ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Α ΦΑΣΗ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2 y_2)$ με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Δείξτε ότι $\vec{a}//\vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1=\lambda_2$.

(15 μονάδες)

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εξίσωση $\mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$ με $\mathrm{A}\neq 0$ ή $\mathrm{B}\neq 0$ παριστάνει πάντοτε ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda=\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}$.

β) Αν $\vec{a}\vec{\beta}+|\vec{a}||\vec{\beta}|=0$ τότε $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$.

γ) Ισχύει $\vec{a}\cdot\vec{\beta}=\vec{a}\cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}}\vec{a}$, $\vec{\beta}\neq\vec{0}$.

δ) Αν η γωνία της ευθείας ε με τον άξονα $x'x$ είναι 90^o τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας είναι 0.

ε) Για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$, που σχηματίζουν γωνία θ ισχύει $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{a}||\vec{\beta}|}$.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία Α(1,2), Κ(-1,4) και το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{A}\Gamma}=(4,3)$.

Β1. Βρείτε το συμμετρικό Β, του σημείου Α ως προς το Κ.

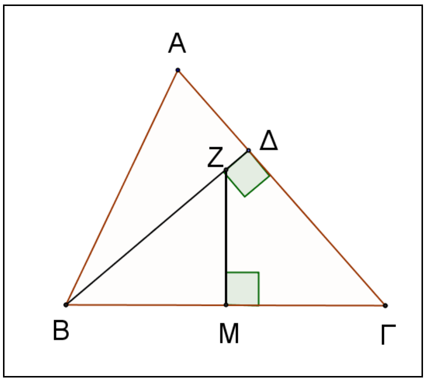
Β2. Βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ και του $\overrightarrow{\mathrm{B}\Delta}$, που είναι η $\text{προβ}_{\overrightarrow{\mathrm{BA}}}\overrightarrow{\mathrm{B}\Gamma}$.

Β3. Υπολογίστε το μέτρο $|\overrightarrow{\mathrm{AK}}-2\overrightarrow{\mathrm{K}\Gamma}|$.

(7-10-8 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Γ(5, 4).
Η πλευρά ΑΒ έχει εξίσωση $2x-y+4=0$, ενώ το ύψος ΒΔ έχει εξίσωση $y=11-5x$.



Γ1. Βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Β.

Γ2. Βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΑΓ.

Γ3. Αν Β(1, 6) τότε βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς ΒΓ και το σημείο τομής Ζ, της μεσοκαθέτου με το ύψος ΒΔ.

(7,8,10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνονται τα σημεία Α(κ, 5) και Β(4, κ+4), $\kappa \in \mathbb{R}$.
Βρείτε το γεωμετρικό τόπο του μέσου Μ του ΑΒ.

Δ2. Αν η ευθεία (ε), που διέρχεται από τα Α(κ,5) και Β(4, κ+4) είναι παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon_1 : y-2x+5=0$, τότε να βρείτε τον $\kappa \in \mathbb{R}$ και να δείξετε ότι η ευθεία (ε) έχει εξίσωση: $2x-y-1=0$.

Δ3. Έστω τα διανύσματα $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{\beta}$ και $\vec{v}=\vec{a}-2\vec{\beta}$, όπου $\vec{a},\vec{\beta}$ διανύσματα με $|\vec{a}|=2$, $|\vec{\beta}|=1$ και $\left(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}}\right)=\dfrac{2\pi}{3}$.

α) Βρείτε το γινόμενο $\vec{u}\cdot\vec{v}$ και το μέτρο $|\vec{v}|$.

β) Βρείτε το σημείο Γ της ευθείας (ε) του ερωτήματος Δ2 και τον $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε:

$$(\vec{u}\vec{v})\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}+\left(\left|\vec{v}\right|^2-2\right)\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(4,\mu+1).$$

(6,7,6,6 μονάδες)