

## ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Στο μάθημα : Γ Ε Ω Μ Ε Τ Ρ Ι Α

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A.** Από ένα εξωτερικό σημείο  $P$  κύκλου  $(O, R)$  φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα  $PE$  και μια ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα σημεία  $A, B$ .

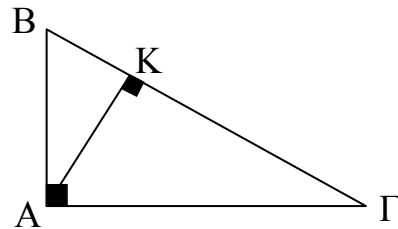
Να αποδείξετε ότι  $PE^2 = PA \cdot PB$ .

(Μονάδες 10)

**B.** Με βάση το διπλανό σχήμα να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες :

**α)**  $AB^2 = BG \cdot \dots$

**β)**  $AK^2 = BK \cdot \dots$



(Μονάδες 6)

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **σωστό ή λάθος** :

**α)** Το εμβαδόν  $E$  κάθε τριγώνου  $ABG$  δίνεται από τον τύπο  $E = \frac{1}{2} \beta \gamma \sin A$ .

**β)** Σε κάθε κανονικό  $n$ -γωνο ακτίνας  $R$  με πλευρά  $\lambda_n$  και απόστημα  $\alpha_n$  ισχύει

η σχέση  $\alpha_n^2 + \frac{\lambda_n^2}{4} = R^2$ .

**γ)** Αν σε τρίγωνο  $ABG$  ισχύει  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ , τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.

(Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται τρίγωνο  $ABG$  με πλευρές  $\alpha = 6, \beta = 9, \gamma = 5$ . Να βρείτε :

**α)** το εμβαδό του .

(Μονάδες 10)

**β)** το ύψος που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη πλευρά .

(Μονάδες 8)

**γ)** την ακτίνα  $\rho$  του εγγεγραμμένου κύκλου .

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει ότι  $\alpha=6$ ,  $\gamma=4$  και  $\hat{B} = 60^\circ$ .

- α) Να δείξετε ότι το μήκος της πλευράς  $\beta$  είναι ίσο με  $2\sqrt{7}$ . (Μονάδες 7)
- β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι οξυγώνιο. (Μονάδες 5)
- γ) Να βρεθεί το μήκος της διαμέσου  $\mu_\alpha$ . (Μονάδες 5)
- δ) Να βρεθεί το μήκος της προβολής της πλευράς  $\beta$  πάνω στην πλευρά  $\alpha$ . (Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Σε κύκλο  $(O, R)$  θεωρούμε τις διαδοχικές χορδές  $AB = \lambda_6$  και  $B\Gamma = \lambda_3$ . Στο σημείο A φέρνουμε την εφαπτομένη στον κύκλο η οποία τέμνει την προέκταση της  $\Gamma B$  στο σημείο  $\Sigma$ .

- α) Να δείξετε ότι  $A\Gamma = 2R$ . (Μονάδες 4)
- β) Να δείξετε ότι  $B\Sigma = \frac{2}{3} \alpha_6$ . (Μονάδες 6)
- γ) Να εκφράσετε το τμήμα  $A\Sigma$  συναρτήσει του  $R$ . (Μονάδες 5)
- δ) Να βρείτε το εμβαδό του **μικτόγραμμου** τριγώνου  $AB\Sigma$ . (Μονάδες 10)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

ΤΣΑΒΕΣ ΧΡΗΣΤΟΣ