**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ: 2.5 -2.7**

**ΘΕΜΑ Α**

A1. Nα δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος της μέσης τιμής.

 Μονάδες 5

Α2. Έστω συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν

* Η f είναι συνεχής στο Δ
* $f^{'}\left(x\right)=0, ∀x εσωτερικό του Δ$

να δείξετε ότι η f είναι σταθερή στο Δ.

Μονάδες 10

1. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*
2. Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο R\* με $f^{'}\left(x\right)=0, ∀x\in R$\*. Tότε η f είναι σταθερή στο R\*
3. Aν $f^{'}\left(x\right)\ne 0$ στο διάστημα (α,β) τότε η f είναι 1-1 στο (α,β)
4. Μία συνάρτηση *f*, με πεδίο ορισμού *Α*, θα λέμε ότι παρουσιάζει στο  τοπικό ελάχιστο,όταν υπάρχει , τέτοιο ώστε , για κάθε .
5. Μια συνάρτηση f ορισμένη στο Δ και xo εσωτερικό στο Δ. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο xo με $f^{'}\left(x\_{0}\right)=0 $ τότε η f έχει υποχρεωτικά στο xo τοπικό ακρότατο.
6. Ένα τοπικό μέγιστο μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση f : (1, + ∞) 🡪R με τύπο $f(x) = x^{2} +ln(x-1)-4$ για κάθε x>1.

1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 8

1. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f.

Μονάδες 7

1. Να λύσετε την εξίσωση $f(ημx-x+2)$ = 0, $x\leq \frac{π}{2}$

Μονάδες 5

1. Να λύσετε την ανίσωση $f (x) < 0.$

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται συνάρτηση f: [1, 4] 🡪 R, με συνε­χή πρώτη παράγωγο στο [1, 4], η οποία έχει σύ­νολο τιμών το [-4, 2] και ισχύουν f (1) = - 3 και f (4) = 0. Να αποδείξετε ότι:

1. υπάρχει μία τουλάχιστον εφαπτομένη της Cf κάθετη στην ευθεία: (ε): x + y - 2016 = 0

Μονάδες 6

1. η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει δύο τουλάχιστον λύ­σεις στο (1, 4)

Μονάδες 7

1. η εξίσωση $f '(x) = (e^{x} + 2)f (x) $έχει μία τουλά­χιστον λύση στο (1, 4).

Μονάδες 7

1. η εξίσωση $\left(e^{f^{'}\left(x\right)}\right)^{'}=0$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο (1,4).

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται οι παραγωγίσιμες συνάρτησεις $f,g:\left(0,+\infty \right)\rightarrow R$ για τις οποίες ισχύουν:

$f\left(x\right)=g\left(x\right)+e^{x} και g^{'}\left(x\right)=lnx+1, ∀x>0$ . Aν $g\left(1\right)=0$ τότε:

1. Να δείξετε ότι $f\left(x\right)=xlnx+e^{x}, ∀x>0$

Μονάδες 6

1. Nα δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό xo$\in (0,+\infty )$ στο οποίο η f παρουσιάζει ελάχιστο.

Μονάδες 8

1. Να δείξετε ότι $f\left(x\_{o}\right)=\left(x\_{o}-1\right)lnx\_{o}-1$, για το $x\_{o}$ του προηγούμενου ερωτήματος.

Μονάδες 6

1. Να δείξετε ότι: $∀α,β>0$ με α<β ισχύει :

 $ lna^{β-α}+β-α<lnβ^{β}-lna^{a}<lnβ^{β-α}+β-α $

Μονάδες 5