

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1

α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{|6x-3|}{3} + 2 = 2|2x-1|$

β) Αν α είναι η θετική εξίσωσης του ερωτήματος (α), να λύσετε την ανίσωση: $|1-x| < \alpha$.

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 12 < 7x$.

β) Αν x είναι λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (α), να γράψετε χωρίς την απόλυτη τιμή την παράσταση: $|x-3| - |x-4| - 2|x|$.

ΘΕΜΑ 3

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο: $x^2 - 2x + 1$.

β) Να γράψετε χωρίς τη ρίζα την παράσταση: $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

γ) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{5}{3} - \frac{A}{3} < \frac{4-A}{2}$

ΘΕΜΑ 4

α) Να λύσετε την εξίσωση $x^5 - 81x = 0$.

β) Αν α είναι η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης $x^5 - 81x = 0$, να αποδείξετε ότι

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}+1} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}-1} = \sqrt{\alpha}$$

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 2$.

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 2$

ΘΕΜΑ 7

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + x}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f .
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες.

ΘΕΜΑ 8

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{8 - |1 - x|}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
- γ) Να αποδείξετε ότι $\frac{f(-4)}{f(4) - f(-4)} + \frac{f(4)}{f(4) + f(-4)} = 4$

ΘΕΜΑ 9

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \lambda - 1 = 0$. (1)

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- β) Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό $\Gamma = \sqrt[3]{4}\sqrt{\sqrt[3]{4}}$
- γ) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 < 2$

ΘΕΜΑ 10

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \lambda^2 - 3 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες.
- β) Για $\lambda = 1$,
 - (1) να βρείτε τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης,
 - (2) να βρείτε την εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $2x_1$ και $2x_2$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος (β1).

ΘΕΜΑ 11

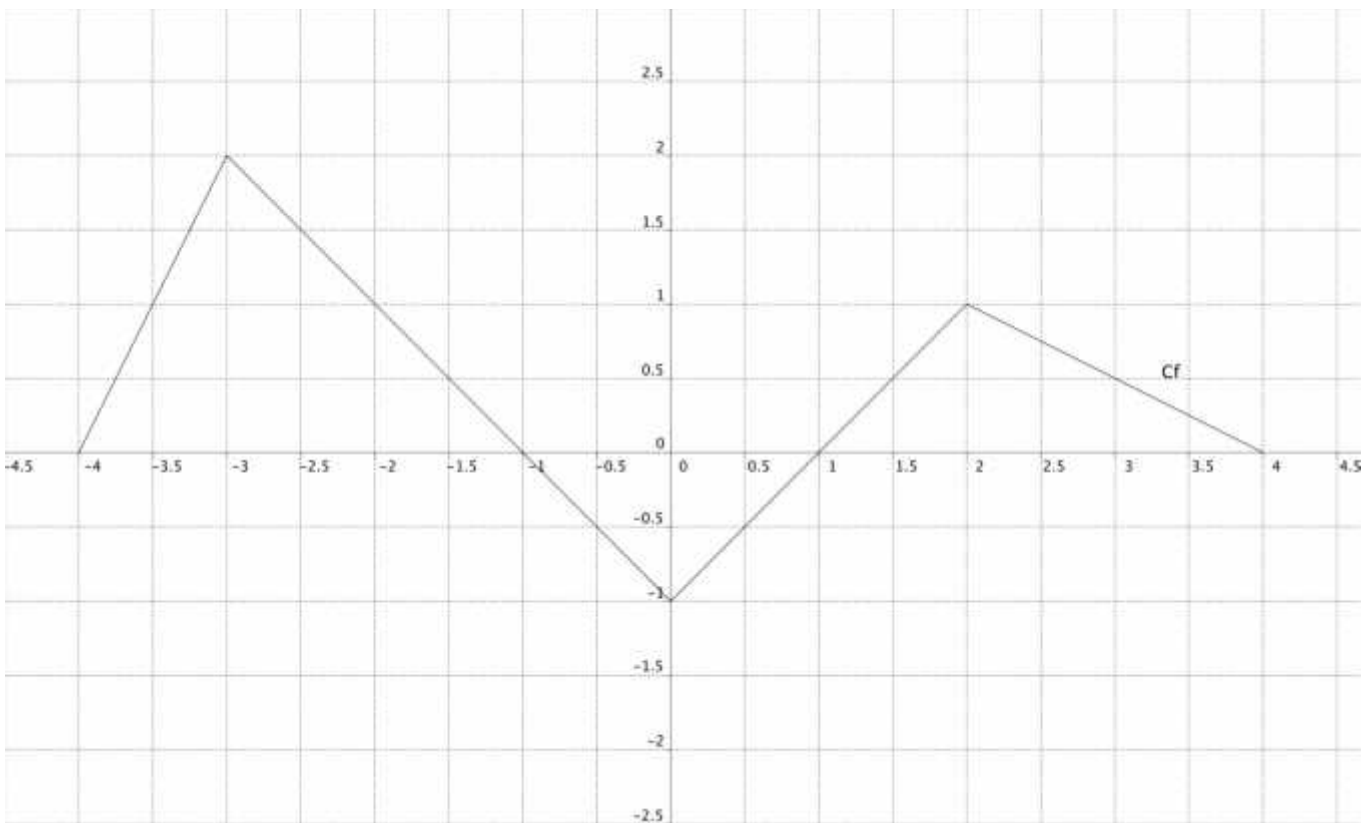
ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-5}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.
- β) Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω σημεία ανήκουν στην γραφική παράσταση της συνάρτησης f $A(4,0)$, $(7,4)$, $\left(8, \frac{6\sqrt{2}+1}{3}\right)$
- γ) Να αποδείξετε ότι $\sqrt{2} \cdot \sqrt{f(6)} \cdot \sqrt{f(6)-2} = 2$

ΘΕΜΑ 12

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f.



- α) Να λύσετε τις ανισώσεις: $f(x) > 0$ και $f(x) > 1$.
- β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- γ) Να βρείτε τις τιμές $f(-3), f\left(\frac{-5}{2}\right), f(0)$ και $f(1)$
- δ) Να λύσετε τις εξισώσεις: $f(x) = 0, f(x) = 1$ και $f(x) = -2$.
- ε) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

ΘΕΜΑ 13

Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x) = x - 9$ και $f(x) = x^2 - 4x + \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$.

- α) Αν το σημείο $M(1, -8)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να υπολογίσετε την τιμή του α .
- β) Αν $\alpha = -5$, να βρείτε:
- (1) τα κοινά σημεία των C_f και C_g ,
 - (2) τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από την C_g .

ΘΕΜΑ 14

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda - 2, \lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε η γραφική παράσταση της f έχει δύο κοινά σημεία με τον άξονα x' , για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ .
- β) Αν x_1, x_2 οι τετμημένες των κοινών σημείων της C_f με τον x' , να βρείτε την τιμή του λ ώστε $x_1 + x_2 = 3$.
- γ) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα (β), να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τους άξονες.

ΘΕΜΑ 15

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 7x + \alpha = 0, \alpha \in \mathbb{R}$. (1)

- α) Να βρείτε για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες x_1, x_2 τέτοιες ώστε να ισχύει:

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} = 3$$

- β) Για $\alpha = 12$:

- i) Να λύσετε την εξίσωση (1).
- ii) Να λύσετε την εξίσωση $d(x, x_1) - 3d(x, 7) = 0$ όπου x_1 είναι η μικρότερη από τις ρίζες της εξίσωσης (1) που βρήκατε στο ερώτημα βi.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 16

Δίνεται δειγματικός χώρος $\Omega = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 2| < 4\}$ η εξίσωση

$$(2-x)^3 (-1)^2 + (\mu - 3)(x^2 - 4x + 3) + 6 = 5(2-x^2) \mid -1 \mid \quad (1)$$

και το σύνολο $A = \{x \in \Omega \mid (1) \mu \quad x \quad \mu \mid 1\}$.

α) Να γράψετε με αναγραφή τα στοιχεία του Ω

β) Να βρείτε την πιθανότητα του A

ΘΕΜΑ 17

Δίνεται η εξίσωση: $8x^4 + (5 - 5)x^3 + 3x^2 - (2a +)x + ^2 = 0, \quad , \in \mathbb{R} \quad (1)$

α) Να βρείτε τις τιμές των a, β ώστε η εξίσωση να είναι διτετράγωνη.

β) Να λύσετε την εξίσωση (1) αν $= 1$ και $= -2$.

ΘΕΜΑ 18

α) Να απλοποιηθεί η παράσταση: $K = \frac{^2 - ^2}{\sqrt{+} + \sqrt{+}}, \quad (\neq \quad , > 0)$

β) Αν $, , > 0$ να δείξετε ότι: $\sqrt{+} + \sqrt{+} + \sqrt{+} = \frac{+ +}{\sqrt{+}}$

ΘΕΜΑ 19

Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

$$\text{i) } \frac{|x|-1}{2} < \frac{1-|3x|}{5} \quad \text{ii) } |x - |x - 3|| = 10 \quad \text{iii) } \frac{|x-3|}{x-3} > 0 \quad \text{vi) } \left| \frac{5|x|-2}{|x|+1} \right| < 4$$

ΘΕΜΑ 20

Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $|x^2 + 2x + 1| - 3|x - 2| = x^2 + |2 - x|$ ii) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 15$

$$\text{iii) } (x+1)^3 - 7 = 1 \quad \text{vi) } x^2 - 3|x-1| - 1 = 0$$

ΘΕΜΑ 21

Μέσα σε ένα κουτί υπάρχουν $x^2 - 4x$ άσπρες σφαίρες, $3x-15$ κόκκινες σφαίρες και $x+15$ μαύρες σφαίρες με $x \geq 5$. Βγάζουμε από το κουτί στην τύχη μία σφαίρα

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

α) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα P να βγάλουμε από το κουτί μια κόκκινη σφαίρα είναι $P(x) = \frac{3x - 15}{x^2}$

β) Πόσες κόκκινες σφαίρες πρέπει να περιέχει το κουτί έτσι ώστε να βγάλουμε μια κόκκινη σφαίρα με την μεγαλύτερη δυνατή πιθανότητα;

γ) Για το παραπάνω πλήθος των κόκκινων σφαιρών, να υπολογισθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «να βγάλουμε κόκκινη σφαίρα», B: «να βγάλουμε άσπρη σφαίρα», Γ: «να βγάλουμε μαύρη σφαίρα»

ΘΕΜΑ 22

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 1)x^2 - \lambda x + 1 = 0$. Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι και αντικαθιστούμε το λ με την ένδειξη του ζαριού. Να βρείτε την πιθανότητα:

α) Η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα

β) Να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες

γ) Να μην έχει πραγματικές ρίζες

ΘΕΜΑ 23

Από 120 μαθητές ενός λυκείου, 24 συμμετέχουν στον διαγωνισμό της ΕΜΕ, 20 στον διαγωνισμό της ΕΕΦ και 12 συμμετέχουν και στους δύο διαγωνισμούς. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Ποια είναι η πιθανότητα:

α) Να συμμετέχει σε έναν τουλάχιστον από τους δύο διαγωνισμούς.

β) Να συμμετέχει μόνο σε έναν από τους δύο διαγωνισμούς.

γ) Να μη συμμετέχει σε κανέναν από τους δύο διαγωνισμούς.

ΘΕΜΑ 24

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου για τα οποία ισχύουν

$$P(A - B) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{20}, \quad P(B' - A) = \frac{1}{2}$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$

β) Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα A και B

ΘΕΜΑ 25

Αν A και B είναι δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω για τα οποία $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $A \cup B$, $A - B$, $(B - A)'$, $(A \cap B)'$

ΘΕΜΑ 26

Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$ ο οποίος αποτελείται από ισοπίθανα και απλά ενδεχόμενα και A, B είναι δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα του Ω για τα οποία ισχύει

$$9(P(B))^2 - 13P(B) - P(A) + 5 = 0$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B.

β) Να βρείτε το πλήθος των στοιχείων των A και B.

γ) Δείξτε ότι τα A, B είναι αντίθετα ενδεχόμενα

ΘΕΜΑ 27

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

α) $|1 - 5x| = 7$

β) $|7x - 3| = |9x + 5|$

γ) $|x + 2| + 1 = 0$

δ) $|1 - |x|| = 0$

ε) $2|x - 3| = 5$

στ) $\frac{|x + 3| - 1}{2} - |x + 3| = 1 - \frac{7 - |x + 3|}{3}$

ζ) $||x - 1| + 3| = 4$

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

η) $|x-1| + |x^2-1| = 0$

θ) $|3x-5| = x-1$

ΘΕΜΑ 28

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α. $\sqrt{(x^2-6x+9)} = |2x-1|$ β. $\sqrt{x^2-2x+1} = |3x-5|$

γ. $|4|x|-5|=7$ δ. $\sqrt{x^2+9} = |2x-3|$

ΘΕΜΑ 29

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{2}{\sqrt{5}-2} + \frac{-2}{2+\sqrt{5}}$

α. Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

β. Να λύσετε την εξίσωση $||x|+2|=A$

ΘΕΜΑ 30

Να λύσετε τις εξισώσεις :

i. $|x^2-7x+10|=1$

ii. $|(x+1)^2-7|x+1|+4=2$

ΘΕΜΑ 31

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5\lambda x + 6\lambda^2 = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να αποδειχτεί ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες,

ii) Να βρεθεί το διάστημα από το οποίο παίρνει τιμές το λ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο πραγματικές και θετικές ρίζες.

ΘΕΜΑ 32

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 3\lambda + 2)x^2 + (\lambda - 1)x + 2 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ (1).

Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει:

i) μία μόνο ρίζα

ii) διπλή ρίζα

ΘΕΜΑ 33

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - |\alpha-1|x - 1 = 0$ (1)

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

α. Δείξτε ότι έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε πραγματική τιμή του α

β. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της (1) να βρείτε το α ώστε $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < -1$

ΘΕΜΑ 34

Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα της εξίσωσης $x^{10} + x^5 + \alpha = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε:

- Να βρείτε την τιμή του α
- Να λύσετε την εξίσωση

ΘΕΜΑ 35

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2}{|x|} = \frac{|x|}{2} + \frac{3}{2}$

ΘΕΜΑ 36

Να λύσετε την εξίσωση

- $|\chi+2|^2 - 3|\chi+2| + 2 = 0$
- $(2\chi+1)^2 - 4|2\chi+1| + 3 = 0$
- $2x - 3\sqrt{x} + 1 = 0$

ΘΕΜΑ 37

Έστω η συνάρτηση $f(x) \mathbb{N} \frac{ax^2 > 2x > ax < 2}{3x^2 > x > 2}$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- Να απλοποιήσετε την f
- Αν $\alpha=1$ να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας $y \mathbb{N} > \frac{x}{5}$

ΘΕΜΑ 38

Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων και να απλοποιήσετε τους τύπους τους

α. $f(x) = \frac{9x^2 - 1}{6x^2 - x - 1}$ β. $f(x) = \frac{x^2 - 101x + 100}{15x^2 - x - 14}$

ΘΕΜΑ 39

Έστω $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x| - 2}$

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
β. Να απλοποιήσετε τον τύπο της f
γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=2$

ΘΕΜΑ 40

Δίνεται η εξίσωση $-x^2+(2\lambda-1)x+\lambda^2+\lambda+1=0$

- α) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ έχει πραγματικές και άνισες ρίζες
β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τα λ ώστε $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 \cdot x_2 \geq 0$

ΘΕΜΑ 41

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=x^2-(\lambda-2)x+4$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες έχει πραγματικές και άνισες ρίζες
β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τα λ ώστε $x_1^2 + x_2^2 > 1$

ΘΕΜΑ 42

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=(\lambda+2)x^2-2\lambda x+3\lambda$, $\lambda \neq -2$

- α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες $f(x) < 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
β) Για $\lambda = -4$ να λύσετε την εξίσωση $|f(x)| = -8x + 8$

ΘΕΜΑ 43

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=-x^2+x-4$

- α) Να βρείτε το πρόσημο της f
β) Να λύσετε την ανίσωση $|-x^2+x-4| > 2(x+1)$

ΘΕΜΑ 44

Ένα θέατρο έχει 15 σειρές καθισμάτων. Η πρώτη σειρά έχει 60 καθίσματα και στην τελευταία 18 καθίσματα. Αν το πλήθος των καθισμάτων ελαττώνεται από σειρά σε σειρά κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων τότε:

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- i. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων που ελαττώνεται από σειρά σε σειρά
- ii. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων της μεσαίας σειράς
- iii. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων όλων των σειρών του θεάτρου
- iv. Να βρείτε το πλήθος των καθισμάτων από την 5^η έως την 13^η σειρά

ΘΕΜΑ 45

Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_n) ισχύουν οι σχέσεις $\alpha_7 = 2x + 9$, $\alpha_8 = 4x + 4$ και $\alpha_9 = 5x - 1$.

Να βρείτε:

- i. τον πραγματικό αριθμό x
- ii. τον πρώτο όρο και τη διαφορά ω της προόδου
- iii. τον δωδέκατο όρο της προόδου.

ΘΕΜΑ 46

Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (1)

- i) Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο που έχει ως πρώτο όρο α_1 την μικρότερη ρίζα και διαφορά ω τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1)
- ii) Να βρείτε τον 5^ο όρο της
- iii) Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της
- iv) Να βρείτε ποιος όρος είναι $\frac{15}{2}$

ΘΕΜΑ 47

Δίνεται η εξίσωση $(| \lambda - 1 | + 3)t^2 + 2\lambda t + (| \lambda - 1 | - 3) = 0$

- α) Βρείτε το λ ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα την οποία και να υπολογίσετε.
- β) Βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο ρίζες ετερόσημες.

ΘΕΜΑ 48

Έστω η εξίσωση $x^2 + \mu(x + 1) = 2$, $\mu \in \mathbb{R}$ (1)

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1) :

i) Να βρείτε την εξίσωση που έχει ρίζες τις $x_1 - 1$ και $x_2 - 1$.

ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες: $\ell_1: y = \frac{2}{1}x + 2014$ και $\ell_2: y = (7 - \frac{2}{2})x - 2015$ είναι παράλληλες.

ΘΕΜΑ 49

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} (\mu + 1)^5 x, & x \geq 1 \\ -29x - 3, & x \leq 1 \end{cases} \quad \text{όπου } \mu \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρείτε την τιμή του μ .

β) Να λύσετε της εξίσωση: $x^2(x^2 - 2) = f(0)$.

ΘΕΜΑ 50

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{|x - 1| - 4}$

α) Να αποδείξετε ότι $f(3) = -2$

β) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

γ) Να λύσετε την εξίσωση $x^4 + x^2 + f(3) = 0$

ΘΕΜΑ 51

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - (\mu + 1)x + \mu - 2 = 0, \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει δύο ρίζες x_1 και x_2 άνισες.

β) Να βρείτε τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε: $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + x_1x_2 < 9$

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

γ) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης δεν μπορεί να είναι και οι δύο αρνητικές.

δ) Αν οι ευθείες $\ell_1: y = 2014x + 2015$ και $\ell_2: y = -\frac{2014}{\dots 2}x - 2016$ είναι παράλληλες, να

βρείτε τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης.

ε) Να βρείτε για ποιές τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $2x_1 + x_2 = 7$

ΘΕΜΑ 52

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - x - |\lambda - 1| = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι έχει για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1) και οι αριθμοί $\alpha = x_1 + x_2 - 1$, $\beta = |\lambda|$ και $\gamma = -x_1 \cdot x_2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε να βρείτε τις τιμές του λ

γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2 + x_1 \cdot x_2 + 1}}$

δ) Να δείξετε ότι $g(1) - 2\sqrt{2}g(0) + 1 = 0$

ΘΕΜΑ 53

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = 2x^2 - 2(\lambda - 5)x - (\lambda - 5)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

i) Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ , το τριώνυμο έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

ii) Αν x_1, x_2 είναι οι άνισες ρίζες του τριωνύμου, να βρείτε το λ αν ισχύει: $x_1^2 + x_2^2 = \frac{3}{4}$

iii) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε $|f(x)| = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

iv) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\{g(x)\} = \sqrt{2x_1 \cdot x_2 + x_1^2 + x_2^2}$

ΘΕΜΑ 54

Ένα ψυγείο έχει σταθερή θερμοκρασία 1°C Ένα φαγητό τοποθετείται μέσα σε αυτό και η θερμοκρασία

του δίνεται από τη σχέση $f(t) = 16 - \frac{t}{4}$ τα σε min

α) Ποια η αρχική θερμοκρασία του φαγητού

β) Μετά από πόσο χρόνο το φαγητό θα αποκτήσει τη θερμοκρασία του ψυγείου ;

γ) Ποια είναι η θερμοκρασία του μετά από 2 ώρες ;

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

δ) Βρείτε τη θερμοκρασία του φαγητού μετά από μιάμιση ώρα και κάντε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

ΘΕΜΑ 55

Αν $-x^2+5x-6>0$ να Βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{|x-2|+|x-3|}{|x-1|+|x-5|}$

ΘΕΜΑ 56

Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση $y = (\lambda^2-3\lambda)x+1$

- α) Βρείτε το λ αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο (1, -1)
- β) Για τις τιμές του λ που βρήκατε στο 1^ο ερώτημα να δείξετε ότι η (ε) είναι παράλληλη στην (ζ) $\psi = -2x+5$
- γ) Βρείτε την τιμή του μ ώστε η $y = -|\mu-3|x+2$ είναι // στην (ε)

ΘΕΜΑ 57

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \left| \frac{x^2-1}{x-1} \right|$.

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- β. Να λυθεί η ανίσωση $f(x)<3$.

ΘΕΜΑ 58

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - 2(\lambda + 1)x + 5 - \lambda$

α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο να είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $f(x)$, να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με

ρίζες \dots_1, \dots_2 όπου $\dots_1 = 1 + \frac{1}{x_1}$ και $\dots_2 = 1 + \frac{1}{x_2}$.

ΘΕΜΑ 59

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

α) Αν $2 < x < 3$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{9 - 6x + x^2}$

β) Αφού βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση $B = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{\sqrt{x + 3}}$ να την

απλοποιήσετε .

ΘΕΜΑ 60

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: y = |2\lambda - 1|x + 3$ και $\epsilon_2: y = |5 - \lambda|x - 1$ και η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{|2x - 1| - \lambda}$

α) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες οι ευθείες είναι παράλληλες.

β) Για την μεγαλύτερη τιμή του λ που βρήκατε να βρείτε τον τύπο της g και το πεδίο ορισμού της

ΘΕΜΑ 61

Έστω συνάρτηση $f(x) = \sqrt{(\lambda - 1)x^2 + 1}$ με πεδίο ορισμού το \mathbb{R}

α) Είναι δυνατόν να ισχύει $\lambda < 1$;

β) Αν το σημείο $(1, 2)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f να υπολογίσετε το λ

γ) Για την τιμή του λ που βρέθηκε να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f

ΘΕΜΑ 62

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{2x^2 > 3x < 1}{x^2 > 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της

γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 3$

ΘΕΜΑ 63

Έστω A, B δύο ισοπίθανα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Αν οι πιθανότητες των ενδεχομένων A και $A \cap B$ είναι διαφορετικές μεταξύ τους και αποτελούν τις ρίζες της εξίσωσης

$12x^2 - 7x + 1 = 0$ να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

α) $A, A \cap B$ και $A \cup B$.

β) $A - B, B - A$.

γ) $(A - B) \cup (B - A)$.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 64

Από τους μαθητές ενός Λυκείου το 70% χρησιμοποιεί βιβλία Μαθηματικών, το 60% Φυσικής και το 50% και τα δύο. Επιλέγουμε στην έναν μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα:

- να χρησιμοποιεί βιβλία Μαθηματικών και όχι Φυσικής
- να χρησιμοποιεί μια τουλάχιστον από τις δύο κατηγορίες βιβλίων
- να χρησιμοποιεί ακριβώς μια από τις δύο κατηγορίες βιβλίων
- να μη χρησιμοποιεί καμία από τις δύο κατηγορίες βιβλίων.

ΘΕΜΑ 65

Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τέτοια, ώστε $P(A) = x$,

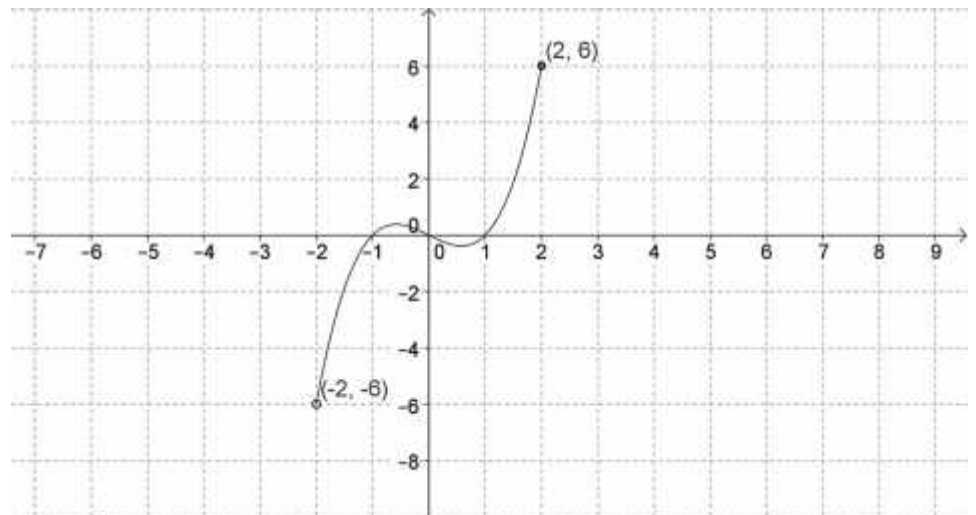
$$P(A \cap B) = 2x - \frac{3}{2} \text{ και } P(A - B) = \frac{2}{3}x^2$$

- Να αποδείξετε ότι $x = \frac{1}{2}$
- Αν επιπλέον ισχύει $P(B - A) = 1$ να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
 - B
 - $A \cup B$
 - $(A - B) \cup (B - A)$.

ΘΕΜΑ 65

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της f. Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού της
- το σύνολο τιμών της
- τα σημεία τομής με τους άξονες
- τα διαστήματα του x που η C_f είναι πάνω από τον άξονα $x'x$
- το πλήθος λύσεων της εξίσωσης $f(x)=4$



ΘΕΜΑ 66

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$ και $g(x) = \frac{5x - 4}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

α. Να βρείτε τα κοινά σημεία των f,g

β. τις τιμές του x που η C_f είναι πάνω από τη C_g

ΘΕΜΑ 67

Δίνονται οι συναρτήσεις f,g με

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5, g(x) = x^2 + x + 3$$

Έστω επίσης η συνάρτηση h με

$$h(x) = 2f(x) + g(x)$$

με ρίζες τις x_1, x_2 .

α) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα x'x.

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων για τα οποία η C_f είναι κάτω από την C_g .

γ) Να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$$

δ) Να βρείτε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες x_1^2, x_2^2 .

ΘΕΜΑ 68

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{rx-4}{x}, & x < 0 \\ s-1+a\sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$. Αν η C_f τέμνει τον άξονα x'x στο -2 και τον γ'γ στο 3 να

βρείτε:

α. τα α,β

β. τη συνάρτηση f

γ. Το λ ώστε το $A((\lambda-1)^2, -2)$ να ανήκει στη C_f

ΘΕΜΑ 69

Δίνονται τα σημεία A(2,0), B(0,4) και Γ(0,6). Να βρείτε:

α) την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία A και B

β) την εξίσωση της ευθείας (η) που διέρχεται από το σημείο Γ(0,6) και είναι // στην ευθεία

$\gamma = -2x + 2015$

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- γ) το σημείο τομής Δ της ευθείας (η) με τον άξονα x'x
- δ) το εμβαδό του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

ΘΕΜΑ 70

Να δείξετε ότι :

α) Αν $x \neq 0$ να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{||x| - x| + ||x| + x|}{|x|}$

β) Ο $\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{7}-3)^2}} + \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{7}+3)^2}}$

ΘΕΜΑ 71

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{|x| - 1} + \sqrt{|x|}$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της

β. Να δείξετε ότι $\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(4)} = 1$

ΘΕΜΑ 72

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x + \dots$, $\dots \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- β) Να βρείτε για ποια τιμή του \dots η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1,4)$.
- γ) Για $\dots = 3$
 - i) Να χαραχθεί η γραφική παράσταση της f .
 - ii) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας με εξίσωση $y = f(x)$.
 - iii) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει η C_f με τον άξονα $x'x$.
 - iv) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει τους άξονες

ΘΕΜΑ 73

Δίνεται η συνάρτηση g με $g(x) = 2 - |x - 2|$.

- i) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης g πιο απλά, χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.
- ii) Να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

ΘΕΜΑ 74

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x - 1 = 0$ που έχει ρίζες τους αριθμούς x_1, x_2 καθώς και οι ευθείες

$$l_1: y = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) x + 10 \text{ και } l_2: y = \left((x_1 - 1)^2 + 2 |x_1 - 1| \right) x + 6. \text{ Αν } l_1 // l_2 \text{ να βρείτε:}$$

α) το $x_1 \in \mathbb{R}$.

β) το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η l_2 με τους άξονες.

ΘΕΜΑ 75

Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση $y = ax + 3$ η οποία σχηματίζει με τον άξονα x'x αμβλεία γωνία. Να βρείτε:

- α) τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με τους άξονες x'x και y'y
- β) το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τους άξονες x'x και y'y
- γ) την τιμή του α, ώστε το παραπάνω εμβαδό να είναι ίσο με 3 τ.μ.

ΘΕΜΑ 76

Δίνεται η ακολουθία (a_n) με $a_n = \frac{2}{3} \cdot 3^n, n \in \mathbb{N}^*$

- α) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία (a_n) είναι γεωμετρική πρόοδος και να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο λ
- β) Να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ο 486
- γ) Να δείξετε ότι το άθροισμα $a_{21} + a_{22} + a_{23} + \dots + a_{50} = 3^{50} - 3^{20}$

ΘΕΜΑ 77

$$\mu \cdot x + 5, x - 1 \quad x - 3 \quad \mu \quad ().$$

) $\mu \quad \mu \cdot x.$

) $;$

) $\mu \cdot x - 1 \quad 4 \quad , \quad 1 \quad .$