

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ – ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

1. Σε ένα συρτάρι υπάρχουν δύο κάρτες, μία άσπρη και μία κόκκινη. Παίρνουμε στην τύχη μία κάρτα από το συρτάρι, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στο συρτάρι. Στη συνέχεια παίρνουμε μία δεύτερη κάρτα και καταγράφουμε επίσης το χρώμα της. Να βρείτε:
  - α) το δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος
  - β) το ενδεχόμενο A: "να εξαχθούν κάρτες διαφορετικού χρώματος".
  
2. Ένα κουτί περιέχει άσπρες και κόκκινες μπάλες. Κάνουμε το εξής πείραμα: παίρνουμε από το κουτί κάθε φορά μία μπάλα και καταγράφουμε το χρώμα της. Η διαδικασία σταματά όταν εξαγάγουμε δύο μπάλες του ίδιου χρώματος. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
  
3. Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις διαδοχικές φορές.
  - α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
  - β) Να παραστήσετε με αναγραφή τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:
    - A: Στη 2<sup>η</sup> ρίψη φέρνουμε Κ
    - B: Ο αριθμός των Κ υπερβαίνει τον αριθμό των Γ.
    - Γ: Ίδια όψη και στις τρεις ρίψεις.
  - γ) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:
    - A',  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ , A-B.
  
4. Ρίχνουμε ένα νόμισμα έως τρεις φορές και σταματάμε αν φέρουμε "κορώνα".
  - α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
  - β) Να βρείτε το ενδεχόμενο:
    - " να ρίξουμε το νόμισμα ακριβώς τρεις φορές "
  
5. Ρίχνουμε διαδοχικά ένα νόμισμα και ένα ζάρι.
  - α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
  - β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:
    - A: " Κ και άρτιος αριθμός "
    - B: " Γ και αριθμός το πολύ 3 "
  - γ) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:
    - A',  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ , A-B, (B-A)'.
  
6. Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές. Να βρείτε τα ενδεχόμενα:
  - A: " το αποτέλεσμα της 2<sup>ης</sup> ρίψης είναι διπλάσιο από το αποτέλεσμα της 1<sup>ης</sup> ρίψης "
  - B: " το άθροισμα των ενδείξεων στις δύο ρίψεις είναι ίσο με 6"
  - Γ: " το γινόμενο των ενδείξεων στις δύο ρίψεις είναι μικρότερο από το άθροισμά τους "
  
7. Δύο φίλοι παίζουν τένις με την εξής συμφωνία:
  - “κερδίζει αυτός που θα πάρει πρώτος τρία σετ ή δύο συνεχόμενα σετ”.
  - Έστω α η περίπτωση να νικήσει ο πρώτος και β να νικήσει ο δεύτερος σε ένα σετ.
  - α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του πειράματος.
  - β) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα:

- A : « να τελειώσει ο αγώνας σε δύο σερτ ».  
 B : « να κερδίσει ο δεύτερος παίκτης ».
- γ) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα:  $A \cap B$ ,  $A - B$  και  $B'$ .
8. Ένα κιβώτιο έχει τέσσερις όμοιες λάμπες από τις οποίες οι δύο είναι καμένες.  
 α) Ελέγχουμε τις λάμπες μία, μία χωρίς επανατοποθέτηση μέχρι να βρούμε την πρώτη καμένη λάμπα. Ποιος είναι ο δειγματικός χώρος;  
 β) Ελέγχουμε τις λάμπες μία, μία χωρίς επανατοποθέτηση μέχρι να βρούμε όλες τις καμένες λάμπες. Ποιος είναι ο δειγματικός χώρος;
9. Ένα δοχείο περιέχει 2 άσπρες, 2 μαύρες και 1 κόκκινη σφαίρα. Βγάζουμε από το δοχείο διαδοχικά δύο σφαίρες χωρίς επανατοποθέτηση.  
 α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.  
 β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:  
 A : «κόκκινη σφαίρα με την 1<sup>η</sup> εξαγωγή».  
 B : «άσπρη σφαίρα με την 2<sup>η</sup> εξαγωγή».  
 Γ: «δύο μαύρες σφαίρες».
10. Έστω ένας μαθητής ενός σχολείου και τα ενδεχόμενα:  
 A : « ο μαθητής είναι άριστος στα μαθηματικά ».  
 B : « ο μαθητής είναι άριστος στη φυσική ».  
 Να γράψετε με λόγια καθένα από τα παρακάτω ενδεχόμενα:  
 $A'$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $(A \cup B)'$ ,  $(A \cap B)'$ ,  $(A - B) \cup (B - A)$ .

### Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

1. Έστω τα σύνολα  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{\omega \in \Omega / \omega < 4\}$  και  $B = \{\omega \in \Omega / \omega \text{ περιττός}\}$ . Αν εκλέξουμε τυχαία ένα στοιχείο του  $\Omega$ , να βρείτε τις πιθανότητες να ανήκει:  
 α) στο A  
 β) στο A ή στο B  
 γ) στο A και στο B  
 δ) στο A και όχι στο B  
 ε) σε ένα ακριβώς από τα A και B.
2. Ρίχνουμε ένα ζάρι. Να βρείτε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:  
 A: περιττός αριθμός  
 B: μικρότερος του 5  
 Γ: περιττός αριθμός και μικρότερος του 5  
 Δ: περιττός αριθμός ή μικρότερος του 5.
3. Από το σύνολο  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό α.  
 Να βρείτε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:  
 A: ο αριθμός α είναι πολλαπλάσιο του 2  
 B: ο αριθμός α είναι πολλαπλάσιο του 5  
 Γ: ο αριθμός α είναι πολλαπλάσιο του 2 και του 5  
 Δ: ο αριθμός α είναι πολλαπλάσιο του 2 αλλά όχι του 5

Ε: ο αριθμός  $a$  είναι πολλαπλάσιο ενός τουλάχιστον από τους αριθμούς 2 και 5.

4. Ρίχνουμε ένα νόμισμα και ένα ζάρι συγχρόνως και ορίζουμε τα ενδεχόμενα:  
 Α : « το αποτέλεσμα του ζαριού είναι διαιρέτης του 4 »  
 Β : « γράμματα στο νόμισμα και άρτιο αποτέλεσμα στο ζάρι »  
 Αν επιλέξουμε τυχαία ένα στοιχείο του  $\Omega$ , να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων: α) Α β) Β γ)  $A \cap B$ .
5. Ένα επαρχιακό Λύκειο έχει 36 μαθητές στην Α' τάξη, 34 στην Β' τάξη και 30 στην Γ' τάξη. Αν εκλέξουμε τυχαία έναν μαθητή, να βρείτε την πιθανότητα:  
 α) να είναι της Α' τάξης  
 β) να είναι της Α' τάξης ή της Β' τάξης  
 γ) να μην είναι της Β' τάξης.
6. Ένα κουτί περιέχει 7 γαλάζιες, 5 κόκκινες και 3 πράσινες σφαίρες. Αν επιλέξουμε τυχαία μια σφαίρα, να βρείτε την πιθανότητα η σφαίρα αυτή να είναι:  
 α) κόκκινη  
 β) όχι γαλάζια  
 γ) πράσινη, αν γνωρίζουμε ότι δεν είναι γαλάζια
7. Ένα κουτί περιέχει 12 άσπρες,  $x$  κόκκινες και  $y$  πράσινες σφαίρες. Αν επιλέξουμε τυχαία μια σφαίρα, η πιθανότητα να είναι κόκκινη είναι  $\frac{1}{2}$  και η πιθανότητα να είναι πράσινη είναι  $\frac{1}{3}$ . Να βρείτε τα  $x$  και  $y$ .
8. Ένα κουτί περιέχει 5 κίτρινες,  $x$  πράσινες και  $y$  γαλάζιες μπάλες. Παίρνουμε τυχαία μια μπάλα από το κουτί. Αν η πιθανότητα να πάρουμε πράσινη ή γαλάζια μπάλα είναι  $\frac{3}{4}$ , ενώ η πιθανότητα να πάρουμε κίτρινη ή γαλάζια είναι  $\frac{3}{5}$ , τότε:  
 α) Να βρείτε τα  $x$ ,  $y$  καθώς επίσης και πόσες μπάλες έχει το κουτί.  
 β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα να πάρουμε κίτρινη ή πράσινη μπάλα.
9. Ένα κουτί περιέχει  $x$  κόκκινες και  $y$  λευκές σφαίρες. Επιλέξουμε τυχαία μια σφαίρα. Αν η πιθανότητα να είναι κόκκινη είναι ίση με  $\frac{5}{9}$  και ισχύει:  
 $70 < 4x + 5y < 90$ , να βρείτε τα  $x$  και  $y$ .
10. Ένα κουτί περιέχει 40 μπάλες από τις οποίες οι 20 είναι άσπρες, οι 10 είναι μαύρες και οι υπόλοιπες είναι πράσινες ή κόκκινες. Επιλέγουμε από το κουτί μια μπάλα στην τύχη. Αν είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να επιλεγεί κόκκινη μπάλα είναι  $\frac{\lambda}{3\lambda + 4}$  και η πιθανότητα να επιλεγεί πράσινη είναι  $\frac{\lambda - 1}{9\lambda + 2}$ ,  $\lambda \in \mathbb{N}^*$ , να βρείτε πόσες κόκκινες και πόσες πράσινες μπάλες περιέχει το κουτί.

11. Σε ένα πούλμαν βρίσκονται μόνον στρατιώτες, ναύτες και αεροπόροι. Οι ναύτες είναι 20. Επιλέγουμε τυχαία έναν επιβάτη. Η πιθανότητα να έχουμε στρατιώτη είναι  $\frac{1}{7}$  και η πιθανότητα να έχουμε αεροπόρο είναι  $\frac{4}{7}$ . Πόσους επιβάτες έχει το πούλμαν;
12. Σε μια σφυγμομέτρηση ρωτήθηκαν 100 άτομα πόσες εφημερίδες αγοράζουν την εβδομάδα. Τα αποτελέσματα των απαντήσεων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

αριθμός εφημερίδων	0	1	2	3	4	5 ή περισσότερες
αριθμός ατόμων	28	12	26	18	10	6

Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Να βρείτε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

- A: Να μην αγοράζει εφημερίδα  
 B: Να αγοράζει το πολύ 3 εφημερίδες  
 Γ: Να αγοράζει περισσότερες από 2 εφημερίδες  
 Δ: Να μην αγοράζει 3 ή 4 εφημερίδες.

13. Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στο πλήθος των τυπογραφικών λαθών που υπάρχουν σε ένα βιβλίο 200 σελίδων.

αριθμός τυπογραφικών λαθών	0-2	3-5	6-8	9-11
αριθμός σελίδων	150	30	15	5

Ελέγχουμε στην τύχη μια σελίδα του παραπάνω βιβλίου. Να βρείτε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

- A: Στη σελίδα υπάρχουν το πολύ 2 τυπογραφικά λάθη  
 B: Στη σελίδα υπάρχουν τουλάχιστον 6 τυπογραφικά λάθη  
 Γ: Στη σελίδα υπάρχουν τουλάχιστον 3 και το πολύ 8 τυπογραφικά λάθη.

14. Σε μια τάξη υπάρχουν 30 μαθητές για τους οποίους δίνεται ο διπλάνος πίνακας κατανομής των βαθμών τους στο μάθημα της Ιστορίας. Επιλέγουμε στη τύχη έναν μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα ο βαθμός του στο μάθημα της Ιστορίας να είναι:
- α) ίσος με 19  
 β) τουλάχιστον 18  
 γ) μικρότερος του 18.

βαθμός	αριθμός μαθητών
17	8
18	12
19	7
20	3

15. Στο διπλανό πίνακα δίνεται η κατανομή των ηλικιών των 100 υπαλλήλων μιας επιχείρησης. Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους παραπάνω υπαλλήλους. Να βρείτε την πιθανότητα ο υπάλληλος να είναι:
- α) τουλάχιστον 40 χρονών  
 β) το πολύ 50 χρονών

ηλικία [-)	αριθμός υπαλλήλων
20-30	10
30-40	30
40-50	40
50-60	20

γ) κάτω από 30 ή πάνω από 50 χρονών.

16. Σε ένα σχολείο υπάρχουν 100 μαθητές Γ' Λυκείου και κατανέμονται ως εξής:

50 Θεωρητικής κατεύθυνσης από τους οποίους 20 είναι αγόρια.

30 Θετικής κατεύθυνσης από τους οποίους 18 είναι αγόρια.

20 Τεχνολογικής κατεύθυνσης από τους οποίους 12 είναι αγόρια.

A. Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους παραπάνω μαθητές. Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής αυτός να είναι:

α) Θετικής κατεύθυνσης

β) Θεωρητικής κατεύθυνσης και κορίτσι

γ) αγόρι που δεν είναι Θεωρητικής κατεύθυνσης

B. Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα παραπάνω αγόρια. Να βρείτε την πιθανότητα το αγόρι αυτό να είναι Τεχνολογικής κατεύθυνσης.

17. Σε μια τάξη υπάρχουν 24 μαθητές, αγόρια και κορίτσια. Τα  $\frac{4}{5}$  των αγοριών και

τα  $\frac{6}{7}$  των κοριτσιών έχουν καστανά μάτια. Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους παραπάνω 24 μαθητές. Αν η πιθανότητα να είναι αγόρι με καστανά μάτια είναι  $\frac{1}{3}$ , να βρείτε:

α) πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια της τάξης

β) ποια είναι η πιθανότητα το άτομο να είναι κορίτσι που δεν έχει καστανά μάτια.

18. Σε ένα Λύκειο η Γ' τάξη έχει 30 μαθητές, αγόρια και κορίτσια. Στην πενθήμερη

εκδρομή συμμετείχαν τα  $\frac{3}{4}$  των αγοριών και τα  $\frac{2}{3}$  των κοριτσιών. Επιλέγουμε

τυχαία ένα μαθητή της Γ' τάξης. Αν η πιθανότητα να είναι κορίτσι και να μην

συμμετείχε στην πενθήμερη εκδρομή είναι  $\frac{1}{5}$ , να βρείτε:

α) πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια της τάξης

β) ποια είναι η πιθανότητα το άτομο που επιλέξαμε να είναι αγόρι και να μην συμμετείχε στην πενθήμερη εκδρομή.

### ΚΑΝΟΝΕΣ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

#### εφαρμογή των τύπων

1. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με

$P(A) = \frac{1}{5}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ , να βρείτε την πιθανότητα:

α) Να μην πραγματοποιηθεί το A.

β) Να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A, B.

γ) Να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A, B.

δ) Να πραγματοποιηθεί μόνο το A.

- ε) Να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα  $A, B$ .  
 στ) Να πραγματοποιηθεί το πολύ ένα από τα  $A, B$ .

2. Αν  $A, B$  είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  
 $P(A') = \frac{2}{3}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ , να βρείτε τις πιθανότητες:  
 α)  $P(A)$       β)  $P(B)$       γ)  $P(A \cap B')$       δ)  $P(A' - B')$ .
3. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , με  $P(A - B) = 0,4$ ,  
 $P(B - A) = 0,2$  και  $P(A \cup B) = 0,8$ .  
 Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:  
 α)  $A$       β)  $B$       γ)  $A' - B'$ .
4. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , με  $P(A') = 0,2$  και  
 $P(A \cap B') = 0,6$ .  
 α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα  $P(A \cap B)$ .  
 β) Αν η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα  $A$  και  $B$  είναι ίση με  
 $0,1$ , να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου  $A' - B'$ .
5. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , για τα οποία ισχύουν οι  
 σχέσεις:  $B \subseteq A$ ,  $P(A) = \frac{2}{3}$  και  $P(B) = \frac{1}{3}$ . Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των  
 ενδεχομένων:  
 $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  και  $B - A$ .
6. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , για τα οποία ισχύει η  
 πιθανότητα:  
 • Να μην πραγματοποιείται κανένα από τα  $A$  και  $B$  είναι 25%  
 • Να πραγματοποιείται μόνο ένα από τα  $A$  και  $B$  είναι 20%.  
 Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα  $A, B$ .
7. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , για τα οποία ισχύει η  
 πιθανότητα:  
 • Να πραγματοποιείται το  $A$  και όχι το  $B$  είναι  $\frac{1}{6}$   
 • Να μην πραγματοποιούνται συγχρόνως τα  $A, B$  είναι  $\frac{3}{4}$   
 • Να πραγματοποιείται το  $A$  ή το  $B$  είναι  $\frac{2}{3}$   
 Να βρείτε τις πιθανότητες:  
 i) να πραγματοποιείται το  $A$   
 ii) να πραγματοποιείται μόνο το  $B$  ή μόνο το  $A$   
 iii) να πραγματοποιούνται και τα δύο ή κανένα  
 iv) να πραγματοποιείται το  $A$  ή να μην πραγματοποιείται το  $B$ .

8. Αν η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα A και B είναι  $\frac{7}{10}$ , ενώ η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από αυτά είναι  $\frac{17}{20}$ , να βρείτε:
- α) Την πιθανότητα να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τα A και B.  
 β) Αν η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο το A είναι  $\frac{2}{5}$ , να βρείτε τις P(A) και P(B).
9. Οι πιθανότητες P(A) και P(B) είναι ρίζες της εξίσωσης:  $18x^2 - 9x + 1 = 0$  με  $P(A) < P(B)$ .
- α) Να βρείτε τις πιθανότητες P(A) και P(B).  
 β) Αν η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα μόνο από τα A και B είναι  $\frac{1}{2}$ , να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.  
 γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα  $P(A \cup B')$ .
10. Έστω A, B, Γ ανά δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω. Αν είναι:  $A \cup B \cup \Gamma = \Omega$ ,  $P(A) = 2P(B) + \frac{1}{3} P(\Gamma)$  και  $P(\Gamma) = \frac{1}{2} P(A) + \frac{1}{4} P(B)$ , να βρείτε τις πιθανότητες :
- α) P(A)    β) P(B)    γ) P(Γ)
11. Έστω A, B, Γ ανά δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω. Αν είναι  $A \cup B \cup \Gamma = \Omega$  και  $P(\Gamma) + P(A \cup B) = 2P(A \cup \Gamma)$  να βρείτε την πιθανότητα P(B).
12. Σε έναν αγώνα ποδηλασίας συμμετέχουν οι ομάδες A, B, Γ και Δ. Τα προγνωστικά αναφέρουν ότι η ομάδα A έχει τριπλάσια πιθανότητα νίκης από την ομάδα B. Η ομάδα Γ έχει διπλάσια πιθανότητα νίκης από την ομάδα Δ και η ομάδα Δ έχει διπλάσια πιθανότητα νίκης από την ομάδα B. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
- α) Να κερδίσει η ομάδα A ή να κερδίσει η ομάδα B.  
 β) Να μην κερδίσει η ομάδα Γ.

**ορισμός κατάλληλων ενδεχομένων**

13. Από τους μαθητές ενός Λυκείου το 70% χρησιμοποιεί φροντιστηριακά βιβλία Μαθηματικών, το 60% Φυσικής και το 50% και τα δύο. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα:
- α) να χρησιμοποιεί φροντιστηριακά βιβλία Μαθηματικών και όχι Φυσικής  
 β) να χρησιμοποιεί μία τουλάχιστον από τις δύο κατηγορίες βιβλίων  
 γ) να χρησιμοποιεί ακριβώς μία από τις δύο κατηγορίες βιβλίων  
 δ) να μην χρησιμοποιεί καμία από τις δύο κατηγορίες βιβλίων.

14. Το 20% των ατόμων ενός πληθυσμού είναι ιδιοκτήτες αυτοκινήτου, το 5% ιδιοκτήτες ακινήτου και το 3% έχει και τα δύο. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο του πληθυσμού. Να βρείτε την πιθανότητα το άτομο να έχει:
- τουλάχιστον ένα από τα δύο
  - Κανένα από τα δύο
  - Μόνο ένα από τα δύο.
15. Μια αυτοκινητοβιομηχανία έκανε μία έρευνα για έναν τύπο αυτοκινήτου που παράγει. Η έρευνα έδειξε ότι η πιθανότητα να έχει το αυτοκίνητο πρόβλημα:
- στα φρένα είναι 0,05
  - στο ψυγείο είναι 0,06
  - στα φρένα και στο ψυγείο είναι 0,03. Να βρεθεί η πιθανότητα:
- Το αυτοκίνητο να έχει πρόβλημα στα φρένα ή στο ψυγείο.
  - Το αυτοκίνητο να έχει πρόβλημα μόνο στα φρένα ή μόνο στο ψυγείο.
16. Διαλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη. Η πιθανότητα να έχει κινητό τηλέφωνο είναι 40% , η πιθανότητα να έχει μηχανάκι είναι 35%, ενώ η πιθανότητα να έχει και τα δύο είναι 10%. Να βρεθεί η πιθανότητα:
- Να έχει ένα τουλάχιστον από τα δύο.
  - Να μην έχει κινητό τηλέφωνο.
  - Να μην έχει μηχανάκι.
  - Να μην έχει κανένα από τα δύο.
  - Να έχει μόνο ένα από τα δύο.
  - Να έχει κινητό αλλά όχι μηχανάκι.
17. Σε μια επιχείρηση το 45% των εργαζομένων είναι γυναίκες, το 55% είναι πτυχιούχοι και το 25% είναι γυναίκες πτυχιούχοι. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ένας εργαζόμενος, που επιλέγεται τυχαία να είναι:
- γυναίκα ή πτυχιούχος
  - γυναίκα και όχι πτυχιούχος
  - άνδρας και πτυχιούχος
  - άνδρας ή πτυχιούχος.
18. Ένας άνεργος υποβάλλει αίτηση για να προσληφθεί σε δύο εργοστάσια Α και Β. Αν η πιθανότητα να προσληφθεί στο εργοστάσιο Β είναι 40% , η πιθανότητα να προσληφθεί μόνο στο εργοστάσιο Β είναι 28% και η πιθανότητα να μην προσληφθεί σε κανένα εργοστάσιο είναι 16% , να βρείτε την πιθανότητα να προσληφθεί :
- Στο εργοστάσιο Α.
  - Σ' ένα μόνο εργοστάσιο.
  - Το πολύ σ' ένα εργοστάσιο.
19. Από τους μαθητές ενός Λυκείου το 20% αυτών συμμετέχει στο διαγωνισμό της Ε.Μ.Ε. ενώ το 85% δεν συμμετέχει στο διαγωνισμό της Ε.Ε.Φ. και το 8% συμμετέχει και στους δύο διαγωνισμούς. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
- Γ: Ο μαθητής να μη συμμετέχει σε κανένα από τους δύο διαγωνισμούς.
  - Δ: Ο μαθητής να συμμετέχει σ' ένα μόνο διαγωνισμό.
  - Ε: Ο μαθητής να συμμετέχει μόνο στο διαγωνισμό της Ε.Μ.Ε.
  - Ζ: Ο μαθητής να συμμετέχει το πολύ σ' ένα διαγωνισμό.



20. Για ένα φάρμακο σε πειραματικό στάδιο αποδείχθηκε ότι δημιουργεί δύο ειδών παρενέργειες. Η πιθανότητα να δημιουργήσει πρόβλημα στην όραση του ασθενούς είναι μικρότερη του 0,07, η πιθανότητα να δημιουργήσει δυσλειτουργία στο γαστρεντερικό είναι 0,05 και τέλος η πιθανότητα να εμφανιστούν παρενέργειες και στην όραση και στο γαστρεντερικό είναι 0,02. Το φάρμακο επιτρέπεται να κυκλοφορήσει, αν η πιθανότητα να μην δημιουργήσει παρενέργειες είναι μεγαλύτερη του 0,9. Να εξετάσετε αν το φάρμακο θα κυκλοφορήσει.
21. Σε μια τάξη 30 μαθητών, οι 20 δεν συμπαθούν τα μαθηματικά, οι 14 δεν συμπαθούν τα φιλολογικά και οι 5 δεν συμπαθούν ούτε τα μαθηματικά ούτε τα φιλολογικά μαθήματα. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή της τάξης αυτής, να βρείτε την πιθανότητα να συμπαθεί και τα μαθηματικά και τα φιλολογικά μαθήματα.
22. Μια κληρωτίδα περιέχει 60 κλήρους, αριθμημένους από το 1 μέχρι το 60. Επιλέγουμε τυχαία έναν κλήρο. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:  
Α: ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 4 ή του 5  
Β: ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο μόνο του 4 ή μόνο του 5  
Γ: ο αριθμός δεν είναι πολλαπλάσιο ούτε του 4 ούτε του 5.
23. Μετά από έρευνα που αφορούσε τους κατοίκους μιας (τριτοκοσμικής) χώρας είχαμε τα αποτελέσματα: Το 20% δε γνωρίζει ανάγνωση, το 25% δε γνωρίζει γραφή και το 15% δε γνωρίζει ούτε ανάγνωση ούτε γραφή. Ποια είναι η πιθανότητα ένας κάτοικος της χώρας αυτής να γνωρίζει ανάγνωση και γραφή;
24. Στο σύλλογο των καθηγητών ενός Λυκείου το 55% είναι γυναίκες, το 40% των καθηγητών είναι φιλόλογοι και το 30% είναι γυναίκες φιλόλογοι. Επιλέγουμε τυχαία ένα καθηγητή για να εκπροσωπήσει το σύλλογο σε κάποια επιτροπή. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες ο καθηγητής να είναι:  
α) Γυναίκα ή φιλόλογος                      β) Γυναίκα και όχι φιλόλογος  
γ) Άνδρας φιλόλογος                          δ) Άνδρας ή φιλόλογος  
(Πανελλήνιες εξετάσεις 2003)
25. Από την Γ' τάξη ενός Λυκείου επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Η πιθανότητα να είναι κορίτσι ή να έχει γαλανά μάτια είναι 60%. Η πιθανότητα να είναι αγόρι και να έχει γαλανά μάτια είναι 5%. Να βρείτε την πιθανότητα να είναι κορίτσι.
26. Σε ένα σχολείο φοιτούν 240 αγόρια και 220 κορίτσια. Το 40% των αγοριών και το 45% των κοριτσιών έχουν στο σπίτι τους computer. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο του σχολείου. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:  
Α: δεν έχει computer  
Β: είναι κορίτσι και έχει computer  
Γ: είναι αγόρι ή δεν έχει computer.
27. Σε ένα δείγμα πληθυσμού, το οποίο αποτελείται από 10 άνδρες και 20 γυναίκες, οι μισοί άνδρες και οι μισές γυναίκες έχουν καστανά μάτια. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Να βρείτε την πιθανότητα:  
Α: το άτομο να είναι άνδρας  
Β: το άτομο να έχει καστανά μάτια

Γ: το άτομο να είναι άνδρας με καστανά μάτια  
Δ: το άτομο να είναι άνδρας ή να έχει καστανά μάτια.

28. Οι 50 εργαζόμενοι μιας εταιρείας γνωρίζουν Αγγλικά ή Γαλλικά. Οι 30 γνωρίζουν Αγγλικά και οι 25 γνωρίζουν Γαλλικά. Επιλέγουμε τυχαία έναν υπάλληλο. Έστω Α το ενδεχόμενο να γνωρίζει Αγγλικά και Γ το ενδεχόμενο να γνωρίζει Γαλλικά.
- α) Να δείξετε ότι τα ενδεχόμενα Α και Γ δεν είναι ασυμβίβαστα.  
β) Να βρείτε την πιθανότητα να γνωρίζει:
- μόνο Γαλλικά
  - μία μόνο ξένη γλώσσα από τις δύο.
29. Στις πανελλήνιες εξετάσεις το 70% των μαθητών από το νομό Ευβοίας έγραψε καλά στη Βιολογία γενικής παιδείας ή στα μαθηματικά γενικής παιδείας και το 20% έγραψε καλά και στα δύο μαθήματα.
- A. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έγραψε καλά στο ένα μόνο μάθημα.  
B. Αν το 40% έγραψε καλά στη Βιολογία, τότε:
- Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έγραψε καλά στα μαθηματικά και όχι στη Βιολογία.
  - Αν οι μαθητές που έγραψαν καλά στη Βιολογία και όχι στα μαθηματικά είναι 600, να βρείτε πόσοι μαθητές από το νομό Ευβοίας έλαβαν μέρος στις εξετάσεις.
30. Σε μια σχολή διευτούς φοίτησης το πλήθος των φοιτητών είναι διπλάσιο των φοιτητριών και το πλήθος των πρωτοετών είναι τριπλάσιο των δευτεροετών. Αν η πιθανότητα ένα άτομο που επιλέγεται τυχαία από τη σχολή να είναι φοιτητής ή δευτεροετής είναι ίση με  $\frac{8}{12}$ :
- A. Να βρεθεί η πιθανότητα κάποιο άτομο της σχολής να είναι:
- φοιτητής
  - φοιτήτρια
  - πρωτοετής
  - δευτεροετής
  - δευτεροετής φοιτητής
- B. Να βρεθεί το πλήθος των ατόμων που φοιτούν στη σχολή και το πλήθος των πρωτοετών φοιτητριών, αν το πλήθος των δευτεροετών φοιτητών είναι 120.
31. Σε ένα αεροπορικό ταξίδι, το 20% των επιβατών είναι άντρες που δεν έχουν ξαναταξιδέψει με αεροπλάνο. Το 30% των επιβατών είναι γυναίκες που έχουν ξαναταξιδέψει και η πιθανότητα κάποιος επιβάτης να είναι άντρας ή να έχει ξαναταξιδέψει είναι 90%.
- Αν επιλέξουμε τυχαία έναν επιβάτη, να βρείτε την πιθανότητα:
- Να είναι άντρας
  - Να έχει ξαναταξιδέψει
  - Να είναι άντρας και να έχει ξαναταξιδέψει
  - Να είναι γυναίκα και να μην έχει ξαναταξιδέψει.

#### ανισότητες

32. Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, με  $P(A) = 0,7$  και  $P(B) = 0,4$ . Να αποδείξετε ότι :

- α) Τα A, B δεν είναι ασυμβίβαστα.  
 β)  $0,1 \leq P(A \cap B) \leq 0,4$   
 γ)  $P(A \cup B) \geq 0,7$ .

33. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , με

$$P(A) = \frac{2}{3} \text{ και } P(B) = \frac{2}{5}. \text{ Να αποδείξετε ότι :}$$

α) Τα A, B δεν είναι ασυμβίβαστα .

$$\beta) \frac{1}{15} \leq P(A \cap B) \leq \frac{2}{5}.$$

$$\gamma) P(B - A) \leq \frac{1}{3}.$$

34. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(B) \leq P(A)$  και οι πιθανότητες P(A) και P(B) είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $32x^2 - 36x + 9 = 0$ , τότε:

α) Να βρείτε τις πιθανότητες P(A) και P(B).

$$\beta) \text{ Να αποδείξετε ότι: } P(A \cup B) \geq \frac{3}{4}.$$

$$\gamma) \text{ Να αποδείξετε ότι: } \frac{1}{8} \leq P(A \cap B) \leq \frac{3}{8}.$$

35. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , με:

$$P(A) = \frac{3\lambda - 2}{2} \text{ και } P(B) = \frac{5\lambda - 2}{4}, \text{ όπου } \lambda \in \mathbb{Z}.$$

α) Να βρείτε τον ακέραιο  $\lambda$  και τις πιθανότητες P(A) και P(B) .

$$\beta) \text{ Να αποδείξετε ότι: } P(A \cup B) \geq \frac{3}{4}.$$

$$\gamma) \text{ Να αποδείξετε ότι: } \frac{1}{4} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{2}.$$

36. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Αν οι ρίζες της εξίσωσης  $(2x - 1)(3x - 1)(4x - 1) = 0$  είναι οι πιθανότητες P(A), P(A ∩ B) και P(A ∪ B), να βρείτε την πιθανότητα P(B).

37. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  τέτοια ώστε:

$$P(B) = 3P(A) \text{ και } 2P(A') = P(B) + 1.$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες P(A) και P(B).

$$\beta) \text{ Να αποδείξετε ότι: } \frac{3}{5} \leq P(A \cup B) \leq \frac{4}{5}.$$

38. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  τέτοια ώστε:

$$P(B - A) = 0,3. \text{ Να αποδείξετε ότι:}$$

$$\alpha) P(B) \geq 0,3 \quad \beta) P(A \cup B) = P(A) + 0,3 \quad \gamma) P(A) \leq 0,7.$$

39. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  τέτοια ώστε:

$$P(A) \leq \frac{1}{3} \text{ και } P(B) \geq \frac{1}{2}. \text{ Να αποδείξετε ότι:}$$

$$\alpha) P(A \cup B') \leq \frac{5}{6} \quad \beta) P(B - A) \geq \frac{1}{6} + P(A - B).$$

40. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  τέτοια ώστε:

$$P(A') \leq \frac{3}{7} \text{ και } P(B') = \frac{2}{7}. \text{ Να αποδείξετε ότι:}$$

$$\alpha) P(A \cup B) \geq \frac{9}{7} - P(A \cap B)$$

β) τα ενδεχόμενα  $A, B$  δεν είναι ασυμβίβαστα

$$\gamma) P(A - B) \leq \frac{2}{7}.$$

41. Έστω  $A$  ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  για το οποίο ισχύει:

$$|P(A) + 1| - |P(A) - 2| = 3\lambda. \text{ Να δείξετε ότι: } -\frac{1}{3} \leq \lambda \leq \frac{1}{3}.$$

42. Έστω  $A$  ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  για το οποίο ισχύει:

$$\left| P(A) + \frac{1}{2} \right| - \left| P(A') - \frac{3}{2} \right| = \lambda + 1. \text{ Να δείξετε ότι: } 0 \leq \lambda \leq 2.$$

43. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $A \subseteq B$ . Αν για τις πιθανότητες  $P(A)$  και  $P(B)$  ισχύει:

$$|2P(A) - 5| + 3\lambda + |P(A) - P(B)| = P(B) + |P(A) + 3|,$$

$$\text{να αποδείξετε ότι: } -\frac{2}{3} \leq \lambda \leq \frac{2}{3}.$$

44. Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Τα ενδεχόμενα  $A, A \cap B$  και  $A \cup B$  δεν είναι ισοπίθانا ανά δύο και οι πιθανότητές τους είναι

στοιχεία του συνόλου  $\left\{ 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4} \right\}$ . Να βρείτε τις πιθανότητες :

i)  $P(A), P(A \cap B), P(A \cup B)$

ii)  $P(B')$

iii)  $P(B' - A')$ .