις απλοποιούμε; **ΣΕΛ 71-72**
11. Πώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση ρητών παραστάσεων;**ΣΕΛ 75**
12. Πώς γίνεται η πρόσθεση και η αφαίρεση ρητών παραστάσεων;**ΣΕΛ 78**
13. Πώς λύνονται οι εξισώσεις $a\chi+\beta=0$ (**Πινακάκι σελ 86**)

14. Ποία εξίσωση λέγεται εξίσωση 2ου βαθμού με ένα άγνωστο ; **(ΣΕΛ 90)**
15. Πώς λύνουμε την εξίσωση $ax^2+bx = 0, a \neq 0$ **(ΣΕΛ 90)**
16. Πώς λύνουμε την εξίσωση $ax^2+\gamma = 0, a \neq 0$ **(ΣΕΛ 91)**
17. α) Ποιον αριθμό ονομάζουμε διακρίνουσα στην εξίσωση $ax^2+bx+\gamma=0, a \neq 0$;
 β) Ποιες είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0, a \neq 0$ όταν $\Delta > 0$;
 γ) Ποιες είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0, a \neq 0$ όταν $\Delta = 0$;
 δ) Ποιες είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0, a \neq 0$ όταν $\Delta < 0$;
(ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΕΛ 94)
18. Ποιες οι ιδιότητες της διάταξης ; **(ΣΕΛ 111-112)**
19. Πώς λύνω τις ανισώσεις πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο; **ΣΕΛ 113**
-
20. Τι είναι η γραμμική εξίσωση με δυο αγνώστους ; Τι είναι λύση μιας τέτοιας εξίσωσης; **(ΣΕΛ 124)**
21. Αν ένα σημείο ανήκει σε μια ευθεία τότε οι συντεταγμένες του **(ΣΕΛ 123)**
22. Αν οι συντεταγμένες ενός σημείου επαληθεύουν την εξίσωση μιας ευθείας , τότε το σημείο **(ΣΕΛ 123)**
23. Η εξίσωση $y = k$, παριστάνει μια ευθεία παράλληλη στον άξονα , ενώ αν $k = 0$ είναι ο άξονας..... **(ΣΕΛ 123)**
24. Η εξίσωση $x = k$, παριστάνει μια ευθεία παράλληλη στον άξονα , ενώ αν $k = 0$ είναι ο άξονας..... **(ΣΕΛ 124)**
25. Τι ονομάζεται γραμμικό σύστημα 2 εξισώσεων με δυο αγνώστους; **(ΣΕΛ 128)**
26. Τι ονομάζουμε λύση ενός τέτοιου συστήματος ; **(ΣΕΛ 128)**
27. Πότε ένα γραμμικό σύστημα 2 εξισώσεων με δυο αγνώστους είναι αδύνατο , πότε αόριστο και πότε λέμε ότι έχει μοναδική λύση; **(ΣΕΛ 128-129)**
28. Ποιοι είναι οι δύο τρόποι αλγεβρικής επίλυσης γραμμικού συστήματος ; **(ΣΕΛ 133)**

B. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

29. Ποια ονομάζουμε κύρια στοιχεία ενός τριγώνου και ποια δευτερεύοντα; **ΣΕΛ 186**
30. Ποιο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ; **ΣΕΛ 186**
31. Ποια τα είδη τριγώνου ανάλογα με το είδος των γωνιών του ; **ΣΕΛ 186**
32. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ορθογώνιο, οξυγώνιο, αμβλυγώνιο; **ΣΕΛ 186**
33. Ποια τα είδη τριγώνου ανάλογα με το είδος των πλευρών του ; **ΣΕΛ 186**
34. Πότε ένα τρίγωνο λέγεται σκαληνό , ισοσκελές, ισόπλευρο; **ΣΕΛ 187**

35. Τι ονομάζουμε διάμεσο , διχοτόμο , ύψος ενός τριγώνου ; **ΣΕΛ 187**
36. Πότε δυο τρίγωνα λέγονται ίσα; **ΣΕΛ 187**
37. Να αναφέρετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων; **ΣΕΛ 188-189)**
38. Πότε δυο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα ; (**ΠΙΝΑΚΑΚΙ ΣΕΛ 190**)
39. Τι γνωρίζετε για την διχοτόμο προς την βάση ισοσκελούς τριγώνου; (**ΣΕΛ 191**)
40. Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που πρόσκεινται στην βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου ; (**ΣΕΛ 191**)
41. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις : (**ΣΕΛ 191-192**)
- i.Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος από τα άκρα του
- ii.Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος ανήκει πάνω στην
- iii.Κάθε σημείο της διχοτόμου ενός μιάς γωνίας ισαπέχει από
- iv.Κάθε εσωτερικό σημείο μιας γωνίας που ισαπέχει από της πλευρές της είναι σημείο της
42. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις: **ΣΕΛ 198 - 199**
- Π1: Όταν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα πάνω σε μια ευθεία που τις τέμνει τότε
- Π3: Αν από το μέσο πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε παράλληλη προς μια πλευρά του τότε
43. Τι ονομάζουμε λόγο ενός ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ προς το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ; Με τι ισούται αυτός ο λόγος ; **ΣΕΛ 200**
44. Πότε τα ευθύγραμμα τμήματα α, γ είναι ανάλογα με τα ευθύγραμμα τμήματα β, δ; Τι είναι η αναλογία; **ΣΕΛ 201**
- ~~45. Ποιες οι ιδιότητες των αναλογιών; **ΣΕΛ 201**~~
46. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών ενός τριγώνου (**εφαρμογή 2 σελ 202**)
47. Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με (**εφαρμογή 3 σελ 202**)
48. Πότε δυο πολύγωνα λέγονται όμοια; Ποιές πλευρές λέγονται ομόλογες ; Τι είναι ο λόγος ομοιότητας (**ΣΕΛ 215 - 216**)
49. Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή (**ΣΕΛ 206**)
50. Πότε δυο τρίγωνα λέγονται όμοια; Πότε δυο τρίγωνα είναι όμοια; (**ΣΕΛ 220**)



51. Με τη βοήθεια του σχήματος να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω

$\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi\omega$ **(ΣΕΛ 233)**

52. Αν η γωνία είναι οξεία τότε : $x \dots 0$, $y \dots 0$, $\rho \dots 0$ άρα
 $\eta\mu\omega \dots 0$, $\sigma\upsilon\nu\omega \dots 0$, $\epsilon\phi\omega \dots 0$

Αν η γωνία είναι αμβλεία τότε : $x \dots 0$, $y \dots 0$, $\rho \dots 0$ άρα
 $\eta\mu\omega \dots 0$, $\sigma\upsilon\nu\omega \dots 0$, $\epsilon\phi\omega \dots 0$ **(ΣΕΛ 233)**

53. Να συμπληρώσετε τον πίνακα **(ΣΕΛ 233 -234)**

	0	30°	45°	60°	90°	180°
$\eta\mu\omega$						
$\sigma\upsilon\nu\omega$						
$\epsilon\phi\omega$						

54. $\eta\mu(180-\omega) = \dots\dots\dots$ $\sigma\upsilon\nu(180-\omega) = \dots\dots\dots$ $\epsilon\phi(180-\omega) = \dots\dots\dots$ **(ΣΕΛ 237)**

55. Να δείξετε την ισότητα $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ και την $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \epsilon\phi\omega$ **(ΣΕΛ 240)**

56. Να διατυπώσετε τους νόμους ημιτόνων και συνημιτόνων **(ΣΕΛ 244-245)**

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \frac{\sqrt{20} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{12}}{\sqrt{45} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{27}}$

2. Να κάνετε τις πράξεις :

α) $\sqrt{2} \cdot (3\sqrt{8} - \sqrt{50})$

β) $\sqrt{3} \cdot (5\sqrt{12} - \sqrt{27})$

γ) $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

δ) $(1 - \sqrt{5}) \cdot (1 + \sqrt{5})$

3. Χρησιμοποιώντας τις αξιοσημείωτες ταυτότητες να βρείτε τα αναπτύγματα στα παρακάτω

$(x+3)^2$

$(\psi-2)^2$

$(x+1)^2$

$(\alpha+\frac{2}{3})^2$

$(x+\frac{1}{x})^2$

$(\frac{x}{3} + \frac{y}{2})^2$

$(2x-3)^2$

$(x+2\psi)^2$

$(4x-3\psi)^2$

$(x+3)(x-3)$

$(2x-1)(2x+1)$

$(4x-3\psi)(4x+3\psi)$

$(x-\frac{2}{y})(x+\frac{2}{y})$

$(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{3})(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3})$

$(x+2)^3$

$(x-1)^3 =$

$(3x-2)^3$

$(\frac{x}{2} - 3)^3$

4. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $A = 2(x-2)^2 - (x+3)^2 - (x-2)(x-3)$

(Απάντηση: $A = -9x - 7$)

β) $B = (3x-4)^2 + (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4)$

(Απάντηση $B = 64$.)

5. Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

α) $(x-1)(x+1)^3 - 2x(x-1)(x+1) = x^4 - 1$

β) $(\alpha - 3\beta)^2 + (3\alpha + 2\beta)(3\alpha - 2\beta) - (3\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + 4\beta^2$

γ) $\alpha(\alpha + 3\beta)^2 - \beta(\beta + 3\alpha)^2 = (\alpha - \beta)^3$

6. Δίνεται η παράσταση $A = (x+y)^2 + (2x-y)^2 - (x-y)(x+y) - x^2$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 3x^2 + 3y^2 - 2xy$

β) Αν $x = \sqrt{2} - 1$ και $y = \sqrt{2} + 1$, να δείξετε ότι $A = 16$

7. Αν $\alpha = \sqrt{8} + \sqrt{2}$ και $\beta = \sqrt{8} - \sqrt{2}$ να αποδείξετε ότι :

α) $\alpha^2 + \beta^2 = 16$ β) $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 14$

8. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές $2 + \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$ και $2 \cdot \sqrt{3}$ είναι ορθογώνιο

9. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $x^2 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$ ii. $x^2 - 6\alpha x + 9\alpha^2 - 25\psi^2$
 iii. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$ iv. $\alpha^2 - \beta^2 + 4\beta - 4$
 v. $x^2 + 4x\psi + 4\psi^2 - 9$ vi. $x^2 + 6x + 9 - \psi^2 + 2\psi - 1$

10. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2$ ii. $25\alpha^2 x^4 - 4\beta^2$
 iii. $(4x + 2y)^2 - (2x - 3y)^2$ iv. $3\alpha^3\beta - 27\alpha\beta^3$
 v. $(\alpha^2 + 1)^2 - 4\alpha^2$ vi. $5x^5 - 20xy^3$

11. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(x - y) - (\alpha + \beta)^2 \cdot (x - y)$ ii. $x^2 y^2 - 9y^2 - x^2 + 9$
 iii. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - x^2 + 4x - 4$ iv. $y^2 + 2x - x^2 - 1$
 v. $4(x + 2y)^2 - 9(3x - y)^2$

12. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(3x - 6) \cdot (x^2 - 1) - (5x - 10) \cdot (x - 1)^2$
 ii. $5(4 - x^2) - (x - 2)^2$
 iii. $(\alpha^2 - 9) - (\alpha + 3)^2$

13. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

$A = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ $B = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ $\Gamma = \frac{x - 3\chi}{x^2 - 9}$
 $\Delta = \frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 2}$ $E = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{4\alpha + 8\beta} \cdot \frac{\alpha^2 + 2\alpha\beta}{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2}$

14. Α) Να αναλύσετε σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

$3x^2 - 6x$, $x^2 + 4x + 4$, $2x^2 - 8$, $(2x + 1)^2 - (4x - 1)^2$

Β) Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$A = \frac{3x^2 - 6x}{2x^2 - 8}$, $B = \frac{(2x + 1)^2 - (4x - 1)^2}{x^2 + 4x + 4}$

15. Στις παρακάτω να κάνετε τις πράξεις:

α. $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x} \cdot \frac{x^2 - 9}{3x - 3}$ (Απ : $\frac{x^2 + 4x + 3}{3x}$)

$$\beta. \frac{6}{x^3} : \left(-\frac{3}{x^2}\right) \quad (\text{Απ: } -\frac{2}{x})$$

$$\gamma. \frac{x^2-49}{x^2} : \frac{5x-35}{x} \quad (\text{Απ: } \frac{x+7}{5x})$$

$$\delta. \frac{3\omega+6}{\omega^2-4} - \frac{4}{2\omega-4} \quad (\text{Απ: } \frac{1}{\omega-2})$$

$$\epsilon. \frac{\alpha}{\alpha+2} - \frac{2}{\alpha-2} - \frac{\alpha^2+4}{\alpha^2-4} \quad (\text{Απ: } \frac{4}{2-\alpha})$$

$$\sigma\tau. \frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x} \quad (\text{Απ: } \frac{1}{x(x+1)})$$

$$\zeta. \frac{1-\alpha}{12} \cdot \frac{4}{1-\alpha^2} - \frac{\alpha^2-1}{2-2\alpha} + \frac{1-3\alpha^2}{6\alpha+6} \quad (\text{Απ: } 1)$$

$$\eta. \frac{a-1}{a^2-4a+4} - \frac{a}{a-2} + \frac{1}{a^2-2a} \quad (\text{Απ: } \frac{-\alpha^3+3\alpha^2+2}{\alpha(\alpha-2)^2})$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

16. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

$$\alpha. (x-3)^2 - x(x-2) = -1$$

$$\sigma\tau. 9x^2 - 25 = 0$$

$$\beta. (x-2)(x+1) = 0$$

$$\zeta. x^2 - 1 = 0$$

$$\gamma. (3x-2)(x+5) = 0$$

$$\eta. x^3 - x = 0$$

$$\delta. 3x^2 - 6x = 0$$

$$\theta. (x^2 - x)(x^2 - 4) = 0$$

$$\epsilon. 4x^2 - 36x = 0$$

17. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 5x - 2 = 0$

α) Να βρείτε τα α, β, γ

β) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις λύσεις της εξίσωσης

18. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 3x + 5 = 0$

α) Να βρείτε τα α, β, γ

β) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις λύσεις της εξίσωσης

19. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 4 = 0$

α) Να βρείτε τα α, β, γ

β) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις λύσεις της εξίσωσης

20. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + (2 - \sqrt{3})x - 2\sqrt{3} = 0$

21. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x^2}{2} - \frac{x-1}{3} + 1 = x$
22. Να λύσετε την εξίσωση $(2x - 1)^2 - 3 = x^2 + x(x - 1)$
23. Α) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις
 $A = x^2 + 2x$, $B = x^2 - 4$, $\Gamma = x^3 - 2x^2$
 Β) Να λύσετε τις εξισώσεις $A=0$, $B=0$, $\Gamma=0$
 Γ) Να απλοποιήσετε την $\Delta = \frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{6x}{x^2-4} - \frac{x+2}{x^3-2x^2}$
24. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :
- α. $2x^2 - 8x + 6$
 β. $-3x^2 - 12x - 12$
 γ. $9x^2 - 12x + 4$
 δ. $6x^2 - x - 1$
25. Δίνεται το πολυώνυμο $A = (2x + 1)^2 - 3x(x + 1) - 7$
- α) Να αποδείξετε ότι $A = x^2 + x - 6$
- β) Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$
- γ) Να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο A
26. α) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 8x + 15 = 0$
 β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις $A = x^2 - 8x + 15$ και $B = 3x^2 - 27$
 γ) Να απλοποιήστε το κλάσμα $\frac{x^2-8x+15}{3x^2-27}$
27. Το άθροισμα των τετραγώνων δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι 265.
- α. Αν συμβολίσουμε με x τον μικρότερο από τους δύο αριθμούς, αποδείξτε ότι: $x^2 + x - 132 = 0$.
- β. Να υπολογίσετε τους δύο αριθμούς.
28. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει πλευρές $AB = 2x-1$ cm και $BD = x$ cm. Αν το εμβαδόν του είναι 15 cm^2 να υπολογιστούν οι πλευρές του .
29. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με ορθή γωνία την A είναι $AB = x$, $A\Gamma = 2x-1$, $B\Gamma = 2x+1$. Να υπολογιστούν οι πλευρές του .

30. Δίνεται η παράσταση: $A(x) = (x+3)^2 - 2(x-1)(x+1) - (x-4)^2 - 7$

α) Να εκτελέσετε τις πράξεις και να δείξετε ότι :

$$A(x) = -2x^2 + 14x - 12$$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $A(x) = 0$

31. Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις στον άξονα :

α. $x - 3 = 2x + 8$

β. $1 - 2(3x - 1) + 1 < 1 - 8x$

γ. $\frac{x-3}{2} - \frac{2x-1}{4} \leq x - 1$

δ. $1 - \frac{2x-1}{3} < \frac{x-2}{6}$

32. Να συναληθεύσετε τις ανισώσεις :

α. $3x - 2 > 2x - 1$, $5x - 2 < 7x - 6$

β. $2(x - 1) > 3x - 1$, $5 - 2x \leq 1 - 2(x - 3)$

33. Να συναληθεύσετε τις ανισώσεις :

$$3(x+1) + 2x > x + 2 - (4x - 1) \quad \text{και} \quad -2(x-3) + 5x \geq 3(x+1) + x - 1$$

34. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$3(x+2) > x + 12 \quad 5x - 3 > x + 13 \quad \text{και} \quad 2(x-5) < 2 - (5-x)$$

35. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$\frac{2x-4}{5} - \frac{3x+6}{15} < 2 - \frac{x+10}{5} \quad \text{και}$$

$$\frac{3(x-4)}{5} - \frac{2(x+5)}{6} > \frac{5x-1}{10}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

36. Να σχεδιάσετε σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τις ευθείες

α. $(\varepsilon_1): 3x + 4y = 12$

β. $(\varepsilon_2): x = -2$

γ. $(\varepsilon_3): y = 5$

37. Να λύσετε γραφικά τα παρακάτω συστήματα :

α. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$

$$\beta. \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\gamma. \begin{cases} 2x - y = 5 \\ -4x + 2y = -10 \end{cases}$$

38. Να επιλυθούν τα συστήματα: (με αντίθετους συντελεστές ή με αντικατάσταση)

$$(α) \begin{cases} 5x - 3y = 3 \\ 2x + y = 10 \end{cases} \quad (β) \begin{cases} 2x - 5y = 2 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases} \quad (γ) \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x - 7y = -1 \end{cases}$$

39. Να επιλυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 3x + 2y = 36 \\ 2x + 4y = 40 \end{cases}$

40. Να επιλυθεί το σύστημα $\begin{cases} x - 3y = 9 \\ -2x + 6y = -18 \end{cases}$

41. Να επιλυθούν τα συστήματα:

$$α) \begin{cases} 3 - 2(x - 3y) = y - x \\ x - (2y - 1) = y - 6 \end{cases} \quad β) \begin{cases} x - 2(x - y + 1) = 3y - 1 \\ 11 + 3(x - 1) = x - 2(y - 3) \end{cases}$$

42. Να επιλυθούν τα συστήματα:

$$α) \begin{cases} 1 - \frac{x}{2} = \frac{x - 2y}{3} \\ x - \frac{2x - y}{4} = \frac{y}{2} \end{cases} \quad β) \begin{cases} \frac{7x + y}{3} - \frac{y - 1}{2} = x + 3 \\ \frac{x}{2} - \frac{9y - 1}{4} = -x + 1 \end{cases}$$

43. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών :

(α) $\epsilon_1 : y = 2x - 1$ και $\epsilon_2 : y = x + 2$

(β) $\epsilon_1 : 2x - y = 3$ και $\epsilon_2 : x + y = 1$

44. Αν το σύστημα $\begin{cases} 2αx - βy = -1 \\ βx - αy = 1 \end{cases}$ έχει λύση την $x = -1$ και $y = 1$, να βρείτε τα $α, β$.

45. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 3 \\ 3(x-1) + y = 2(y+3) \end{cases}$

46. Η Τζένη έχει στον κουμπαρά της κέρματα των 2 ευρώ και χαρτονομίσματα των 5 ευρώ. Όλα μαζί είναι 13 και έχουν συνολική αξία 50 ευρώ. Πόσα είναι τα κέρματα των 2 ευρώ και πόσα τα χαρτονομίσματα των 5 ευρώ, που έχει η Τζένη στον κουμπαρά της;

47. Ένα ξενοδοχείο έχει 28 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια . Αν τα κρεβάτια συνολικά του ξενοδοχείου είναι 66 , πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια;

48. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y όταν

$$(x + y - 2)^2 + (2x - 3y + 1)^2 = 0$$

49. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + xy = 6 \end{cases}$

50. Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} (x + y)(4 - 3y + 2x) = 0 \\ y - 4 = -2x \end{cases}$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ

51. Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών AB και AG ισοσκελούς τριγώνου ABG (προς τη βάση BG) παίρνουμε τα τμήματα $BE = GZ$. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των σημείων E και Z από τη βάση BG είναι ίσες

52. Σε τυχαίο τρίγωνο ABG να φέρετε το ύψος AD . Στην προέκταση της AD να πάρετε τμήμα $DE = AD$. Να δείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα ABD και EDB είναι ίσα

(β) Τα τρίγωνα ABG και EGB είναι ίσα

53. Να προεκτείνετε και προς τις δύο πλευρές της τη βάση BG ισοσκελούς τριγώνου ABG , να πάρετε τμήματα $BD = GE$ και πάνω στις ίσες πλευρές AB και AG τα σημεία Z και H αντίστοιχα έτσι ώστε $AZ = AH$. Να δείξετε ότι $ZD = EH$ και να συγκρίνετε τις αποστάσεις των σημείων Z και H από τη βάση BG .

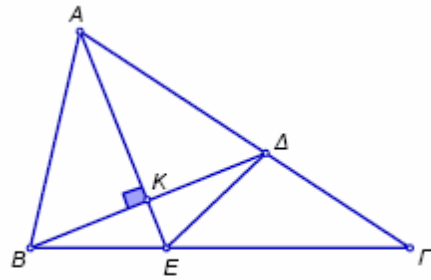
54. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABG ($AB = AG$). Στις προεκτάσεις της πλευράς BG παίρνουμε ίσα τμήματα BD και GE . Να δείξετε ότι:

α) $\hat{A}BD = \hat{A}GE$ β) $\hat{A}BD = \hat{A}GE$

55.

Σε τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΕ είναι διχοτόμος και η ΒΚ κάθετη στην ΑΕ ή οποία τέμνει την ΑΓ στο Δ

- Α) να δείξετε ότι το ΑΒΕ είναι ισοσκελές
 Β) να δείξετε ότι το ΔΒΕ είναι ισοσκελές



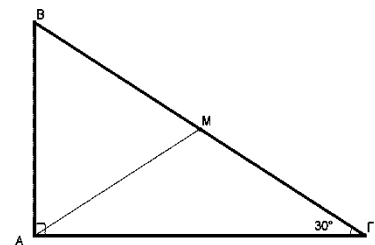
56. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τη διάμεσο ΑΚ και τις ΒΔ κάθετη στην ΑΚ και ΓΕ κάθετη στην ΑΚ. Να δείξετε ότι είναι ΒΔ=ΓΕ.

57. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και Κ, Λ, Μ τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι η ΚΜ διχοτομεί τη διάμεσο ΑΛ.

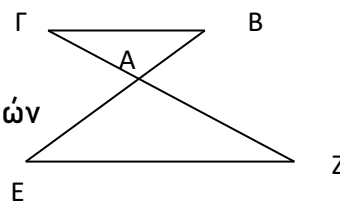
58. Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και ΑΒ τυχαία χορδή του. Αν από το μέσο Κ του τόξου ΑΒ φέρουμε τη ΚΔ κάθετη στην ΟΑ, να δειχθεί ότι $2ΚΔ=ΑΒ$.

59. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($ΑΒ=ΑΓ$) και οι διαμέσοί του ΒΔ και ΓΕ. Αν Κ είναι το σημείο τομής των διαμέσων, τότε να αποδείξετε ότι:
 Α. Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα.
 Β. Το τρίγωνο ΒΓΚ είναι ισοσκελές

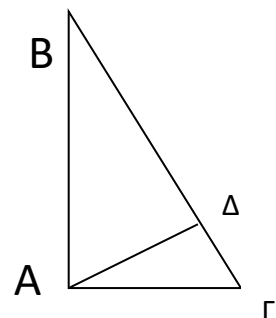
60. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $Α = 90$ μοίρες και $Γ = 30$ μοίρες και ΑΜ διάμεσος
 α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΜΓ
 β) Να αποδείξετε ότι $ΑΜ = ΜΒ$
 γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ισόπλευρο.
 δ) Να αποδείξετε ότι $ΑΒ = \frac{ΒΓ}{2}$



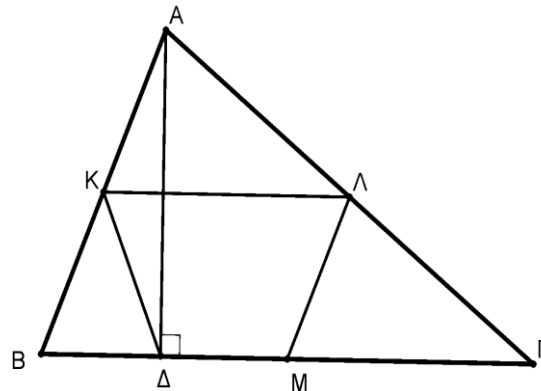
61. α) Γιατι είναι όμοια τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΖ;
 β) Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών



62. Στο σχήμα το ΑΒΓ είναι $Α = 90$, $ΑΒ = 8$, $ΑΓ = 6$ και ΑΔ ύψος. να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΒΓ είναι όμοια



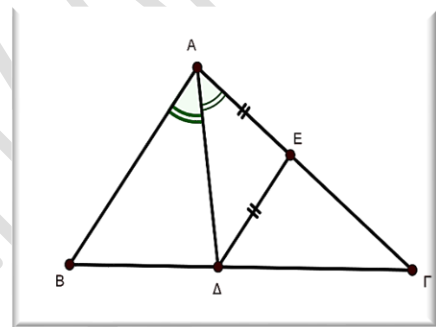
63. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, το ύψος ΑΔ και Κ,Λ,Μ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι :



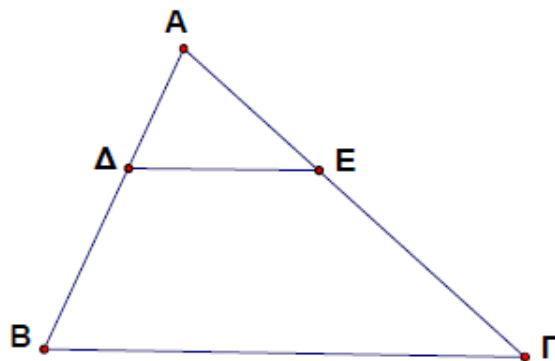
- α) $K\Lambda // B\Gamma$
 β) $2 \cdot \Lambda M = AB$
 γ) $K\Delta = \frac{AB}{2}$
 δ) Το τετράπλευρο ΚΛΜΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο

64. Στο διπλανό σχήμα είναι $AE = ED$

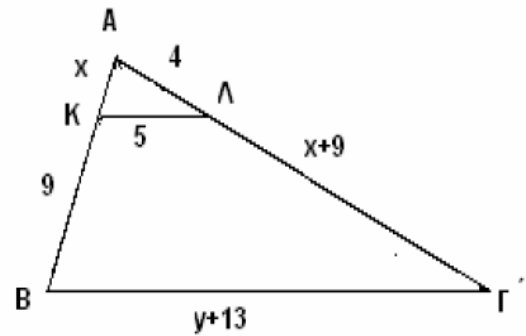
- i. Να δείξετε ότι $\Delta E // AB$
 ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΒΓ είναι όμοια
 iii. Να αποδείξετε ότι: $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Delta E}{\Gamma E}$



65. Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E // B\Gamma$, $A\Delta = 3$, $AB = x$, $AE = x+1$ και $E\Gamma = 4$. Να υπολογίσετε το μήκος x και μετά τα τμήματα ΑΕ και ΔΒ.

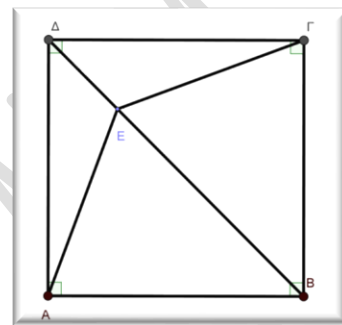


66. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με KL παράλληλη της $B\Gamma$, $AK=x$, $AL=4$ cm, $KL=5$ cm, $KB=9$ cm, $ΛΓ=x+9$ cm και $B\Gamma=y+13$ cm.
- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AK\Lambda$ είναι όμοια .
- β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων x και y .



67. Έστω $AB\Gamma\Delta$ Τετράγωνο και E τυχαίο σημείο πάνω στην διαγώνιο $B\Delta$.

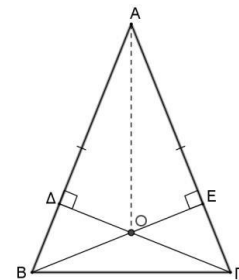
- i. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta E\Gamma$ και $\Delta E A$ είναι ίσα
- ii. Να δείξετε ότι $AE = \Gamma E$
- iii. Να αποδείξετε ότι το E ισαπέχει από τις AB και $B\Gamma$



68.

Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) και $\Gamma\Delta$ και BE τα ύψη προς τις ίσες πλευρές

- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $BE\Gamma$ είναι ίσα .
- β) Αν O το σημείο τομής των $\Delta\Gamma$ και BE να δείξετε ότι $\Delta O = OE$ και ότι η AO είναι διχοτόμος της γωνίας A
- γ) Να εξετάσετε εάν τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και αν ναι να γράψετε τους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα.



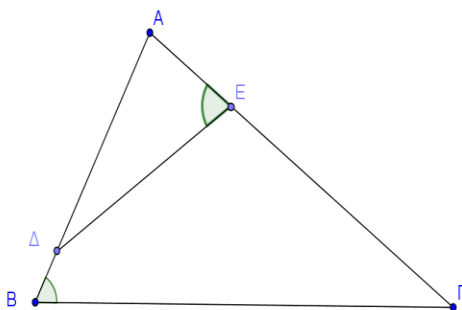
69. Στο διπλανό σχήμα η γωνία $AB\Gamma$ είναι ίση με την γωνία $A\Delta E$.

A) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια

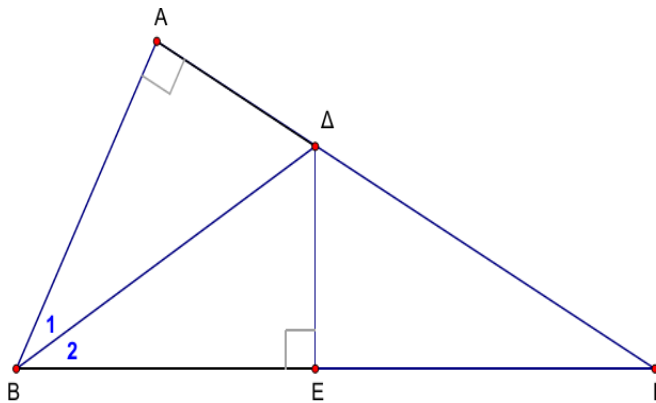
B) Να γράψετε τους λόγους των πλευρών που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων

Γ) Αν $A\Delta = 4$, $B\Delta = 1$, $A\Gamma = 10$ να βρείτε το μήκος του τμήματος $A E$

Δ)) Αν $A\Delta = 4$, $B\Delta = 1$, $A\Gamma = 10$ να βρείτε το λόγο των εμβαδών των $A\Delta E$ και $AB\Gamma$



70.



Δίνεται τρίγωνο ορθογώνιο ABΓ με ορθή την γωνία A. Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Δ. Από το Δ φέρνουμε την ΔΕ κάθετη στην ΒΓ που την τέμνει στο Ε. (όπως στο σχήμα)

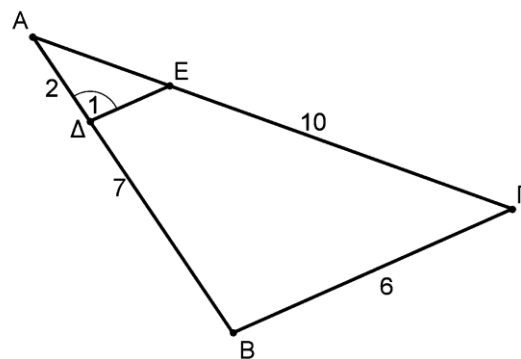
A. Να δείξεις ότι τα τρίγωνα ABΔ και EBD είναι ίσα

B. Να δείξεις ότι τα τρίγωνα

ABΓ και EΔΓ είναι όμοια και να συμπληρώσεις την ισότητα

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{\Gamma\Delta}{AG}$$

71. Αν $AB = 7 \text{ cm}$, $AG = 10 \text{ cm}$, $B\Gamma = 6 \text{ cm}$, $A\Delta = 2 \text{ cm}$ και $DE \parallel B\Gamma$, να υπολογιστούν τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΕ και ΔΕ.



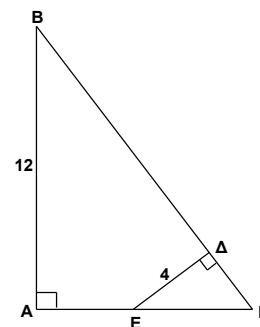
72. Στο διπλανό σχήμα είναι

$\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB = 12 \text{ cm}$, $DE = 4 \text{ cm}$

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΓ είναι όμοια.

β) Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

γ) Αν το τρίγωνο ΔΕΓ έχει εμβαδόν 6 cm^2 , τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ



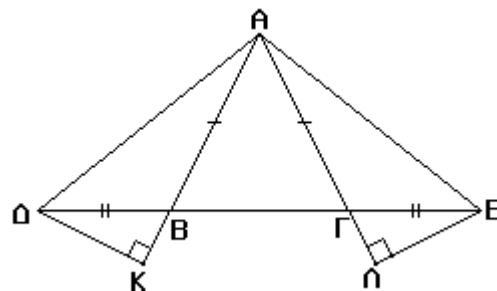
73. Στο ισοσκελές τρίγωνο

ABΓ ($AB = AG$) προεκτείνουμε τη βάση ΒΓ, ώστε $BD = GE$.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABΔ και AGE είναι ίσα.

β) Αν $DK \perp AB$ και $EL \perp AG$, να δείξετε ότι $DK = EL$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



74. Οι κάθετες πλευρές ορθογωνίου τριγώνου είναι $AB = 3 \text{ cm}$ και $AG = 5 \text{ cm}$. Φέρνουμε το ύψος του AD

(α) Να αποδείξετε ότι τα $AB\Gamma$ και $AG\Delta$ είναι όμοια.

(β) Αν το τρίγωνο $AB\Delta$ έχει εμβαδόν 9 cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του $AG\Delta$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

75. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να πάρετε το σημείο $M(-3,3)$ και να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $x \hat{O} M$.

76. Να υπολογίσετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:
α) $\eta\mu 110^\circ$ β) $\eta\mu 150^\circ$ γ) $\sigma\upsilon\nu 125^\circ$ δ) $\epsilon\phi 100^\circ$

77. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
 $A = \sigma\upsilon\nu 120^\circ + 3\eta\mu 150^\circ - \epsilon\phi 135^\circ$ $B = \sqrt{2} \sigma\upsilon\nu 135^\circ \cdot \eta\mu 150^\circ \cdot \epsilon\phi 120^\circ$

78. Αν $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ και $\eta\mu^2 x = \frac{1}{4}$ να βρείτε το x .

79. Να αποδείξετε ότι: $(\kappa\eta\mu\alpha + \lambda\sigma\upsilon\nu\alpha)^2 + (\lambda\eta\mu\alpha - \kappa\sigma\upsilon\nu\alpha)^2 = \kappa^2 + \lambda^2$

80. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\epsilon\phi^2 \alpha - 1}{\epsilon\phi^2 \alpha + 1} = \eta\mu^2 \alpha - \sigma\upsilon\nu^2 \alpha$

81. Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu^4 \alpha - \sigma\upsilon\nu^4 \alpha = \eta\mu^2 \alpha - \sigma\upsilon\nu^2 \alpha$

82. Δίνεται η γωνία ω , η οποία είναι αμβλεία με $\eta\mu \omega = \frac{12}{13}$

A) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu \omega = -\frac{5}{13}$ και $\epsilon\phi \omega = -\frac{12}{5}$

B) Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \frac{\epsilon\phi \omega \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}{\epsilon\phi 45^\circ \eta\mu(180^\circ - \omega)} + \eta\mu 30^\circ$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΥΝΘΕΤΕΣ - ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

83. Δίνονται οι παραστάσεις $A = x^3 - 4x$ και $B = x^2 - 2x$

α. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις A και B

β. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\Gamma = \frac{A}{B}$

γ. Να λύσετε την εξίσωση $B = \Gamma - (x + 4)$

84. Δίνονται οι εξισώσεις :

$$x^2 - 7x - 8 = 0 \text{ (I)} \quad \text{και} \quad 4x^2 - 16 = 0 \text{ (II)}$$

α. Να λύσετε την εξίσωση (I)

β. Να λύσετε την εξίσωση (II)

γ. Αν α είναι η θετική λύση της εξίσωσης (I) και β είναι η αρνητική λύση της εξίσωσης (II), να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \psi = 5 \\ 3x - \beta \psi = -3 \end{cases}$

85. Α. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 5 \\ -3\alpha + 5\beta = 2 \end{cases}$

Β. Αν $(\alpha, \beta) = (1, 1)$ η λύση του συστήματος του Α ερωτήματος, να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις: $A = 2\alpha x^2 + x$ και $B = 4x^2 - \beta$

Γ. Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$ για $x \neq \frac{1}{2}$ και $x \neq -\frac{1}{2}$

86. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$ η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(1, -3)$ και $B(-1, 5)$

α. Να βρείτε τις τιμές των α, β

β. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - ax + \beta = 0$

87. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^3 - 3x + 2$ και $B = x^5 - x^3 - x^2 + 1$

α. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Β

β. Να λύσετε την εξίσωση: $B = A(x + 1)$

88. Δίνεται η αμβλεία γωνία θ με $\sin \theta = -\frac{12}{13}$

α. Να υπολογίσετε τα ημθ και εφθ.

β. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} (\eta\mu\theta) \cdot x - (\sigma\upsilon\nu\theta) \cdot \psi = 1 \\ (-\epsilon\phi\theta) \cdot x - 9\psi = 1 \end{cases}$

89. Να δείξετε τις παρακάτω τριγωνομετρικές ισότητες.

α. $\frac{1}{1-\eta\mu x} + \frac{1}{1+\eta\mu x} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$

β. $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{(1-\epsilon\phi x)} + \frac{\eta\mu^2 x}{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$

90. α) Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$

β) Για τις τιμές των x, y που θα βρείτε να δείξετε ότι

$$(x \cdot \eta\mu\omega - y \cdot \eta\mu\omega)^2 + (x \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - y \cdot \sigma\upsilon\nu\omega)^2$$

91. Δίνεται το ορθογώνιο του παρακάτω σχήματος

$$x + 5$$



$$x - 5$$

- Να αποδείξετε ότι η περίμετρός του είναι ένα μονώνυμο του οποίου να βρείτε τον συντελεστή και το κύριο μέρος
- Να βρεθεί το x αν είναι γνωστό ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 75m^2

92. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 2\alpha + \beta = 9 \\ 3\alpha - 2\beta = -4 \end{cases}$

- Να λύσετε το σύστημα και να δείξετε ότι η λύσης του είναι το ζεύγος $(\alpha, \beta) = (2, 5)$
- Να λυθεί η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x - 3 = 0$, όπου α, β η λύση του παραπάνω συστήματος.

93. Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} \frac{\alpha+1}{2} - \frac{\beta+2\alpha+2}{4} = \frac{2-\alpha}{5} \\ \frac{\alpha-1}{3} = \frac{3\alpha+2\beta}{5} - \frac{11+\alpha}{15} \end{cases}$

- Να αποδείξετε ότι το παραπάνω σύστημα είναι ισοδύναμο με το σύστημα $\begin{cases} 4\alpha - 5\beta = 8 \\ -3\alpha - 6\beta = -6 \end{cases}$
- Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

94. Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{4y-3}{9} = \frac{x}{6} - 1 \\ 3(x+y) - 4(x-1) = 2x+7 \end{cases}$

- Κάνοντας τους κατάλληλους μετασχηματισμούς να δείξετε ότι το παραπάνω σύστημα μπορεί να πάρει την μορφή $\begin{cases} 9x - 14y = -24 \\ -3x + 3y = 3 \end{cases}$
- Να λύσετε το σύστημα που προέκυψε στο α) ερώτημα
- Αν x και y οι λύσεις του συστήματος που βρήκατε να υπολογίσετε την παράσταση $A = (x \eta\mu\omega + y \sigma\upsilon\nu\omega)^2 - 2x\eta\mu\omega \sigma\upsilon\nu\omega + y^2\eta\mu^2\omega + x^2\sigma\upsilon\nu^2\omega$

95. Δίνονται οι παραστάσεις $A = x(x + 2) - (x + 1)(x - 1) - 2(x - 2)$ και $B = (2x - 3)^2 - 4x(x + 3) + 10$

α. Να αποδείξετε ότι $A = 5$ και ότι $B = -1$

β. Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = A \\ x + 3y = B \end{cases}$

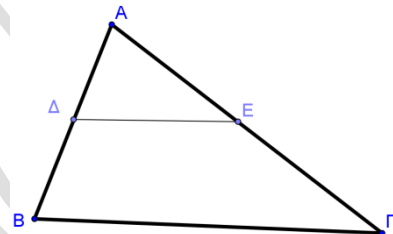
γ. Να λύσετε την εξίσωση $-Bx^2 = A + B + Ax$

96. Α) Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} 2\alpha + \beta = 2 \\ 3\alpha + 2\beta = 6 \end{cases}$ ($\alpha = -2, \beta = 6$)

Β) Για τις τιμές των α, β που βρήκατε να λύσετε την εξίσωση : $x^2 - 2\alpha x + (\beta - 3) = 0$

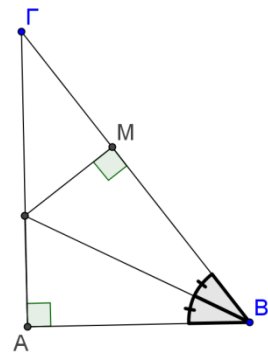
Γ) Να υπολογίσετε την παράσταση $(\alpha \cdot \eta\mu\omega + \beta \cdot \sigma\upsilon\nu\omega)^2 + (\beta \cdot \eta\mu\omega - \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\omega)^2$, για τις τιμές των α, β που βρήκατε στο α ερώτημα

Δ) Στο δίπλα τρίγωνο είναι $AD = \beta - 2, DB = \alpha + 4, BG = 12$ και $DE \parallel BF$. Να υπολογίσετε την πλευρά DE



Ε) Αν επιπλέον στο διπλανό τρίγωνο είναι γωνία $ADE = 60$ μοίρες να υπολογίσετε το DE και το AG

97. Δίνεται τρίγωνο ορθογώνιο ABG με ορθή την γωνία A . Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει την πλευρά AG στο Λ . Από το Λ φέρνουμε την LM κάθετη στην BG που την τέμνει στο M . (Όπως φαίνεται στο σχήμα)



Α. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABL και MBM είναι ίσα και να γράψετε όλα τα ίσα στοιχεία των τριγώνων.

Β. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα GLM και ABG είναι όμοια και να και να γράψετε τους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων

Γ. Αν $GL = 5, BG = 10, LM = 3$, να βρείτε το μήκος της AB και της BM .

98. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 2(2\alpha - \beta) - 5 = 3(\alpha - \beta - 1) \\ \frac{\alpha - 1}{3} - \frac{\beta + 2}{6} = 1 \end{cases}$

Α. Κάνοντας τους κατάλληλους μετασχηματισμούς να δείξετε ότι το

παραπάνω σύστημα μπορεί να πάρει την μορφή $\begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ 2\alpha - \beta = 10 \end{cases}$

Β Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ 2\alpha - \beta = 10 \end{cases}$

Γ. Αν α, β είναι οι αριθμοί που βρήκατε ως λύσεις στο προηγούμενο ερώτημα, να αποδείξετε ότι οι ευθείες

$\varepsilon_1: 2x - \beta y = 5$ και $\varepsilon_2: \alpha x + 4y = 8$ είναι μεταξύ τους παράλληλες

99.α) Να βρείτε τα αναπτύγματα των παραστάσεων

$$(2x + 3)^2 \text{ και } (1 - x) \cdot (1 + x)$$

β) Να αποδείξετε ότι

$$(2x + 3)^2 + (1 - x) \cdot (1 + x) - 6(2x + 4) + 2 = 3x^2 - 12$$

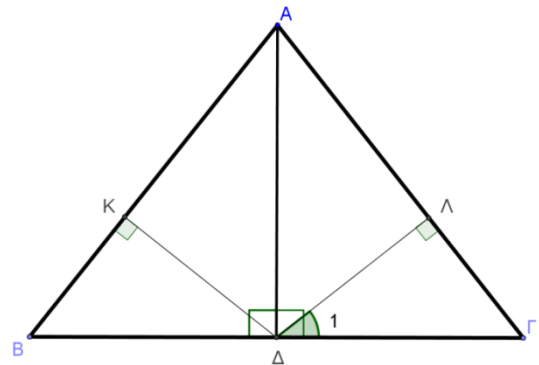
γ) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$x^2 + 2x, \quad x^2 - 4x + 4, \quad 3x^2 - 12, \quad 3x - 6$$

και έπειτα να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{3x^2 - 12}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x^2 - 4x + 4}{3x - 6}$

100. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο του παρακάτω σχήματος με $AB = AG$, το ύψος του AD και DK κάθετη στην πλευρά AB , DL κάθετη στην πλευρά AG

α) Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τις ισότητες $B = \dots$ και $B\Delta = \dots$ και κατόπι να εξετάσετε εάν είναι ίσα τα τρίγωνα $BK\Delta$ και $\Delta\Lambda\Gamma$



β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Lambda\Delta\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$ είναι όμοια και να

συμπληρώσετε την ισότητα $\frac{\Lambda\Delta}{\dots} = \frac{\dots}{A\Gamma} = \frac{\Lambda\Gamma}{\dots}$

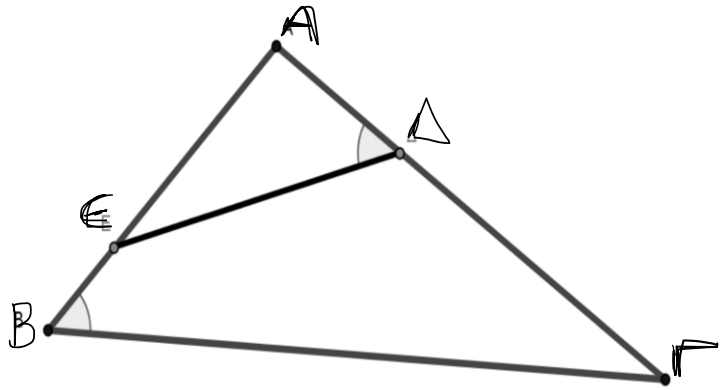
γ) Αν $AG = 9 \text{ cm}$ και $\Lambda\Gamma = 4 \text{ cm}$ να υπολογίσετε

i) Το μήκος του $\Gamma\Delta$

ii) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\text{συν}\Gamma$, $\eta\mu\Delta 3$, $\text{συν}(180^\circ - \Gamma)$, $\eta\mu(180^\circ - \Delta 3)$ (γωνία $\Delta 3 = \text{γωνία } K\Delta B$)

101. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι γωνία $\widehat{ADE} = \widehat{B}$

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ADE είναι όμοια και να γράψετε τους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων.



- β) Αν $AE = 4 \text{ cm}$ $EB = 1 \text{ cm}$ και $AG = 10 \text{ cm}$ να βρείτε το μήκος του τμήματος AD
- γ) Αν πάρουμε στην $A\Gamma$ σημείο K με $\Delta K = 4$ και στην $B\Gamma$ σημείο Λ με $\Gamma\Lambda = EA$ να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα EAD και $K\Gamma\Lambda$ είναι ίσα.