🕮 ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ.

Α. ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ.

Κάθε διανυσματική σχέση τη Φυσικής μπορεί να μετατραπεί σε σχέση μη διανυσματική (μέτρων – αλγεβρική) αν καθορίσουμε θετική-αρνητική φορά και προσδιορίσουμε το πρόσημο των διανυσμάτων τα οποία έχω σχεδιάσει πάνω σε κατάλληλο σχήμα.

Παρατηρήσεις:

1. **Η παραπάνω διαδικασία γίνεται *μόνο* στην περίπτωση που τα διανυσματικά μεγέθη της Φυσικής *είναι συγγραμμικά*.**
2. **Στο βιβλίο μας οι περισσότερες σχέσεις δεν έχουν την διανυσματική μορφή π.χ. $\overrightarrow{\Delta P} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$ ή $\overrightarrow{\Sigma F} = m\vec{a}$ ή $\overrightarrow{\Delta x} = \overrightarrow{\upsilon_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ ή $\vec{\upsilon} = \overrightarrow{\upsilon_0} + \vec{\alpha}t$ αλλά την μορφή *ΔP=$P_{\tau\varepsilon\lambda}$-$P_{\alpha\rho\chi}$* ή ΣF=ma κ.λ.π. Εννοείται όμως ότι τα μεγέθη αυτά είναι διανυσματικά και αναφέρονται τα στοιχεία των στο βιβλίο αναλυτικά.**
3. **Στις σχέσεις που προκύπτουν *όταν αντικαθιστώ* τα δεδομένα μεγέθη βάζω μόνο τα μέτρα των έστω και αν μου δίνουν την αλγεβρική τιμή των μερικές φορές η οποία χρειάζεται για την φορά αυτών.**
4. **Αν από τις σχέσεις αυτές κάποιο άγνωστο διανυσματικό μέγεθος υπολογιζόμενο *προκύψει με αρνητική τιμή* ,σημαίνει ότι έχω σχεδιάσει υποθετικά *λάθος την φορά του*.**
5. **Καλό είναι *να μη χρησιμοποιώ* μια σχέση π.χ $\Delta x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}at^2$ (1) ή $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ (2) κατευθείαν. Κανονικά οι σχέσεις σε μεταβαλλόμενη κίνηση είναι $\overrightarrow{\Delta x} = \overrightarrow{\upsilon_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ και $\vec{\upsilon} = \overrightarrow{\upsilon_0} + \vec{\alpha}t$,και σε επιβραδυνόμενη κίνηση τα διανύσματα υ, α έχουν αντίθετες φορές οπότε σύμφωνα με αυτά που είπαμε αρχικά προκύπτουν οι σχέσεις (1) και (2).**
6. **6.** Παρακάτω θα δοθούν επαναληπτικά όλες οι σχέσεις που μάθαμε στην Α΄ Λυκείου και καλό είναι να κάνετε εφαρμογή των παραπάνω σε αυτές.

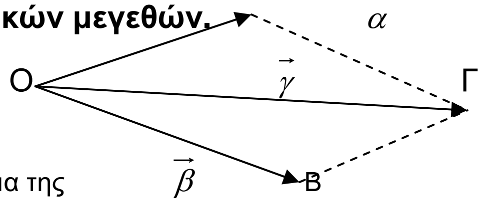
Παραδείγματα: Εφαρμόστε τα παραπάνω στην περίπτωση α)επιταχυνόμενης κίνησης και ειδικά στους τύπους που δίνουν την ταχύτητα, μετατόπιση και τον Β΄ Νόμο του Νεύτωνα. β) επιβραδυνόμενης κίνησης , και ειδικά στους τύπους που δίνουν την ταχύτητα, μετατόπιση και τον Β΄ Νόμο του Νεύτωνα. γ) κρούσης σώματος σε τοίχο και εφαρμογή της μεταβολής της ορμής και δ) εφαρμογή της διατήρησης ορμής κατά την σύγκρουση σωμάτων.

Β. ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΗ ΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ.

Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν δύο μόνο περιπτώσεις σχέσεων της Φυσικής που καθορίζονται με τελείως διαφορετικό τρόπο από αυτόν της παραγράφου Α.

1. ***Η συνισταμένη (άθροισμα-πρόσθεση) δύο μη συγγραμμικών διανυσμάτων.***
2. ***Η διαφορά διανυσματικών μη συγγραμμικών μεγεθών.***

1. Συνισταμένη (άθροισμα- πρόσθεση) δύο διανυσματικών μεγεθών.



► Διανύσματα που σχηματίζουν τυχαία γωνία φ.

Εφαρμόζοντας τον κανόνα του παραλληλογράμμου, για διανύσματα με κοινή αρχή. Τότε το άθροισμα των δύο διανυσμάτων θα είναι ο διάνυσμα της διαγωνίου του παραλληλογράμμου που προκύπτει με αρχή το σημείο Ο.

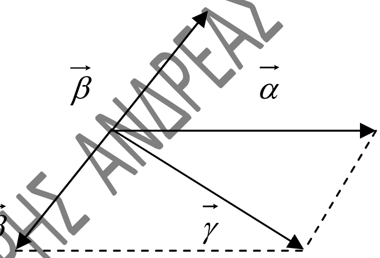
Αν γνωρίζουμε τη γωνία φ που σχηματίζεται μεταξύ των δύο διανυσμάτων και , τότε το μέτρο του διανύσματος γ θα δίνεται από τη σχέση: $\boxed{\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \sigma\upsilon\nu\phi}$.

Όμως, το μέτρο του διανύσματος δεν αρκεί για να οριστεί πλήρως το διάνυσμα. Χρειάζεται να προσδιοριστεί και η διεύθυνσή του, που πραγματοποιείται εφαρμόζοντας *τον νόμο των ημιτόνων* στο τρίγωνο ΟΒΓ.

► Διανύσματα που σχηματίζουν γωνία 90^0.

Εδώ είναι η απλή περίπτωση του πυθαγορείου θεωρήματος.

2. Διαφορά δύο διανυσματικών μεγεθών.



Θεωρούμε δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η διαφορά των δύο διανυσμάτων είναι ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$

τέτοιο ώστε: $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\alpha} + (-\vec{\beta})$.Αντί δηλαδή από το διάνυσμα $\vec{\alpha}$

να αφαιρέσουμε το διάνυσμα $\vec{\beta}$, ισοδύναμα προσθέτουμε στο διάνυσμα $\vec{\alpha}$ το αντίθετο του διανύσματος $\vec{\beta}$, δηλαδή εφαρμόζοντας τον κανόνα του παραλληλογράμμου όπως προηγουμένως.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής της παραπάνω διαφοράς είναι η περίπτωση $\overrightarrow{\Delta P} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$ αλλά μόνο στην περίπτωση που τα διανύσματα της αρχικής και τελικής ορμής δεν είναι συγγραμμικά.

Προσοχή : Είναι απαραίτητο να θυμόσαστε τα εξής:

a) ***Η μεταβολή*** **ενός φυσικού μεγέθους Μ ορίζεται από τη σχέση :** $\boxed{\Delta M = M_{\tau\epsilon\lambda} - M_{\alpha\rho\chi.}}$

b) ***Η διαφορά*** **ενός φυσικού μεγέθους Μ ορίζεται από τη σχέση:** $\boxed{\Delta M = M_{\alpha\rho\chi} - M_{\tau\epsilon\lambda.}}$

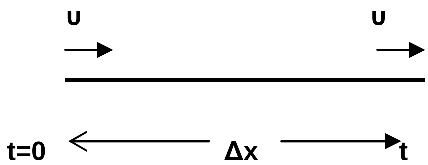
c) ***Ο ρυθμός μεταβολής*** **ενός φυσικού μεγέθους Μ ορίζεται από τη σχέση:** $\boxed{\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{M_{\tau\epsilon\lambda} - M_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\epsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}}}$

🕮 ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΤΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α. ΚΙΝΗΤΙΚΗ

Α.1. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ.

1. Ομαλή ευθύγραμμη κίνηση.



Σε αυτή την κίνηση η ταχύτητα υ (μονάδα m/sec) παραμένει σταθερή σε κατεύθυνση και μέτρο.

Η σχέση που δίνει την μετατόπιση ενός κινητού για χρονικό διάστημα t είναι η :

$\boxed{\Delta x = \upsilon \cdot t}$ **(διανυσματική σχέση).** Σε κάθε κίνηση που το κινητό ξεκινά από την αρχή των αξόνων ισχύει για την μετατόπιση ότι **Δx=x.**

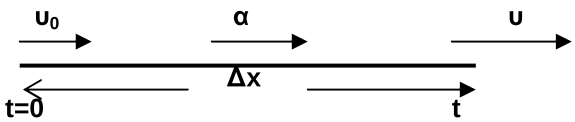
2. Ευθύγραμμη μεταβαλλόμενη κίνηση.

Σε αυτή την κίνηση η επιτάχυνση α (μονάδα m/sec^2)παραμένει σταθερή σε κατεύθυνση και μέτρο.

Οι σχέσεις που δίνουν την μετατόπιση και την ταχύτητα ενός κινητού για χρονικό διάστημα t είναι οι παρακάτω:

$\boxed{\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$ **και** $\boxed{\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t}$ **(διανυσματικές σχέσεις).**

2.1 Ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση.

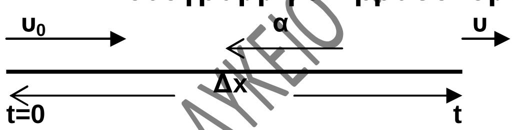


Τα διανύσματα υ_0 ,υ, α, Δx έχουν την ίδια φορά.

Σύμφωνα με αυτά που είπαμε στην πρώτη ενότητα για τα συγγραμμικά διανύσματα οι σχέσεις (1) και (2) παίρνουν τη μορφή: $\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ και $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$ στις οποίες αντικαθιστούμε μέτρα των φυσικών μεγεθών.

Αν αρχικά το σώμα ηρεμεί (είναι ακίνητο) τότε η αρχική ταχύτητα υ_0 είναι μηδέν δηλαδή στους παραπάνω τύπους θέτω $\upsilon_0 = 0$.

2.2 Ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση.



Τα διανύσματα υ_0 ,υ, Δx έχουν αντίθετη φορά από την επιτάχυνση α.

Σύμφωνα με αυτά που είπαμε στην πρώτη ενότητα για τα συγγραμμικά διανύσματα οι σχέσεις (1) και (2) παίρνουν τη μορφή: $\Delta x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ και $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ στις οποίες αντικαθιστούμε μέτρα των φυσικών μεγεθών.

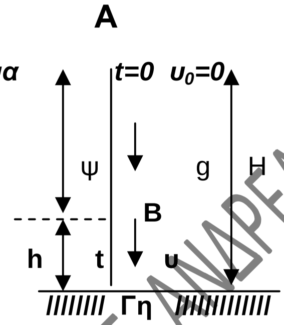
Αν το κινητό επιβραδυνόμενο σταματά, τότε η τελική του ταχύτητα είναι μηδέν και στους παραπάνω τύπους αντικαθιστούμε $\upsilon = 0$.

Προσοχή : Θυμηθείτε ότι έχουμε αναφέρει στις σημειώσεις της Α΄ Λυκείου και αφορούν τα διαγράμματα.

Α.2. ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ.

***Οι κατακόρυφες κινήσεις** είναι κινήσεις που γίνονται μόνο με την επίδραση κάποιας κατακόρυφης δύναμης. Θα εστιάσουμε την προσοχή μας στην περίπτωση που η μόνη κατακόρυφη δύναμη είναι το Βάρος.*
Οι κινήσεις αυτές είναι ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις και υπακούουν στις σχέσεις των κινήσεων αυτών.

1. Ελεύθερη πτώση.



***Ελεύθερη πτώση** ονομάζουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν το αφήσουμε από ορισμένο ύψος (χωρίς αρχική ταχύτητα) και κινείται μόνο με την επίδραση του Βάρους του.*
Η ελεύθερη πτώση είναι ευθύγραμμη, ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της Βαρύτητας g.

Θεωρώντας σαν θετική φορά προς τα κάτω οι τύποι που ισχύουν στην επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα παίρνουν τη μορφή: Δψ=ψ=$\frac{1}{2}g\cdot t^2$ και $\upsilon = g\cdot t$,όπου Δψ=ψ η μετατόπιση από την αρχική θέση Α μέχρι τη θέση Β , και υ η ταχύτητα που απόκτησε μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Προσοχή :Το ύψος που απέχει το σώμα από τη Γη συμβολίζεται με h και υπολογίζεται από τη διαφορά h=H-ψ

2. Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω

Ονομάζουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν βάλλεται προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα υ_0 και κινείται με την επίδραση του Βάρους του. Η κατακόρυφα βολή προς τα κάτω είναι ευθύγραμμη κίνηση, ομαλά επιταχυνόμενη, με αρχική ταχύτητα υ_0 και με επιτάχυνση την επιτάχυνση της Βαρύτητας. Ισχύουν οι τύποι $\Delta\psi = \psi = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}gt^2$ και $\upsilon = \upsilon_0 + gt$ δεδομένου ότι υ_0 ,ψ ,g έχουν την ίδια φορά.

3. Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω

Ονομάζουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν βάλλεται προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα υ_0 και κινείται με την επίδραση του Βάρους του. Η κατακόρυφα βολή προς τα πάνω είναι ευθύγραμμη κίνηση, ομαλά επιβραδυνόμενη, με αρχική ταχύτητα υ_0 και με επιτάχυνση την επιτάχυνση της Βαρύτητας. Ισχύουν οι τύποι $\Delta\psi = \psi = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ και $\upsilon = \upsilon_0 - gt$ δεδομένου ότι υ_0 ,ψ ,και g έχουν αντίθετη φορά.

Α.3. ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ.

Δύο βασικά μεγέθη της κυκλικής κίνησης είναι η **συχνότητα f** και η **περίοδος Τ** ,τα οποία ορίζονται ως εξής:

α) Συχνότητα f** : **τύπος $\boxed{f = \frac{N}{t}}$ ***όπου Ν είναι ο αριθμός των περιστροφών του κινητού, και t ο αντίστοιχος χρόνος μέσα στον οποίο γίνονται αυτές οι περιστροφές (μονάδα συχνότητας*** Hz) .

β) Περίοδος Τ : *είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να κάνει το κινητό μια περιστροφή(μονάδα περιόδου sec).*

γ) Σχέση περιόδου – συχνότητας $f = \dfrac{N}{t} = \xrightarrow[N=1 \text{ και } t=T]{\text{για μια περιστροφή}} \boxed{f = \dfrac{1}{T}}$.

Ορισμός ομαλής κυκλικής κίνησης

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν η τροχιά του είναι κύκλος και σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα ή διαγράφει ίσες επίκεντρες γωνίες.

Ιδιότητες ομαλής κυκλικής κίνησης

1. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας μένει σταθερό κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά.

Ορισμός γωνιακής ταχύτητας: $\boxed{\omega = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}}$ ***όπου Δφ η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρόνο Δt (μονάδα rad/sec)*** .Ειδικά όταν το κινητό διαγράψει μια περιστροφή ,η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνία Δφ=2π και ο αντίστοιχος χρόνος είναι μια περίοδος Τ ,έτσι ο τύπος παίρνει τη μορφή $\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{\mathrm{T}} = 2\pi f}$(1)

2. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας μένει σταθερό, αλλά η διεύθυνση της αλλάζει διαρκώς παραμένοντας εφαπτόμενη στην τροχιά. Έτσι η ομαλή κίνηση είναι μια μεταβαλλόμενη κίνηση και καταχρηστικά ονομάζεται ομαλή.

Ορισμός γραμμικής ταχύτητας: $\boxed{\upsilon = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}}$ ***όπου Δs το τόξο που διαγράφει το κινητό σε χρόνο Δt (μονάδα m/sec).*** Ειδικά όταν το κινητό διαγράψει μια περιστροφή , το τόξο που αντιστοιχεί σε αυτή την κίνηση είναι Δs=2πR και ο αντίστοιχος χρόνος είναι μια περίοδος Τ ,έτσι ο τύπος παίρνει τη μορφή $\boxed{\upsilon = \dfrac{2\pi R}{\mathrm{T}} = 2\pi R f}$(2)

***<u>Σχέση μεταξύ γωνιακής –γραμμικής ταχύτητας</u>*:** Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε εύκολα ότι $\boxed{\upsilon = \omega \cdot R}$.

Ορισμός κεντρομόλου επιτάχυνσης: **Εφόσον η ταχύτητα αλλάζει στην κυκλική κίνηση υπάρχει επιτάχυνση η οποία ονομάζεται κεντρομόλος και σαν διανυσματικό μέγεθος έχει τα εξής χαρακτηριστικά:**

- ► **διεύθυνση : την διεύθυνση της ακτίνας**
- ► **φορά: προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς**
- ► **μέτρο: που δίνεται από τη σχέση** $\boxed{\alpha_\kappa = \dfrac{\upsilon^2}{R}}$

Συστήματα που έχουν κοινή τη γωνιακή ταχύτητα ή τη γραμμική ταχύτητα

Κοινή γωνιακή ταχύτητα

Σε κάθε συμπαγές σώμα, π.χ. δίσκο η ράβδο, που περιστρέφεται γύρω από έναν άξονά του η γωνιακή ταχύτητα όλων των σημείων του δίσκου ή της ράβδου είναι ίδια, ενώ η γραμμική ταχύτητα εξαρτάται ανάλογα από την ακτίνα περιστροφής του σημείου.

Κοινή γραμμική ταχύτητα

Η ταχύτητα των σημείων μιας αλυσίδας ενός ποδηλάτου , καθώς και ενός ιμάντα έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο τους, ενώ η γωνιακή ταχύτητα των αξόνων γύρω από τους οποίους κινείται η αλυσίδα ή ο ιμάντας είναι διαφορετική και εξαρτάται αντιστρόφως ανάλογα από την ακτίνα.

Α.4. ΣΥΝΘΕΣΗ ΚΙΝΗΣΕΩΝ.

Μπορεί ένα σώμα να μετέχει σε δύο ή περισσότερες κινήσεις. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε *την αρχή της ανεξαρτησίας (ή της επαλληλίας) των κινήσεων* που διατυπώνεται ως εξής:

<< Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις κάθε μια από αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t , είναι ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα ,είτε εκτελούντα διαδοχικά , σε χρόνο t κάθε μια>>

Τέτοιες κινήσεις είναι π.χ η οριζόντια βολή που είδαμε στην Α΄ Λυκείου ,καθώς και η κίνηση φορτισμένου σωματιδίου που μπαίνει κάθετα σε ηλεκτρικό πεδίο που θα δούμε στην Β΄ Λυκείου.

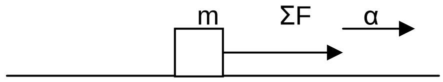
Σε κάθε θέση η ταχύτητα υπολογίζεται από το <u>διανυσματικό</u> άθροισμα των ταχυτήτων του σώματος στη θέση αυτή δηλαδή $\vec{υ}=\vec{υ}_χ+\vec{υ}_ψ$.

Β. ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Β.1. ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Η διανυσματική σχέση που εκφράζει το *Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής* είναι η εξής:

$$\boxed{\Sigma F = m \cdot \alpha}$$



Όπου *ΣF* είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα μάζας *m* , και *α* η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

Παρατηρήσεις:

1. **Αν σε ένα σώμα *ασκούνται δυνάμεις με ΣF≠0 τότε αυτό αποκτά επιτάχυνση που έχει την φορά της ΣF* , και αντίστροφα.**
2. **Η παραπάνω σχέση ισχύει *για σώματα που έχουν σταθερή μάζα (μακρόκοσμος)*.**
3. **Η παραπάνω σχέση ισχύει για *ευθύγραμμες κινήσεις που έχουν σταθερή φορά*.**

4. **Αν ΣF=0 τότε προκύπτει ο Α΄ Νόμος του Νεύτωνα** **που λέει ότι :**

<< Αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν ,τότε το σώμα είναι ακίνητο (ηρεμεί ,ισορροπεί) , ή κινείται με σταθερή ταχύτητα (εκτελώντας ομαλή κίνηση)>>.

5. **Η *γενική μορφή του Νόμου του Νεύτωνα* θα δοθεί στην παράγραφο της Ορμής ,και η οποία θα ισχύει και για σώματα που δεν έχουν *σταθερή μάζα, καθώς και σε κινήσεις που αλλάζει η φορά του κινητού.***

6. **Σε αυτό το κεφάλαιο αναφέρεται και ο Γ΄ Νόμος του Νεύτωνα ο οποίος διατυπώνεται ως εξής: *<< Αν σε ένα σώμα Α ασκείται μια δύναμη F από ένα σώμα Β ,τότε και το σώμα Β δέχεται μια δύναμη F ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς από το σώμα Α>>.* Αυτός ο νόμος βρίσκει εφαρμογή π.χ στην επαφή των σωμάτων ή όταν τα σώματα είναι δεμένα με σχοινί. κ.λ.π**

7. **Ένα σώμα το οποίο εκτελεί *ομαλή κυκλική κίνηση* έχει κεντρομόλο επιτάχυνση $\alpha_\kappa = \upsilon^2 / R$, άρα σύμφωνα με το Β΄ Νόμο του Νεύτωνα θα ασκούνται στο σώμα δυνάμεις που θα έχουν τη φορά της επιτάχυνσης. Έτσι ο Νόμος παίρνει τη μορφή :** $\Sigma F_\kappa = \dfrac{m \cdot \upsilon^2}{R}$ ***όπου ΣF_κ είναι η συνισταμένη κάποιων από τις γνωστές μας δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη διεύθυνση της ακτίνας, με θετικές αυτές που έχουν φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς, και υ η ταχύτητα του σώματος σε εκείνη τη θέση.*** **Αν κάποιες από τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα δεν έχουν τη διεύθυνση της ακτίνας τότε αναλύουμε αυτές με το γνωστό τρόπο σε δύο κάθετους άξονες με ένα υποχρεωτικά αυτόν της ακτίνας.**

Προσοχή στην παρατήρηση 7:

7.1 **Αναγκαία και ικανή συνθήκη ώστε ένα *σώμα υποχρεωτικά να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι <u>συνεχώς</u> κάθετη στην ταχύτητα..***

7.2 Σε μια μη ομαλή κυκλική κίνηση (μεταβαλλόμενη) ισχύει η σχέση $\Sigma F_\kappa = \dfrac{m \cdot \upsilon^2}{R}$ **σε κάθε θέση όπου ΣF_κ είναι η γνωστή συνισταμένη και υ η ταχύτητα σε εκείνη τη θέση. (Τέτοιες κινήσεις είναι η κίνηση ενός νήματος κρεμασμένου από οροφή ,ή η κίνηση σφαίρας σε ανοικτό κομμένο βαρέλι).**

8. **Καλό είναι να βρείτε τις σημειώσεις της Α΄ Λυκείου που αφορούν τις γνωστές δυνάμεις της Φυσικής και να θυμηθείτε τα στοιχεία της κάθε μιας αναλυτικά**

Β.2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΤΗΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΩΜΑΤΟΣ

1. **Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.**
2. **Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους άξονες. Η επιλογή των αξόνων γίνεται έτσι, ώστε να υπάρχουν όσο το δυνατόν λιγότερες δυνάμεις για ανάλυση.**
3. **Εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας:**

$$\Sigma F=0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \Sigma F_x = 0 & (1) \\ \Sigma F_\psi = 0 & (2) \end{cases}$$

4. **Οι εξισώσεις (1), (2) αποτελούν σύστημα, το οποίο μάς λύνει πάντα το πρόβλημα.**

Β.3. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΕΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

1. **Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, κατά τα γνωστά.**
2. **Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους άξονες. Ο ένας άξονας χ΄χ πρέπει υποχρεωτικά να ταυτίζεται με τη διεύθυνση της κίνησης (της ταχύτητας). Έτσι, περιλαμβάνει την τριβή. Ο κάθετος άξονας ψ΄ψ περιλαμβάνει την κάθετη δύναμη επαφής. Σε κάθε άξονα χωριστά εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής.**
3. **α) Αν στον άξονα ψ΄ψ έχουμε ισορροπία, τότε θέτουμε ΣF_ψ = O. Από αυτό τη συνθήκη υπολογίζουμε (επιλύουμε ως προς) την κάθετη δύναμη (επαφής). Όταν υπάρχει τριβή ολίσθησης, την υπολογίζουμε σύμφωνα με τη σχέση Τ = μΝ (δηλαδή αντικαθιστούμε σε αυτή τη σχέση την κάθετη δύναμη που ήδη έχουμε υπολογίσει).**

   β) Στον άξονα χ΄χ της κίνησης θέτουμε: ΣF_x= O (αν έχουμε ηρεμία ή ευθ. ομαλή κίνηση)

   ή $\Sigma F_x = m\cdot\alpha$ (αν έχουμε επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κίνηση).

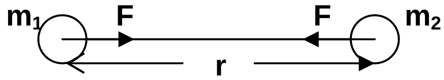
Παρατηρήσεις:

1. **Όταν έχουμε <u>περισσότερα από ένα σώματα τα οποία ισορροπούν ή κινούνται,</u> τότε ακολουθούμε τα παραπάνω βήματα για το κάθε σώμα χωριστά.**
2. **Όταν τα σώματα <u>συνδέονται μεταξύ τους με σχοινιά (νήματα),</u> τα μέτρα των τάσεων που εφαρμόζονται σε αυτά είναι ίσα. (Γ΄ Νόμος του Νεύτωνα)**
3. **Όταν τα σώματα <u>βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους,</u> τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ τους είναι ίσα. (Γ΄ Νόμος του Νεύτωνα)**

B.4. Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑΣ ΕΛΞΗΣ

Ανάμεσα σε σημειακές μάζες μάζες m_1 και m_2 (δηλαδή μάζες με αμελητέες διαστάσεις συγκρινόμενες με την απόσταση τους) ασκείται δύναμη με :

- ► **διεύθυνση : την ευθεία που ενώνει τα κέντρα των μαζών**
- ► **φορά: πάντα ελκτική**



- ► **μέτρο: που δίνεται από τη σχέση** $\boxed{F = G\dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$ **όπου G είναι σταθερά που ονομάζεται σταθερά της παγκόσμιας έλξης.**

B.5. ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ - ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Στην Α΄ Λυκείου γνωρίσαμε δυνάμεις τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε και είναι χρήσιμες για την Β΄-Γ΄ του Λυκείου.

Δύο από αυτές είναι Η τριβή ολίσθησης και η δύναμη του ελατηρίου.

ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Η τριβή ολίσθησης θα υπάρχει μεταξύ τριβόμενων επιφανειών (μη λείων) όταν υπάρχει κίνηση του σώματος.

Υπολογίζεται από την σχέση Τ=μΝ (όπου μ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και Ν η κάθετη δύναμη αντίδρασης (ή στήριξης λόγω επαφής) με μια άλλη μη λεία επιφάνεια.

Η φορά της τριβής ολίσθησης θα βρίσκεται με έναν απλοποιημένο τρόπο ως εξής:

Θα σκεφτόμαστε ότι μεταξύ του κινούμενου σώματος και μιας μη λείας επιφάνειας υπάρχει πχ. άμμος ή χώμα. Θα βρίσκουμε την φορά κίνησης της άμμου (λόγω κίνησης του σώματος) και θα ζωγραφίζουμε (σχεδιάζουμε) την τριβή στο <u>κινούμενο σώμα πάντα, με φορά αντίθετη της κίνησης της άμμου.</u> Εδώ πρέπει να θυμίσουμε ότι η ίδια δύναμη ασκείται και στο ακίνητο σώμα αλλά με αντίθετη φορά της προηγούμενης λόγω του τρίτου νόμου του Νεύτωνα.

Στην Γ΄Λυκείου θα αναφέρουμε και την στατική τριβή η οποία παίρνει τιμές
$0 \le T_{\sigma\tau\alpha\tau} \le T_{\sigma\tau\alpha\tau(\max)}$

ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Η δύναμη του ελατηρίου είναι μια μη σταθερή δύναμη η οποία τείνει να επαναφέρει το ελατήριο στο Φυσικό του μέγεθος (μήκος).

Έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

α) Μέτρο F=kx (όπου x η επιμήκυνση- συσπείρωση του ελατηρίου από το φυσικό του μέγεθος και k η σταθερή του ελατηρίου η οποία είναι χαρακτηριστική για κάθε ελατήριο και έχει μονάδες N/m) .

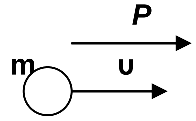
β) Διεύθυνση τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου.

γ) Η φορά της είναι τέτοια ώστε τείνει να επαναφέρει το ελατήριο στο φυσικό του μέγεθος.

Β.5. ΟΡΜΗ - ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

1. Ορισμός Ορμής: **Ως *ορμή P* (μονάδα Kgm/sec) ενός σώματος μάζας *m* και ταχύτητας *υ* ορίζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει τα εξής χαρακτηριστικά:**

- **διεύθυνση : την διεύθυνση της ταχύτητας**
- **φορά: την φορά της ταχύτητας**
- **μέτρο: που δίνεται από τη σχέση** $\boxed{P = m \cdot \upsilon}$



2. Ορμή συστήματος σωμάτων

Ως *ορμή ενός συστήματος σωμάτων* ορίζεται το διανυσματικό άθροισμα των ορμών των σωμάτων δηλαδή: $P_{ολ}=P_1+P_2+P_3+\ldots$ **(θυμόμαστε αυτά που είπαμε στην πρώτη παράγραφο Α για το άθροισμα συγγραμμικών διανυσμάτων).**

3. Μεταβολή ορμής σώματος

Η *Μεταβολή της ορμής ενός σώματος* δίνεται από τη γνωστή σχέση $\Delta P=P_{τελ}-P_{αρχ}$ **η οποία είναι μια διανυσματική διαφορά . (θυμόμαστε αυτά που είπαμε στην πρώτη παράγραφο Α για τη διαφορά συγγραμμικών διανυσμάτων).**

4. Γενικευμένη μορφή του Νόμου της Μηχανικής

Στην προηγούμενη παράγραφο Β.1 αναφέραμε στις παρατηρήσεις ότι υπάρχει μια σχέση της Φυσικής που ισχύει για σώματα που δεν έχουν *σταθερή μάζα, καθώς και σε κινήσεις που αλλάζει η φορά του κινητού.*

Αυτή η σχέση αποτελεί την *γενικευμένη μορφή του Νόμου της Μηχανικής* η οποία έχει την εξής μορφή: $\boxed{\Sigma F_{εξ} = \dfrac{\Delta P}{\Delta t}}$ **(1) (διανυσματική σχέση) όπου $\Sigma F_{εξ}$ είναι η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα και** $\dfrac{\Delta P}{\Delta t}$ **ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του.**

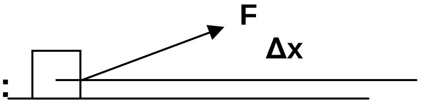
5. Αρχή διατήρηση της ορμής

Σύμφωνα με αυτή: *<< Αν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε η ορμή του συστήματος διατηρείται, δηλαδή η αρχική ορμή του συστήματος είναι ίση με την τελική ορμή του συστήματος>>.*

Απόδειξη : Από την σχέση (1) της παραπάνω παραγράφου 4. έχουμε για $\Sigma F_{εξ}=0$ **ότι** $\Delta P=0$ **άρα** $P_{τελ}-P_{αρχ}=0$ **ή** $P_{αρχ}= P_{τελ}$ **δηλαδή ισχύει ο η παραπάνω αρχή. Όπου** $P_{αρχ}$, $P_{τελ}$ **είναι η αρχική και η τελική ορμή του συστήματος η οποία υπολογίζεται σύμφωνα με αυτά που αναφέρουμε στην παραπάνω παράγραφο 2.**

Γ. ΕΡΓΟ – ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Γ.1 Ορισμός έργου μιας σταθερής δύναμης:



Ορίζουμε ως έργο W (μονάδα Joule) μιας σταθερής δύναμης F η οποία σχηματίζει με το διάνυσμα της μετατόπισης γωνία φ, και μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της πάνω στην διεύθυνση της μετατόπισης κατά Δx , το μονόμετρο μέγεθος που υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\boxed{W = F \cdot \Delta x \cdot \sigma \upsilon \nu \phi}$$

Ειδικές περιπτώσεις έργου:

1. **Δύναμη ίδιας κατεύθυνσης με τη μετατόπιση:**

   Έχει θετικό έργο (παραγόμενο) **αφού η γωνία φ είναι 0^0 και συν0^0=1**

   δηλαδή*W=FΔx*.

2. **Δύναμη κάθετη στη μετατόπιση:**

   Έχει μηδενικό έργο W=0 **αφού η γωνία φ=90^0 και συν180^0=0. Τέτοια δύναμη είναι το**

   Βάρος σώματος σε οριζόντια κίνηση .

3. **Δύναμη αντίθετη στη μετατόπιση:**

   Έχει αρνητικό έργο (καταναλισκόμενο) **αφού η γωνία φ είναι 180^0 και συν180^0=-1 δηλαδή *W=-FΔx*. Τέτοια δύναμη είναι η δύναμη της τριβής σε οριζόντια κίνηση.**

Παρατηρήσεις:

a. **Αν το έργο μιας δύναμης *είναι θετικό* τότε σημαίνει ότι η δύναμη *δίνει ενέργεια* στο σώμα και του *αυξάνει την κινητική του ενέργεια.***

b. **Αν το έργο μιας δύναμης είναι *αρνητικό* τότε σημαίνει ότι η δύναμη *αφαιρεί ενέργεια* από στο σώμα και του *ελαττώνει την κινητική του ενέργεια.***

c. **Το έργο κάποιας δύναμης είναι ένα μέγεθος που υπάρχει όταν έχουμε *μεταβολή της ενέργειας του σώματος (ή μια μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε άλλη)*. Δηλαδή θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι *ο μετατροπέας της ενέργειας*. Ένα σώμα δεν λέμε ποτέ ότι έχει *έργο ,αλλά μπορούμε να πούμε ότι έχει ενέργεια (περικλείει ενέργεια).***

d. **Το έργο μιας *μη σταθερής (μεταβλητής) δύναμης* δεν υπολογίζεται εύκολα. Εμείς θα αρκεστούμε να πούμε ότι θα υπολογίζεται έμμεσα είτε από την Α.Δ.Ε , , είτε από το Θ.Μ.Κ.Ε που θα αναφέρουμε αργότερα. Τέτοια παραδείγματα έργου είναι το έργο τριβής σε ημικύκλιο , ή το έργο της δύναμης Coulomb μεταξύ κινούμενων φορτίων και της δύναμης της παγκόσμιας έλξης.**

Γ.2. Ενέργεια

Μέχρι τώρα είδαμε ότι:

i. ***αιτία μεταβολής της ταχύτητας είναι η επιτάχυνση,***

ii. ***η ύπαρξη της επιτάχυνσης οφείλεται στην άσκηση κάποιας δύναμης σε σώμα,***

iii. ***Τώρα θα δούμε ότι για να υπάρξει η εφαρμογή κάποιας δύναμης σε ένα σώμα πρέπει υποχρεωτικά να παραχθεί κάποιο έργο ή να αποκτήσει κάποια μορφή ενέργειας το σώμα.***

Παρατηρήσεις:

1. **Η ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης το 1Joule**
2. **Ισχύει εδώ μια αρχή πολύ σημαντική η οποία εκφράζει την Αρχή Διατήρηση της Ενέργειας (Α.Δ.Ε) και σύμφωνα με αυτήν :<< *η Ενέργεια ενός σώματος ή συστήματος διατηρείται ανεξάρτητα από τις μεταβολές που μπορεί να υποστεί >>.* Συμβολικά $E_{αρχ.}=E_{τελ.}$ όπου $E_{αρχ}$ είναι το άθροισμα όλων των μορφών ενέργειας (Κινητική, Δυναμική ,Θερμότητα κ.λ.π) που μπορεί να έχει το σώμα ή το σύστημα στην αρχική του κατάσταση ,και $E_{τελ}$ το άθροισμα όλων των μορφών ενέργειας (Κινητική, Δυναμική ,Θερμότητα κ.λ.π) που μπορεί να έχει το σώμα ή το σύστημα στην τελική του κατάσταση. Γενικότερα :<<*Κάποια μορφή ενέργειας μπορεί να μετατραπεί σε μια άλλη μορφή μέσω του έργου κάποιας δύναμης ,αλλά η συνολική ενέργεια διατηρείται>>.***
3. **Πρέπει να γνωρίζετε ότι οποιοδήποτε πρόβλημα Φυσικής που λύνεται με την Κλασική Κινηματική μπορεί να επιλυθεί και Ενεργειακά αλλά επί πλέον *με τον ενεργειακό τρόπο λύνεται και κάθε πρόβλημα κινηματικής που αφορά κίνηση μη ομαλά μεταβαλλόμενη.***
4. **Υπάρχουν πολλές μορφές ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σώμα. Από αυτές στην Α΄ Λυκείου θα μάθουμε**

- ***την Κινητική ενέργεια που έχει κάθε σώμα το οποίο έχει ταχύτητα ,***
- ***και τη δυναμική ενέργεια που έχει ένα σώμα είτε λόγω της θέσης του σε κάποιο πεδίο (Βαρυτικό ή ηλεκτρικό) ,είτε λόγω της κατάστασης που βρίσκεται(ελατήριο).***
-

Γ.3.1 Κινητική ενέργεια

Ένα σώμα μάζας m το οποίο έχει ταχύτητα υ λέμε ότι έχει ενέργεια η οποία ονομάζεται κινητική ενέργεια Κ **(μονόμετρο μέγεθος)** ***και υπολογίζεται από τη σχέση:*** $\boxed{K=\frac{1}{2}m\upsilon^2}$

Παρατηρήσεις:

- **Η κινητική ενέργεια σαν μονόμετρο μέγεθος δεν εξαρτάται από την φορά της ταχύτητας.**
- **Υπάρχει το *Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε)* το οποίο διατυπώνεται ως εξής: *<< Η μεταβολή στην Κινητική Ενέργεια ενός σώματος ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων που***

ασκούνται στο σώμα >> **Η μαθηματική έκφραση του παραπάνω θεωρήματος είναι η παρακάτω :** $\boxed{\Delta K = \Sigma W}$ **ή** $\boxed{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_1 + W_2 + W_3 = ...}$.

Γ.3.2 Δυναμική ενέργεια

Η ενέργεια που έχει ένα σώμα είτε λόγω της θέσης του σε κάποιο πεδίο (Βαρυτικό ή ηλεκτρικό) ,είτε λόγω της κατάστασης που βρίσκεται (ελατήριο) ονομάζεται δυναμική ενέργεια U.

Παρατηρήσεις:

1. **Μόνο διαφορές δυναμικής ενέργειας έχουν νόημα. Έτσι το έργο αυτών των δυνάμεων υπολογίζεται από τη σχέση :** $\boxed{W_{A \to B} = U_A - U_B}$ **όπου** U_A **και** U_B **οι δυναμικές ενέργειες στην αρχική και τελική θέση αντίστοιχα.**
2. **Εδώ θα αναφερθούμε και στην Αρχή διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε) που εφαρμόζεται στα προβλήματα που τα σώματα έχουν μόνο Κινητική και Δυναμική Ενέργεια. Έτσι αυτή η αρχή συμβολικά είναι:** $K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$
3. **Αναφέρουμε επίσης και την λεγόμενη << Αρχή ελάχιστης ενέργειας >> σύμφωνα με την οποία << Ένα σώμα κινείται πάντα αυθόρμητα από ψηλή Δυναμική ενέργεια, σε χαμηλή Δυναμική ενέργεια>>.**
4. **Το έργο σε μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν . Συμβολικά** $W_{A \to B \to A} = 0$**. Δείτε εφαρμογή στο παράδειγμα 1.**
5. **Το έργο εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση ,και είναι ανεξάρτητο από την διαδρομή που ακολουθούμε. Αυτή την ιδιότητα την έχουν οι λεγόμενες Συντηρητικές δυνάμεις. Τέτοιες δυνάμεις είναι του βαρυτικού και του ηλεκτρικού πεδίου. Δείτε εφαρμογή στο παράδειγμα 3.**
6. **Η δυναμική ενέργεια υπολογίζεται με διαφορετικό τύπο κάθε φορά ,και είναι απαραίτητο να καθορίζεται μια θέση ,όπου η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν U=0.**
7. **Η δυναμική ενέργεια είναι μια ιδιότητα ενός συστήματος σωμάτων (Γης-μάζας , φορτίου – φορτίου, ελατηρίου- μάζας) και ποτέ ενός μόνο σώματος ,παρότι πολλές φορές καταχρηστικά μιλάμε για δυναμική ενέργεια σώματος**
8. **Εάν η δυναμική ενέργεια ενός σώματος-συστήματος είναι αρνητική αυτό σημαίνει ότι το σώμα <<είναι δέσμιο του πεδίου>> ,ή διαφορετικά το σώμα χρειάζεται ενέργεια (καταναλώνει) για να πάει από τη θέση που βρίσκεται στη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας.**

   Εάν η δυναμική ενέργεια ενός σώματος-συστήματος είναι θετική αυτό σημαίνει ότι το σώμα <<είναι ελεύθερο να κινηθεί στο πεδίο>> ,ή διαφορετικά το σώμα αποδίδει (παράγει) ενέργεια όταν πάει από τη θέση που βρίσκεται στη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

Θα δούμε τρεις μορφές δυναμικής ενέργειας που θα χρησιμοποιήσουμε στη Φυσική, αυτές είναι:

A. Δυναμική ενέργεια βαρυτικού πεδίου

- **i.** $U=0$ **συνήθως στην κατώτερη θέση της κίνησης, ή στην επιφάνεια της Γης. Δηλαδή η επιλογή είναι ελεύθερη όπως θα δούμε και στα παραδείγματα 1 και 2 που θα ακολουθήσουν.**
- **ii. Η Δυναμική ενέργεια του βαρυτικού πεδίου υπολογίζεται από την σχέση** $\boxed{U=m\cdot g\cdot h}$ **όπου** h **είναι η θέση που βρίσκεται το σώμα, την οποία μετρώ με βαθμολογημένο άξονα, που έχει το μηδέν στο σημείο όπου έχω ορίσει επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν. Αν βρίσκομαι πάνω από το επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν, τότε η θέση θα είναι θετική, και επομένως και η δυναμική ενέργεια θετική. Σε αντίθετη περίπτωση θα είναι η ενέργεια αρνητική. Δείτε εφαρμογή των παραπάνω και στα παραδείγματα 1 και 2 που θα ακολουθήσουν.**

B. Δυναμική ενέργεια ελατηρίου

- **i.** $U=0$ **θα είναι η θέση φυσικού μεγέθους του ελατηρίου.**
- **ii. Η Δυναμική ενέργεια του ελατηρίου υπολογίζεται από την σχέση** $\boxed{U=\frac{1}{2}k\cdot x^2}$ **όπου *k* είναι η σταθερά του ελατηρίου που εξαρτάται από τη φύση του και εκφράζει την σκληρότητα του ,και *x* η απομάκρυνση του σώματος μετρώντας την από το φυσικό μέγεθος του ελατηρίου.**

C. Δυναμική ενέργεια συστήματος φορτίων

Θα αναφερθούμε αναλυτικά στην Β΄ Λυκείου.

Παρακάτω θα αναφερθούμε αναλυτικά και με παραδείγματα στον :

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΤΟΥ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ.

Α. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΤΟΥ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

1^{ος} Τρόπος (Με Δυναμικές Ενέργειες)

Ο υπολογισμός θα γίνεται από η σχέση $\boxed{W_{A\to B}=U_A-U_B}$ **όπου** U_A **και** U_B **οι δυναμικές ενέργειες στην αρχική και τελική θέση αντίστοιχα.**

2ος Τρόπος (Με ορισμό του έργου)

Ο ορισμός του έργου για δύναμη σταθερού μέτρου που έχει την ίδια διεύθυνση με την μετατόπιση ,δίνεται από τη σχέση : $W=F\cdot\Delta x$ **. Αν η φορά της δύναμης**

είναι ίδια με της μετατόπισης το έργο είναι θετικό ,σε αντίθετη περίπτωση είναι αρνητικό. Φυσικά θυμόμαστε τι σημαίνει θετικό – αρνητικό έργο.

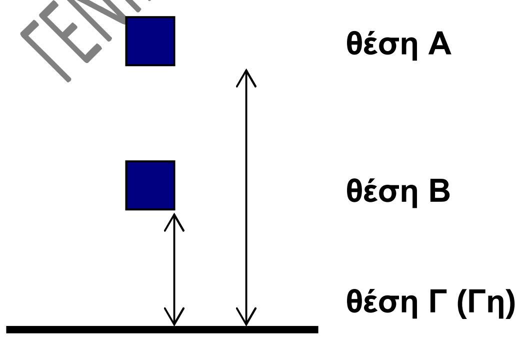
Θα υπολογίσουμε το έργο της δύναμης του βάρους στα παραδείγματα 1 και 2 και θα δούμε ότι είναι το ίδιο με αυτό που υπολογίζουμε με τον πρώτο τρόπο των δυναμικών ενεργειών.

Προσέξτε την παρακάτω ανάλυση που αφορά την παρατήρηση 5 για την Αρχή της ελάχιστης ενέργειας και τον ορισμό του Έργου:

- ✓ **Αν U_A>U_B τότε το σώμα κινείται αυθόρμητα από τη θέση Α στη θέση Β και μας δίνει ενέργεια.**
- ✓ **Αν U_A<U_B τότε το σώμα για να κινηθεί από τη από τη θέση Α στη θέση Β χρειάζεται ενέργεια (την οποία παίρνει από κάποιο εξωτερικό αίτιο).**
- ✓ **Αν U_A>U_B τότε U_A-U_B>0 και επομένως $W_{A\to B}>0$. Αν το έργο είναι θετικό τότε το σώμα κινείται από το Α στο Β παράγοντας έργο (δίνοντας ενέργεια στο περιβάλλον που εκμεταλλευόμαστε).**
- ✓ **Αν U_A<U_B τότε U_A-U_B<0 και επομένως $W_{A\to B}<0$. Αν το έργο είναι αρνητικό τότε το σώμα για να κινηθεί από το Α στο Β χρειάζεται ενέργεια και επομένως θα καταναλώσει έργο.**
- ✓ **Επίσης μπορείτε να σκεφθείτε ότι αν η δύναμη του βαρυτικού πεδίου έχει ίδια φορά με την μετατόπιση το σώμα παράγει έργο αφού ($W_{A\to B}>0$) και δεν χρειάζεται εξωτερική δύναμη (ή εξωτερικό έργο) για την παραπάνω μετακίνηση.**
- ✓ **Όμοια μπορείτε να σκεφθείτε ότι αν η δύναμη του βαρυτικού πεδίου έχει αντίθετη φορά από την μετατόπιση το σώμα καταναλώνει έργο αφού ($W_{A\to B}<0$) και χρειάζεται εξωτερική δύναμη (ή εξωτερικό έργο) για την παραπάνω μετακίνηση.**
- ✓ **Στο παράδειγμα 1 εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε για τις θέσεις Α και Β όπου έχω U_A>U_B ισχύει $U_A = U_B + \text{Ε}\nu\acute{\varepsilon}\rho\gamma\varepsilon\iota\alpha$ άρα το σώμα θα παράγει ενέργεια που μπορώ να ωφεληθώ.**
- ✓ **Στο παράδειγμα 2 εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε για τις θέσεις Α και Β όπου έχω U_A<U_B ισχύει $U_A + \text{Ε}\nu\acute{\varepsilon}\rho\gamma\varepsilon\iota\alpha = U_B$ άρα το σώμα θα πάρει ενέργεια που δίνεται από κάποια εξωτερική δύναμη (χημική ενέργεια του ανθρώπου).**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Στο παράδειγμα αυτό ένα σώμα μετακινείται από τη θέση Α που απέχει από τη



Γη απόσταση h_1 , στη θέση Β που απέχει απόσταση h_2 από τη Γη και θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο της βαρυτικής δύναμης.

α) Επιλέγουμε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν την Γη, ($U_\Gamma = 0$)

Τότε έχουμε με βάση τον 1ο τρόπο:

$W_{A\to B} = U_A - U_B = mgh_1 - mgh_2 = mg(h_1 - h_2)$

β) Επιλέγουμε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν την θέση Β ($U_B = 0$) τότε έχουμε με βάση τον 1ο τρόπο:

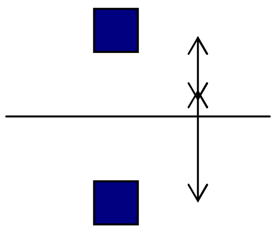
$W_{A\to B} = U_A - U_B = mg(h_1 - h_2) - 0 = mg(h_1 - h_2)$

Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα είναι το ίδιο.

γ) Με τον 2ο τρόπο δηλαδή τον ορισμό του έργου ,η δύναμη του βάρους έχει ίδια φορά με την μετατόπιση η οποία είναι h_1-h_2 ,άρα : $W_{A\to B} = B\cdot(h_1 - h_2) = mg(h_1 - h_2)$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Στο παράδειγμα αυτό ένα σώμα μετακινείται από τη θέση Ε που βρίσκεται σε απόσταση h_1 κάτω από τη Γη, στη θέση Δ που απέχει απόσταση h_2 ,πάνω από τη Γη .Θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο της βαρυτικής δύναμης.



α) Επιλέγουμε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν την Γη, ($U_\Gamma = 0$).

Τότε έχουμε με βάση τον 1ο τρόπο : $W_{E\to\Delta} = U_E - U_\Delta = -mgh_1 - mgh_2 = -mg(h_1 + h_2)$

β) Επιλέγουμε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν την θέση Ε ($U_E = 0$) τότε έχουμε με βάση τον 1ο τρόπο:

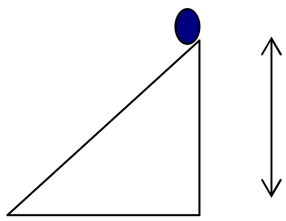
$W_{E\to\Delta} = U_E - U_\Delta = 0 - mg(h_1 + h_2) = -mg(h_1 + h_2)$

γ) Με τον 2ο τρόπο δηλαδή τον ορισμό του έργου ,η δύναμη του βάρους έχει αντίθετη φορά από την μετατόπιση η οποία είναι h_1+h_2 ,άρα:

$W_{A\to B} = -B\cdot(h_1 + h_2) = -mg(h_1 + h_2)$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Στο παράδειγμα αυτό ένα σώμα μετακινείται από τη θέση που φαίνεται στο σχήμα και ονομάζουμε Α και απέχει από τη Γη απόσταση h, στη θέση Β , ή στη θέση Γ , που βρίσκονται και οι δύο πάνω στη Γη , αλλά μέσα από δύο διαφορετικές διαδρομές (η μια διαδρομή κατακόρυφα, και η άλλη μέσα από το κεκλιμένο επίπεδο). Θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο της βαρυτικής δύναμης και για τις διαδρομές Α$\to$Γ ,Α$\to$Β$\to$Γ.



Επιλέγουμε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν την Γη, δηλαδή $U_\Gamma = U_B = 0$.

α) Υπολογίζω το έργο για την κατακόρυφη διαδρομή: $W_{A\to B} = U_A - U_B = mgh$ **.**

β) Υπολογίζω το έργο για την διαδρομή μέσω του κεκλιμένου επιπέδου: $W_{A\to\Gamma} = U_A - U_\Gamma = mgh$

Β. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

1ος Τρόπος (Με Δυναμικές Ενέργειες)

Ο υπολογισμός θα γίνεται από η σχέση $\boxed{W_{A\to B} = U_A - U_B}$ **(1) όπου** U_A **και** U_B **οι δυναμικές ενέργειες στην αρχική και τελική θέση αντίστοιχα.**

Παρατηρήσεις:
Στο ηλεκτρικό πεδίο υπάρχουν δύο τρόποι για τον υπολογισμό της Δυναμικής ενέργειας .

1. Ο πρώτος τρόπος είναι πιο εύχρηστος ,και είναι αυτός που θα δούμε στην Φυσική Γενικής Παιδείας, δηλαδή από τον τύπο: $\boxed{U_A = V_A \cdot q}$ **(2) όπου** q **το φορτίο που μεταφέρεται από το σημείο Α και** V_A**, το δυναμικό στο σημείο αυτό. Το δυναμικό** V_A **σε ένα σημείο μπορεί να οφείλεται σε ένα ,ή περισσότερα φορτία ,και ο υπολογισμός του θα γίνεται ως εξής:**
$V_A = V_A^{(Q_1)} + V_A^{(Q_2)} + V_A^{(Q_3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ **όπου** $V_A^{(Q_1)}$ **,**$V_A^{(Q_2)}$ **…….είναι τα δυναμικά που δημιουργούν τα φορτία** Q_1 **,**Q_2 **…….στο σημείο Α ,και τα οποία υπολογίζονται από τις σχέσεις:** $V_A^{(Q_1)} = K\dfrac{Q_1}{r_1}$ **,** $V_A^{(Q_2)} = K\dfrac{Q_2}{r_2}$ **…..αντίστοιχα.**

2. Σύμφωνα με τα παραπάνω συνδυάζοντας τους τύπους (1) και (2) έχουμε: $\boxed{W_{A\to B} = U_A - U_B = V_A \cdot q - V_B \cdot q = (V_A - V_B)\cdot q = V_{AB}\cdot q}$

3. Στο ηλεκτρικό πεδίο η επιλογή της μηδενικής Δυναμικής ενέργειας είναι στη θέση ∞ ,δηλαδή $U_\infty = 0$**. (Η επιλογή αυτή προκύπτει από τη σχέση** $U_A = K\cdot\dfrac{Q\cdot q}{r}$ **, στην οποία όταν θεωρήσουμε ότι η απόσταση των δύο φορτίων γίνει άπειρη, το κλάσμα τείνει στο μηδέν, δηλαδή** $U_\infty = 0$ **).**

4. Φυσικά ισχύουν και στο ηλεκτρικό πεδίο ,το οποίο είναι συντηρητικό ,αυτά που είπαμε στις παρατηρήσεις 3,4,5 για το Βαρυτικό πεδίο.

5. Ο δεύτερος τρόπος είναι με τον ορισμό της Δυναμικής ενέργειας για περισσότερα των δύο φορτία που δεν είναι τόσο χρήσιμος, γιατί ο τύπος αυτός γίνεται πιο περίπλοκος. (Θα συζητήσουμε το θέμα αυτό στις Κατευθύνσεις).

6. Σε οποιοδήποτε σχέση χρησιμοποιούμε, είτε του έργου ,είτε της δυναμικής ενέργειας ,είτε του δυναμικού , υπενθυμίζουμε ότι τα φορτία μπαίνουν με το πρόσημο τους καθώς τα παραπάνω μεγέθη είναι μονόμετρα

2ος Τρόπος (Με ορισμό του έργου)

Ο ορισμός του έργου για δύναμη σταθερού μέτρου που έχει την ίδια διεύθυνση με την μετατόπιση δίνεται από τη σχέση : $W = F \cdot \Delta x$, Αν η φορά της δύναμης είναι ίδια με της μετατόπισης το έργο είναι θετικό ,σε αντίθετη περίπτωση είναι αρνητικό. Φυσικά θυμόμαστε τι σημαίνει θετικό – αρνητικό έργο.
Για το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο όπου η δύναμη είναι σταθερή σε μέτρο, έχουμε ότι $F = q \cdot E$ και το έργο υπολογίζεται από την παραπάνω σχέση. Όμως αποφεύγουμε την παραπάνω μέθοδο γιατί σε ένα ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο σημειακών φορτίων η δύναμη δεν είναι σταθερού μέτρου και ο τύπος του έργου δεν εφαρμόζεται.

Γ. ΕΡΓΑΣΙΑ

1. **Μπορείτε να βρείτε με βάση αυτά που έχουμε πει παραπάνω ότι η κίνηση θετικού φορτίου γίνεται αυθόρμητα από ψηλό δυναμικό σε χαμηλό , ενώ του αρνητικού γίνεται αυθόρμητα από χαμηλό δυναμικό σε ψηλό. Δικαιολογήστε με βάση τα δεδομένα ότι ισχύει και για τα δύο φορτία η «Αρχή της Ελάχιστης Ενέργειας», δηλαδή ότι και τα δύο είδη φορτίων κινούνται από θέση ψηλής ενέργειας, σε θέση χαμηλής ενέργειας.**

2. **Βρείτε ότι κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής τα δυναμικά ελαττώνονται.**

3. **Δείξτε ότι όταν φορτίο κινείται μεταξύ δύο σημείων Α και Β ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου αλλά κάθετα στις δυναμικές γραμμές το έργο είναι μηδέν. Βρείτε με βάση αυτό ,ότι τα δυναμικά των σημείων Α και Β είναι ίσα.**

4. **Σκεφθείτε γιατί ο υπολογισμός του έργου για ένα ηλεκτρικό πεδίο δεν μπορεί να γίνει πάντα από την σχέση $W = F \cdot \Delta x$ της μηχανικής.**

5. **Θεωρείστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο που στις κορυφές των δύο οξειών γωνιών του βρίσκονται δύο φορτία (με οποιοδήποτε πρόσημο). Υπολογίστε το έργο που απαιτείται για την μεταφορά ενός τρίτου φορτίου (με οποιοδήποτε πρόσημο) που μετακινείται από την κορυφή του ορθογωνίου τριγώνου :**

I. Στο άπειρο
II. Στη μέση της υποτείνουσας.

Δ. ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ.

1. **Στο Βαρυτικό πεδίο αιτία κίνησης μια μάζας είναι η διαφορά ύψους ,ενώ στο ηλεκτρικό πεδίο αιτία κίνησης ενός φορτίου είναι η διαφορά δυναμικού.**

2. **Επειδή στο Βαρυτικό πεδίο η μάζα πηγή είναι πάντα θετική ,(και οι δυνάμεις ελκτικές) ,μια μάζα υπόθεμα είναι πάντα δέσμια του πεδίου. Αντίθετα στο ηλεκτρικό πεδίο επειδή οι πηγές μπορεί να είναι θετικές ή αρνητικές ,το φορτίο υπόθεμα ή μπορεί να είναι δέσμιο του πεδίου, ή μπορεί να κινηθεί αυθόρμητα αποδίδοντας ενέργεια.**

3. **Στο Βαρυτικό πεδίο η μάζα (η οποία είναι πάντα θετική) κινείται αυθόρμητα από ψηλή θέση σε χαμηλή αυθόρμητα , στο ηλεκτρικό πεδίο η αυθόρμητη κίνηση**

φορτίου γίνεται διαφορετικά για θετικό και για αρνητικό φορτίο. Έτσι το μεν θετικό κινείται αυθόρμητα από ψηλό δυναμικό σε χαμηλό , ενώ το αρνητικό κινείται αυθόρμητα από χαμηλό δυναμικό σε ψηλό. (Και στα δύο πεδία όμως τα υποθέματα κινούνται αυθόρμητα από ψηλή δυναμική ενέργεια σε χαμηλή).

Σημείωση: **Δεν αναφέρουμε τις ομοιότητες των δύο πεδίων γιατί είναι ευδιάκριτες από αυτά που αναφέραμε στις ενότητες Α και Β.**

Ε. ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

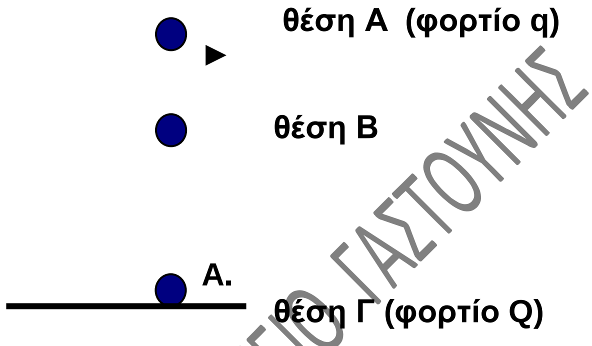
► Στο παράδειγμα 1 της σελίδας 4 εξηγήστε μόνοι σας γιατί η κίνηση της μάζας είναι αυθόρμητη από τη θέση Α στη θέση Β:

1. Με βάση τις δυνάμεις.
2. Με βάση την Αρχή της ελάχιστης ενέργειας.
3. Με βάση το ορισμό του έργου.

► Στο παράδειγμα 2 της σελίδας 4 εξηγήστε μόνοι σας γιατί η κίνηση της μάζας από τη θέση Ε στη θέση Δ γίνεται με την προσφορά ενέργειας:

1. Με βάση τις δυνάμεις.
2. Με βάση την αρχή της ελάχιστης ενέργειας.
3. Με βάση το ορισμό του έργου

► Θεωρείστε δύο φορτία όπως το σχήμα. Πάρτε όλες τις δυνατές περιπτώσεις για τα πρόσημα περιπτώσεις για τα πρόσημα φορτίων.



Α. Θεωρώντας ότι το φορτίο στη θέση Γ είναι ακίνητο , μετακινήστε το άλλο φορτίο από τη θέση Α στη θέση Β . Εξηγείστε πότε η κίνηση είναι αυθόρμητη ή όχι :

1. Με βάση τις δυνάμεις.
2. Με βάση την αρχή της ελάχιστης ενέργειας.
3. Με βάση το ορισμό του έργου.

Β. Θεωρώντας ότι το φορτίο στη θέση Γ είναι ακίνητο ,μετακινήστε το άλλο φορτίο από τη θέση Β στη θέση Α . Εξηγείστε πότε η κίνηση είναι αυθόρμητη ή όχι :

1. Με βάση τις δυνάμεις.
2. Με βάση την αρχή της ελάχιστης ενέργειας.
3. Με βάση το ορισμό του έργου.

Γ.2.2 Ισχύς

Αναρωτηθήκατε ποτέ γιατί τα αυτοκίνητα να έχουν «5 ή 6 ταχύτητες»; Γιατί να ξεκινούν πάντα με την «1η ταχύτητα>>; Γιατί όταν ο οδηγός προσπερνά άλλο αυτοκίνητο «κατεβάζει» την «4η ταχύτητα» στην «3η»; Σίγουρα, στο μυαλό σας έχει περάσει η λέξη επιτάχυνση. Προσέξτε ότι όσο μεγαλύτερη επιτάχυνση απαιτείται (ξεκίνημα αυτοκινήτου, προσπέρασμα), τόσο μικρότερη είναι η «ταχύτητα» που χρησιμοποιείται.

Στην επιτάχυνση επεμβαίνουν δύο παράγοντες: Η αύξηση της ταχύτητας και η χρονική διάρκεια. Θυμόσαστε βέβαια ότι όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβολή της ταχύτητας και όσο μικρότερος είναι ο χρόνος, τόσο μεγαλύτερη είναι η επιτάχυνση.

Ας δούμε όμως αυτά από ενεργειακή άποψη. Είναι προφανές ότι η οι αυξήσεις της ταχύτητας απαιτούν έργο, σύμφωνα με το θεώρημα μεταβολής της Κινητικής ενέργειας. Και μάλιστα όσο μεγαλύτερη είναι η αύξηση της ταχύτητας, τόσο μεγαλύτερη είναι η κατανάλωση έργου. Παρατηρήστε ότι σ' όσα έχουμε αναφέρει μέχρι τώρα λείπει ο παράγοντας χρόνος. Για να ολοκληρωθεί λοιπόν η αντιστοιχία, χρειάζεται να ορίσουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που να χρησιμοποιεί, όπως και η επιτάχυνση, το χρόνο. Αυτό το νέο μέγεθος ονομάζεται *ισχύς* P .

Φυσική σημασία

Ας αναπτύξουμε, παράλληλα, την επιτάχυνση και την ισχύ για να φανεί η σημασία της ισχύος:

Η επιτάχυνση μεγαλώνει όταν:

►έχουμε μεγάλες αυξήσεις της ταχύτητας σε μικρό χρονικό διάρκεια.

Η ισχύς μεγαλώνει όταν:

► έχουμε μεγάλη παραγωγή έργου σε μικρό χρονικό διάρκεια.

Ίσως φαίνεται πλέον η διαφορά ανάμεσα σε μια Porche και ένα «σκαραβαίο». Η μηχανή της Porche είναι κατασκευασμένη έτσι ώστε να δίνει μεγάλες επιταχύνσεις (από κινηματική άποψη) ή να παρέχει μεγάλη ισχύ (ενεργειακή άποψη).

Ορισμός:

Ισχύς P (μονάδα 1W) ορίζεται το μέγεθος που ισούται με το ρυθμό παραγωγής του έργου:

$$\boxed{P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t}}$$

Ας μην ξεχνάμε ότι μια μηχανή ,όταν παράγει έργο, πρέπει και να καταναλώνει ταυτόχρονα και μάλιστα μεγαλύτερο.

Η ισχύς την οποία αποδίδει μία μηχανή ονομάζεται ωφέλιμη ισχύς $P_{\omega\phi}$. Η ισχύς με την οποία τροφοδοτούμε μια μηχανή ονομάζεται καταναλισκόμενη ισχύς $P_{\kappa\alpha\tau}$

Ορίζουμε συντελεστή απόδοσης (α) **μιας μηχανής το πηλίκο** $\boxed{\alpha = \frac{P_{\omega\phi}}{P_{\kappa\alpha\tau}}}$ **.**

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής είναι μικρότερος από τη μονάδα και εκφράζει το πόσο «καλά» (δηλαδή χωρίς απώλειες) μια μηχανή μετατρέπει καταναλισκόμενη ενέργεια σε ωφέλιμη.

Γ.2.3 Ρυθμοί μεταβολής ενέργειας

Θεωρούμε ότι ένα σώμα κινείται με την επίδραση σταθερής δύναμης F και τη χρονική στιγμή t έχει ταχύτητα υ(ίδιο σχήμα με αυτό του ορισμού του έργου). Σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα Δt το σώμα μετατοπίζεται κατά Δx ,και το έργο της δύναμης είναι ΔW.Τότε ορίζουμε *σαν στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής του έργου ΔW/Δt* το εξής:

$$\boxed{\frac{\Delta W}{\Delta t}=\frac{F\cdot\Delta x\cdot\sigma\upsilon\nu\phi}{\Delta t}=F\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\phi} \quad \textbf{(1).}$$

Παρατηρήσεις:

i. **Όταν η δύναμη και η ταχύτητα έχουν την ίδια κατεύθυνση τότε φ=0^0 και συν0^0=1.**

ii. **Όταν η δύναμη και η ταχύτητα έχουν αντίθετη κατεύθυνση τότε φ=180^0 και συν180^0=-1**

iii. **Είναι φανερό ότι μιλάμε στον τύπο για στιγμιαίο ρυθμό, και θα θέτουμε σε αυτόν το μέτρο της ταχύτητας την στιγμή που μας ζητείται, εκτός και η κίνηση είναι ομαλή και υ=σταθ οπότε ο στιγμιαίος ρυθμός είναι σταθερός. Επίσης αν ζητείται <u>*μέγιστος*</u> ή <u>*ελάχιστος*</u> ρυθμός τότε θα ανατρέχουμε στην *μέγιστη ή ελάχιστη ταχύτητα* στη διάρκεια της κίνησης.**

iv. **Προσέχουμε ότι ο ρυθμός ΔW/Δt εκφράζει ισχύ ,δηλαδή: $\frac{\Delta W}{\Delta t}=P$. Εάν ο ρυθμός είναι θετικός τότε εννοείται ότι μέσω του έργου της δύναμης προσφέρεται στο σώμα ενέργεια ,και αντίθετα αν ο ρυθμός είναι αρνητικός τότε εννοείται ότι μέσω του έργου της δύναμης αφαιρείται από το σώμα ενέργεια.**

v. **Εάν η άσκηση μιλάει για στιγμιαίο *ρυθμό μεταβολής Κινητικής ενέργειας* τότε $\boxed{\frac{\Delta K}{\Delta t}=\frac{\Sigma W}{\Delta t}=\frac{\Sigma F\cdot\Delta x}{\Delta t}=\Sigma F\cdot\upsilon}$ όπου ΣF είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα εκείνη τη στιγμή και στον άξονα της ταχύτητας.**

vi. **Εάν σε μια άσκηση ζητείται ο ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας Βαρύτητας τότε θα εφαρμόζουμε τη σχέση (1) αφού θέτουμε F=B=mg προσέχοντας κάθε φορά την γωνία που σχηματίζει το Βάρος με την υ. Σε κάθε άλλη περίπτωση που ζητείται αυτός ο ρυθμός και η δύναμη δεν είναι σταθερή (ελατήριο , ηλεκτρικό πεδίο) θα εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε σύμφωνα με την οποία :**

$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\Leftrightarrow \Delta K=-\Delta U \Leftrightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t}=-\frac{\Delta U}{\Delta t}$,στην τελική σχέση είναι γνωστός ο ρυθμός ΔΚ/Δt από την παρατήρηση v.

Δ . ΑΣΚΗΣΕΙΣ (Για να μάθετε να σκέφτεστε ΦΥΣΙΚΑ)

Δ.1 ΚΙΝΗΤΙΚΗ- ΔΥΝΑΜΙΚΗ

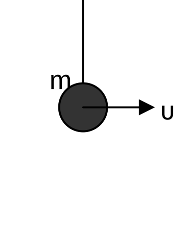
1. **α. Να γραφεί η σχέση που μας δίνει την μεταβολή όγκου (V) , μεταβολή πίεσης (P) και μεταβολή θερμοκρασίας (T).**
β. Όμοια να γραφεί η σχέση που δίνει την διαφορά δυναμικού (V) και η διαφορά ύψους (h).
γ. Να γραφούν οι σχέσεις που δίνουν τους παρακάτω ρυθμούς μεταβολής και να υπολογιστούν αν γίνεται με κάποιο άλλο τρόπο π.χ Δx/Δt=υ
- **i. ρυθμός μεταβολής της ορμής**
- **ii. ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας**
- **iii. ρυθμός μεταβολής γωνίας σε επαναλαμβανόμενη κίνηση.**

2. **Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση δύναμης F=10N. Μεταξύ του σώματος και δαπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή μ=0,5. Αν το σώμα μάζας m κινείται ευθύγραμμα και ομαλά να υπολογίσετε:**
- **i. Την δύναμη της Τριβής**
- **ii. Την κάθετη δύναμη στήριξης**
- **iii. Την μάζα του**
- **iv. Αν η ορμή του σώματος είναι P=20Kgm/sec να υπολογίσετε την ταχύτητά του, καθώς και την μετατόπισή του μετά από t=10sec.**
- **v. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής του σώματος**
- **vi. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις υ=f(t) ,x= f(t) , P= f(t) , ΣF= f(t) , F= f(t) T= f(t) , μέχρι τη χρονική στιγμή t=10sec. Δίνεται : g=10m/sec^2**

3. **Ένα κινητό m=1Kg κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $υ_0$=10m/sec με την επίδραση οριζόντιας δύναμης F=10N. Μεταξύ του σώματος και δαπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή μ=0,5. Να βρείτε:**
- **i. Την επιτάχυνση του σώματος**
- **ii. Την ταχύτητά του μετά από t=10sec**
- **iii. Την μετατόπιση στο παραπάνω χρονικό διάστημα. Δίνεται : g=10m/sec^2**

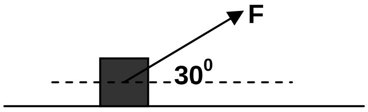
4. **Ένα σώμα μάζας m=2Kg κινούμενο σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $υ_0$=20m/sec αρχίζει να επιβραδύνεται με την επίδραση δύναμης F=20N που σχηματίζει γωνία 60^0 με το οριζόντιο επίπεδο. Να βρείτε:**
- **i. Ποια η ταχύτητά του μετά από χρόνο t=2sec**
- **ii. Ποια η μετατόπισή του έως τότε**
- **iii. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του**
- **iv. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του στον οριζόντιο άξονα**
- **v. Ποια χρονική στιγμή θα σταματήσει το σώμα (με δύο τρόπους)**
- **vi. Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου μέχρι να σταματήσει το σώμα. Δίνεται : g=10m/sec^2**

5. **Στο διπλανό διάγραμμα το σώμα έχει μάζα m=2Kg και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το Α με τη βοήθεια νήματος μήκους ℓ=1m κατακόρυφα εκτελώντας κυκλική κίνηση.**



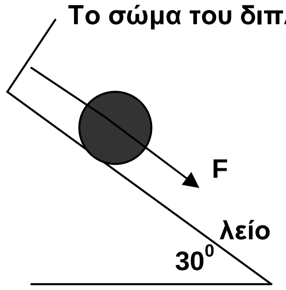
α. Ποια είναι η τάση του νήματος στην θέση του σχήματος αν δίνεται ότι υ=5m/sec .
β. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη στιγμή που βρίσκεται στην κατώτερη θέση .
γ. Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{θρ}$=92N με ποια ταχύτητα μπορεί να περάσει το σώμα από την κατώτερη θέση ώστε να μην κοπεί το νήμα. Δίνεται : g=10m/sec^2

6. Η δύναμη του σχήματος είναι μεταβλητή και το μέτρο της δίνεται από τη σχέση $F=30+2t$. Μεταξύ του σώματος και δαπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή $\mu=0,4$ και το σώμα έχει μάζα $m=3Kg$. Να βρείτε:



α. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα χάνει την επαφή με το έδαφος.
β. Ποια είναι η αρχική επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή $t_0=0$, Και ποια τη χρονική στιγμή t_1.
γ. Είναι η κίνηση ομαλή επιταχυνόμενη ή όχι.
δ. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και τη χρονική στιγμή t_1. Δίνεται : $g=10m/sec^2$

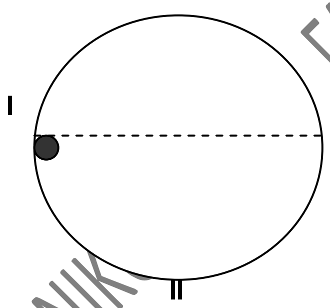
7. Το σώμα του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m=10Kg$ και δένεται με σχοινί που έχει όριο θραύσης $T_{θρ}=100N$. Ασκούμε δύναμη F παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο.



α. Ποια είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η F ώστε το σώμα να ξεκινήσει .
β. Θεωρώντας ότι στο σώμα ασκείται η F συνεχώς με την μέγιστη τιμή που βρίσκουμε στο ερώτημα α, υπολογίζουμε ότι στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα έχει ταχύτητα $υ=10m/sec$.
i. Σε πόσο χρόνο έφθασε το σώμα τη βάση (με δύο τρόπους)
ii. Τι μετατόπιση έχει κάνει έως τότε. Δίνεται : $g=10m/sec^2$

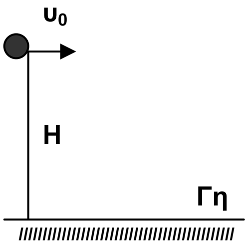
8. Σε ένα σώμα μάζας $m=2Kg$ που ήταν αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε δύναμη $F=20N$. Μεταξύ του σώματος και δαπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή $\mu=0,5$.
i. Μελετήστε την κίνηση που κάνει το σώμα.
ii. Αν μεταξύ του σώματος και του επιπέδου βάλουμε κατάλληλο λιπαντικό ώστε να μηδενιστεί η τριβή, υπολογίστε τον λόγο των επιταχύνσεων του σώματος πριν και μετά την προσθήκη του λιπαντικού.
iii. Ποιος είναι ο λόγος των ταχυτήτων και των μετατοπίσεων στις δύο περιπτώσεις (χωρίς το λιπαντικό-με λιπαντικό) αν το σώμα κινείται και στις δύο περιπτώσεις για $t=10sec$.
Δίνεται : $g=10m/sec^2$

9. Το σώμα μάζας $m=2Kg$ κινείται κατακόρυφα σε λεία ημικυκλική τροχιά του σχήματος ακτίνας $R=1m$. (βαρέλι κομμένο στη μέση) .Αν δίνεται ότι για τις θέσεις Ι και ΙΙ ισχύει ότι $υ_2=2υ_1$ και $N_2=8N_1$ (όπου N_1 και N_2 οι αντιδράσεις του δαπέδου στις παραπάνω θέσεις).



α. Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις N_1 και N_2.
β. Αν στην κατώτερη θέση συγκρούεται με άλλο ακίνητο σώμα μάζας $M=8Kg$ να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα που θα αποκτήσουν.
γ. Ποια είναι η μεταβολή της ορμής του σώματος m, ποια η μεταβολή της ορμής του σώματος M κατά την παραπάνω κρούση και ποια η μεταβολή της ορμής του συστήματος των δύο μαζών. Δίνεται : $g=10m/sec^2$

10. Να μελετηθεί η οριζόντια βολή σώματος μάζας $m=10Kg$ από ύψος $H=80m$ και ταχύτητας $υ_0=10m/sec$.

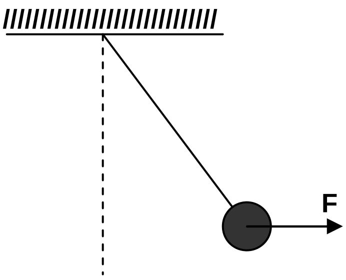


α. Να υπολογίσετε τον χρόνο που κάνει μέχρι να φθάσει το σώμα στο έδαφος.
β. Να υπολογισθεί η οριζόντια απόσταση χ μέχρι το σώμα να φθάσει στο έδαφος.
γ. Τι ταχύτητα έχει το σώμα τη στιγμή που φθάνει στη Γη.
δ. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στον άξονα ψ΄ψ και ποιος στο χ΄χ.

11. Ένα σώμα m=5Kg βάλλεται οριζόντια πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $υ_0$=10m/sec. Στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου 10N αντίθετη στην κίνησή του. Σε απόσταση x=21m βρίσκεται μπροστά στο σώμα ένας τοίχος.
   i. Να δείξετε ότι το σώμα θα χτυπήσει στον τοίχο.
   ii. Ποια έπρεπε να ήταν η απόσταση ανάμεσα στον τοίχο και στο σώμα ώστε να μην χτυπήσει τον τοίχο.

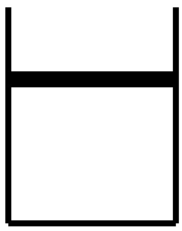
   Συνεχίζοντας το ερώτημα i βρείτε την ταχύτητα με την οποία φθάνει το σώμα στον τοίχο. Αν η σύγκρουση σώματος –τοίχου διαρκεί 0,1sec, και το σώμα δέχεται δύναμη από τον τοίχο 20N βρείτε την ταχύτητα του σώματος μετά την κρούση. Δίνεται : g=10m/sec^2

12. Στο σώμα του σχήματος ασκείται μια μεταβλητού μέτρου συνεχώς οριζόντια δύναμη F. Το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{θρ}$=100N και το βάρος του σώματος B=50N.



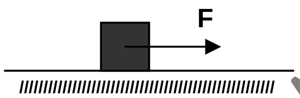
α. Εφαρμόζοντας τη δύναμη F κινώ το σώμα αργά μέχρι τη θέση που το νήμα είναι έτοιμο να σπάσει. Να υπολογίσετε την γωνία που θα σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο τη στιγμή που θα σπάσει το νήμα. (μέγιστη γωνία φ).
β. Ποια θα είναι η τιμή της F εκείνη τη στιγμή.

13. Στο σχήμα είναι ένα δοχείο που περιέχει αέριο. Στο πάνω μέρος έχουμε βάλει ένα έμβολο (πώμα, τάπα) το οποίο ισορροπεί. Το Βάρος του εμβόλου είναι B=100N,(Θεωρείστε γνωστό ότι αν ένα αέριο που βρίσκεται μέσα σε δοχείο ασκεί σε μια επιφάνεια A του δοχείου μια δύναμη F ,τότε η πίεση που δέχεται το δοχείο μπορεί να μετρηθεί πρακτικά με μανόμετρο ,και θεωρητικά από τη σχέση P=F/A).Αν η δύναμη που ασκεί ο αέρας στο έμβολο είναι 100N :



α. Να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί το αέριο στο έμβολο.
β. Αν το εμβαδόν του εμβόλου είναι A= $2 \cdot 10^{-4} m^2$ βρείτε την πίεση που ασκεί το αέριο στο έμβολο σε N/m^2.

14. Στο σχήμα το σώμα m=10Kg αρχικά ήταν ακίνητο. Ασκείται σε αυτό οριζόντια δύναμη που το μέτρο της δίνεται από τη σχέση F=100-5x (S.I) όπου x η θέση από την αρχή των αξόνων. Μεταξύ του σώματος και δαπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή μ=0,5.

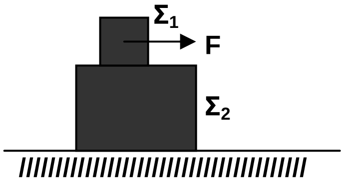


α. Μελετήστε την κίνηση του σώματος.
β. Σε ποια θέση το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.
γ. Σε ποια θέση η δύναμη μηδενίζεται.
δ. Μετά από τη θέση του ερωτήματος γ ποια δύναμη ασκείται.
ε. Μπορώ να χρησιμοποιώ τους τύπους της ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης στα παραπάνω.
στ. Αν η μέγιστη ταχύτητα του είναι υ=10m/sec στη θέση του ερωτήματος γ, για πόσο χρόνο κινείται το σώμα μέχρι να σταματήσει και ποια μετατόπιση κάνει ως τότε.
ζ. Ποια είναι η συνολική μετατόπιση του σώματος. Δίνεται : g=10m/sec^2

15. Σώμα μάζας m=1Kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω έχει μέτρο F=2+2t (S.I) .
   i. Ποια χρονική στιγμή το σώμα χάνει την επαφή με το έδαφος
   ii. Τι κίνηση κάνει το σώμα μέχρι τη στιγμή t=9sec, και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής εκείνη τη στιγμή.
   iii. Ποια η τιμή της στιγμιαίας επιτάχυνσης τη στιγμή t=9sec.

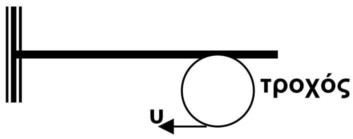
iv. Αν τη χρονική στιγμή t=9sec καταργηθεί η δύναμη F και το σώμα έχει ταχύτητα $υ_0$=10m/sec και βρίσκεται σε ύψος 10m , σε ποιο ύψος από τη Γη θα φθάσει το σώμα. Δίνεται : g=10m/sec^2

16. α. Να σημειωθούν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ αν υπάρχει τριβή μεταξύ των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ με $μ_1$=0,5 και μεταξύ $Σ_2$ και δαπέδου $μ_2$=0,1. Δίνονται : m_1=1Kg m_2=2Kg , F=10N.



β. Να υπολογιστούν οι αρχικές επιταχύνσεις των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

17.

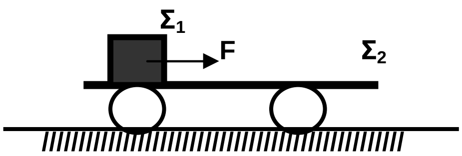


Ο τροχός του σχήματος περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του, με γραμμική ταχύτητα υ και φορά που έχει σχεδιαστεί ,βρίσκεται δε συνεχώς σε επαφή με τη ράβδο. Μεταξύ του τροχού και της ράβδου υπάρχει τριβή με μ=0,5 και η μάζα της ράβδου είναι m=2Kg.

Α. Σημειώστε τις δυνάμεις που δέχονται η ράβδος, ο τροχός και ο τοίχος.

Β. Να υπολογίσετε την Τριβή καθώς και τη δύναμη που ασκεί η ράβδος στον τοίχο. Δίνεται : g=10m/sec^2

18. Στο σώμα $Σ_1$ ασκείται δύναμη F=20N και η μάζα του είναι m_1=2Kg .Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ $Σ_1$ και $Σ_2$ είναι μ=0,5:

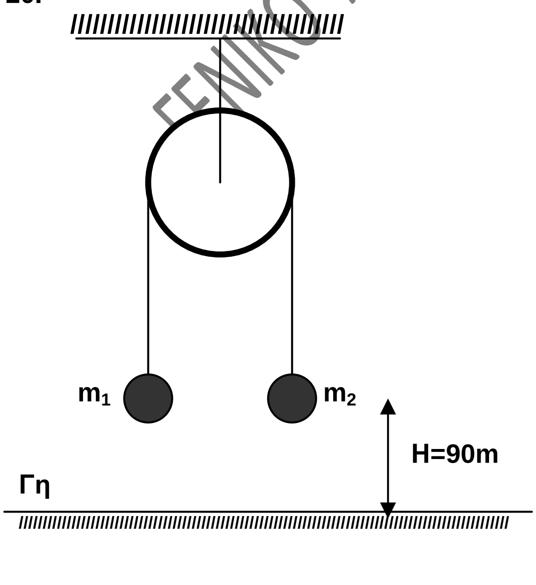


α. Να βρείτε την επιτάχυνση του $Σ_1$.

β. Υπολογίστε την επιτάχυνση του $Σ_2$ μάζας m_2=10Kg αν γνωρίζετε ότι το δάπεδο είναι λείο.

19. Θεωρείστε δύο τροχούς που κινούνται γύρω από κατακόρυφους άξονες που περνούν από τα κέντρα τους. Μια ράβδος m=2Kg είναι πάνω σε αυτούς. Εξετάστε όλες τις δυνατές περιπτώσεις κίνησης ή όχι της ράβδου αν μεταξύ των τροχών και αυτής υπάρχει τριβή με μ=0,5. Βρείτε κάθε φορά την επιτάχυνση της. Δίνεται : g=10m/sec^2

20.



Δύο σώματα με μάζες m_1=1Kg και m_2=3Kg είναι δεμένα με μη εκτατό σχοινί όπως στο σχήμα και ισορροπούν σε ύψος Η=90m από τη Γη.

Α. Προς τα πού θα κινηθούν τα σώματα.

Β. Υπολογίστε την κοινή επιτάχυνσή τους.

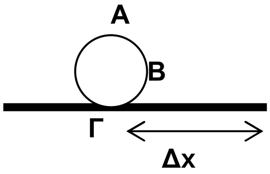
Γ. Υπολογίστε την τάση του νήματος.

Δ. Πόσο θα απέχει από τη Γη το κάθε σώμα μετά από χρόνο t=2sec.

Ε. Τι ταχύτητα έχει το κάθε σώμα εκείνη τη στιγμή.

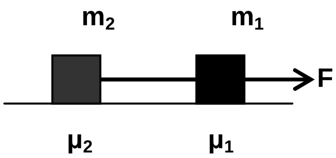
Στ. Πότε θα φθάσει το ένα σώμα στη Γη και σε ποιο ύψος θα βρίσκεται το άλλο.

21. **Μια ρόδα ακτίνας R=1m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει (χωρίς να σύρεται) και όταν κάνει μια περιστροφή προχωρά κατά $\Delta x=\upsilon_\mu T$, (όπου υ_μ η μεταφορική του ταχύτητα του αυτοκινήτου και επομένως και του τροχού την οποία συμβολίζω έτσι για να την ξεχωρίσω από την γραμμική ταχύτητα) όμως Δx=2πR άρα** $2\pi R=\upsilon_\mu\cdot \mathrm{T}\Leftrightarrow \upsilon_\mu=\dfrac{2\pi R}{T}$ **αυτή όμως είναι ίση με την γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού άρα $\upsilon_{\gamma\rho}=\upsilon_\mu$.**



i. **Εάν το κινητό μετατοπίζεται κατά x να υπολογισθεί ο αριθμός των περιστροφών της ρόδας (x=N2πR) .Εφαρμογή x=62,8m N=;)**
ii. **Δεδομένου ότι σε κάθε αυτοκίνητο τροχός μετέχει σε δύο κινήσεις (μεταφορική και περιστροφική) να υπολογίσετε την ταχύτητα των σημείων Α,Β και Γ του τροχού. Σκεφθείτε την διαφορά που υπάρχει για τα ίδια σημεία αν ο τροχός κάνει μόνο μεταφορική ή μόνο περιστροφική.**

22.



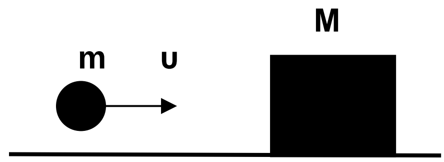
Στο σώμα ασκείται δύναμη F=20N και οι τριβές μεταξύ των σωμάτων και δαπέδου έχουν συντελεστές μ_1=0,5 και μ_2=0,3. Να βρείτε:
α. την κοινή επιτάχυνση του συστήματος
β. την τάση του νήματος μεταξύ των σωμάτων.

23. **Σώμα μάζας m=1Kg βάλλεται προς τα πάνω με ταχύτητα υ_0=80m/sec . Δίνεται : g=10m/sec^2**
i. **Να βρείτε σε ποιο ύψος, και ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα του υποδιπλασιάζεται.**
ii. **Στο σημείο αυτό συγκρούεται με ακίνητο σώμα μάζας Μ=3Kg και γίνεται συσσωμάτωμα. Ποιο είναι το μέγιστο ύψος από τη γη που θα φθάσει το συσσωμάτωμα.**
iii. **ποια θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος όταν θα επιστρέψει στο έδαφος.**

24. **Σώμα μάζας m=1Kg εκτοξεύεται με υ_0=100m/sec κατακόρυφα προς τα πάνω. Στο σώμα εκτός του Βάρους του ασκείται και μια δύναμη F=10N με φορά αυτή του Βάρους. Δίνεται : g=10m/sec^2**
i. **Με ποια επιβράδυνση ανεβαίνει το σώμα.**
ii. **Σε ποιο ύψος θα φθάσει πάνω από τη Γη.**
iii. **Ποιος είναι ο λόγος των μέγιστων υψών** $\dfrac{\psi_{\max(1)}}{\psi_{\max(2)}}$ **όπου** $\psi_{\max(1)}$ **είναι το ύψος που θα φθάσει αν δεν υπάρχει η F, και** $\psi_{\max(2)}$ **αυτό που βρήκαμε στο ii) ερώτημα.**

25. **Σώμα μάζας m=1Kg που βρίσκεται στη Γη αρχίζει να ανεβαίνει με την επίδραση δύναμης** $F=20-2\psi(S.I)$**. (όπου ψ η απόσταση μετρώντας την από τη Γη). Δίνεται : g=10m/sec^2**
i. **Μελετήστε την κίνηση του σώματος.**
ii. **Σε ποια θέση έχω την μέγιστη ταχύτητα.**
iii. **Σε ποιο ύψος θα καταργηθεί η F.**
iv. **ποιο είναι το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σώμα πάνω από τη Γη, αν τη στιγμή που καταργείται η F η ταχύτητα του είναι υ=10m/sec.**

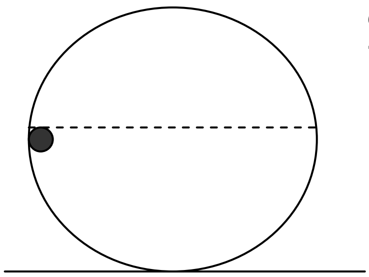
Δ.2 ΕΝΕΡΓΕΙΑ- ΕΡΓΟ



1. **Βλήμα μάζας m=1kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=100m/sec και σφηνώνεται σε σώμα μάζας M=9Kg.**

- **i.** **Βρείτε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.**
- **ii.** **Βρείτε πόση ενέργεια έγινε θερμότητα (και χάθηκε στο περιβάλλον) κατά την κρούση. (να γίνει με δύο τρόπους α) άμεσα, β) έμμεσα)**
- **iii.** **Αν το συσσωμάτωμα έχει συντελεστή τριβής μ=0,5 με το δάπεδο να βρείτε σε ποια απόσταση θα σταματήσει το συσσωμάτωμα. (να γίνει με δύο τρόπους α) με Κλασσική Μηχανική, β) με Ενέργειες)**
- **iv.** **Πόση θερμότητα αναπτύχθηκε μέχρι να σταματήσει το συσσωμάτωμα.**

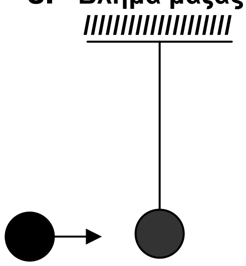
2.



Θεωρείστε μια μάζα m=2kg που μπορεί να κινηθεί πάνω σε λεία οριζόντια περιφέρεια ημικυκλίου ακτίνας R=1m (βαρέλι).

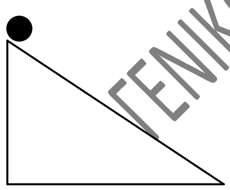
- **i.** **Σκεφτείτε την κίνηση που κάνει το σώμα από την θέση που αφήνεται έως την κατώτερη θέση . Είναι κάποια γνωστή κίνηση ή όχι. Μπορεί να μελετηθεί με την Κλασσική Κινηματική.**
- **ii.** **Για να υπολογίσετε την ταχύτητα στην κατώτερη θέση εφαρμόστε την Α.Δ.Μ.Ε από την αρχική θέση έως την τελική.**
- **iii.** **Υπολογίσετε την ταχύτητα στην κατώτερη θέση με την προϋπόθεση ότι στη αρχική θέση έχουμε ταχύτητα $υ_A$=10m/sec.**
- **iv.** **Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο και το σώμα εκτοξευόταν από την αρχική θέση με ταχύτητα $υ_A$=10m/sec και στην τελική θέση είχε ταχύτητα $υ_T$=2m/sec , να υπολογίστε την θερμότητα που αναπτύχθηκε λόγω τριβής εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε μεταξύ των δύο θέσεων.**

3. **Βλήμα μάζας m=1kg και ταχύτητας $υ_B$=100m/sec σφηνώνεται σε άλλο σώμα μάζας M=9Kg που είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L=1m.**



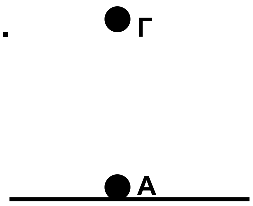
- **i.** **Να βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.**
- **ii.** **Πόση είναι η ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση.**
- **iii.** **Ποια είναι η τάση του νήματος πριν και μετά την κρούση.**
- **iv.** **Ποιο είναι το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά την κρούση.**
- **v.** **Σε ποιο ύψος θα φθάσει το συσσωμάτωμα μετρώντας το από την κατώτερη θέση του συστήματος.**

4.



Σώμα μάζας m=1kg αφήνεται από την κορυφή μη λείου κεκλιμένου επιπέδου ύψους h=3,2m , και γωνίας φ=60^0. (Δίνονται ημ60^0=0,8 και συν60^0=0,5).

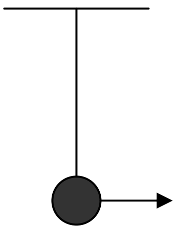
- **i.** **Να υπολογίσετε τον λόγο την ταχύτητα του σώματος στην κατώτερη θέση που θα ονομάσετε Γ. (με δύο τρόπους α) με την Κλασική Κινηματική και β) με Ενέργειες))**
- **ii.** **Να βρείτε τον λόγο των ταχυτήτων $\frac{υ_Γ}{υ_Γ^{'}}$ που θα έχει το σώμα στο Γ όπου $υ_Γ$ η ταχύτητα του σώματος για μη λείο επίπεδο και $υ_Γ^{'}$ η ταχύτητα του σώματος για λείο επίπεδο.**

5. 

Σώμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_0$=10m/sec.

i. Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος θα φθάσει το σώμα. (με δύο τρόπους α) με την Κλασική Κινηματική και β) με Ενέργειες))

ii. Πέφτοντας το σώμα από τη θέση Γ στην Α δείξτε ότι θα έχει πάλι ταχύτητα $υ_ο$ τη στιγμή που θα φθάσει στη Γή.

6. 

Σώμα μάζας m που είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L=1m εκτοξεύεται με ταχύτητα $υ_0$=2m/sec.

i. Μπορείτε με την Κλασική Κινηματική –Δυναμική να βρείτε την το ύψος που θα φθάσει το σώμα.

ii. Υπολογίστε το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σώμα (με Θ.Μ.Κ.Ε , Α.Δ.Ε).Προσέξτε ότι το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν).

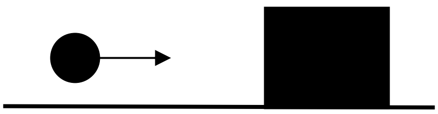
iii. Βρείτε την γωνία που θα σχηματίζει στην ανώτερη θέση το σώμα σε σχέση με την κατακόρυφο.

7. Θεωρείστε ένα ελατήριο σταθεράς Κ=100 που είναι κατακόρυφο και το πάνω του άκρο είναι δεμένο στην οροφή, ενώ το κάτω του άκρο είναι ελεύθερο. Δένουμε σώμα μάζας m=1Kg στο ελεύθερο άκρο του. (Θυμηθείτε ότι η δύναμη που ασκεί ένα του ελατήριο σε ένα σώμα έχει μέτρο $F_{ελ}$=Kx όπου Κ είναι η σταθερά του ελατηρίου, και x η απομάκρυνση από τη θέση φυσικού μεγέθους του. Η φορά αυτής της δύναμης είναι τέτοια ώστε να επαναφέρει το ελατήριο στο φυσικό του μέγεθος).

i. Βρείτε την επιμήκυνση του ελατηρίου μετά την πρόσδεση της μάζας.\

ii. Τραβάμε το σώμα προς τα κάτω κατά x=0,1m. Βρείτε την ταχύτητα της μάζας όταν θα περάσει από τη θέση του φυσικού μεγέθους του ελατήριου.

8.



Σώμα μάζας Μ=9Kg βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας μάζας m=1Kg και ταχύτητας υ=100m/sec συγκρούεται και διαπερνά το σώμα μάζας Μ , ενώ εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα $υ_1$. Το σώμα μάζας Μ κινούμενο στο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,5 σταματά μετά από χρόνο t=1sec.

i. Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος μάζας Μ μετά την κρούση.

ii. Υπολογίστε την μέγιστη μετατόπιση του σώματος Μ μέχρι να σταματήσει (με δύο τρόπους)

iii. Βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής στον άξονα x'x του σώματος Μ αμέσως μετά την κρούση , καθώς και την στιγμή που σταματά.

iv. Υπολογίστε τους ρυθμούς μεταβολής της Κινητικής ενέργειας και θερμότητας τις χρονικές στιγμές του προηγούμενου ερωτήματος. Τι παρατηρείτε; Πότε οι ρυθμοί είναι μέγιστοι και πότε ελάχιστοι.

v. Βρείτε την ταχύτητα του βλήματος μετά την κρούση.

vi. Βρείτε τις μεταβολές στην ορμή του συστήματος κατά την κρούση καθώς και τις μεταβολές των ορμών του κάθε σώματος χωριστά.

vii. Πόση ενέργεια χάνεται κατά την κρούση ,και ποιο είναι το ποσοστό αυτής σε σχέση με την αρχική ενέργεια του συστήματος.

9. Θεωρείστε ένα ελατήριο σταθεράς Κ=100 που είναι κατακόρυφο και το πάνω του άκρο είναι δεμένο στην οροφή, ενώ το κάτω του άκρο είναι ελεύθερο. Δένουμε σώμα μάζας m=1Kg στο ελεύθερο άκρο του.

Α. α) Βρείτε την επιμήκυνση του ελατηρίου αφού το σώμα ισορροπήσει.
β) Ποια είναι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας.

Β. α) Στην παραπάνω θέση κολλάει ένα σώμα μάζας m=1Kg και ταχύτητας υ=100m/sec που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω.
β)Βρείτε το μέγιστο ύψος που θα φθάσει το σώμα μετρώντας το από την κατώτερη θέση ισορροπίας που ήταν πριν.
γ) Βρείτε το ρυθμό μεταβολής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας και το ρυθμό μεταβολής Κινητικής ενέργειας την στιγμή αμέσως μετά την σύγκρουση.
δ) Όταν ισορροπήσει το σύστημα ποια θα είναι η θέση αυτή μετρώντας την από το φυσικό μέγεθος του ελατηρίου, και ποία η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη ίδια θέση.

10. **Σώμα μάζας m= 6Kg ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F=80N, οπότε το σώμα κατά την κίνησή του δέχεται από το δάπεδο δύναμη τριβής μέτρου Τ= 30Ν. Μετά από μετατόπιση κατά Δx = 6m να βρείτε:**

i. **το έργο της δύναμηs F και το έργο της τριβής,**

ii. **την τελική ταχύτητα του σώματος,**

iii. **το χρονικό διάστημα που κινήθηκε το σώμα.**

11. **Κιβώτιο μάζας m= 2Kg κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Τη στιγμή που το κιβώτιο έχει ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 10m/sec, δέχεται από εργάτη οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F = 50 N, ίδιας κατεύθυνσης με εκείνη της $υ_0$. Αν η δύναμη τριβής που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο έχει μέτρο Τ= 69 Ν.**

Να βρείτε μετά από μετατόπιση Δx=10m:

i. **το έργο της δύναμης F ,και το έργο της τριβής,**

ii. **την τελική ταχύτητα του σώματος.**

12. **Να βρείτε την αντίσταση που προβάλλει ο κορμός του δένδρου πάνω στο βλήμα στις δύο περιπτώσεις του παρακάτω σχήματος αν αυτή θεωρηθεί σταθερή για κάθε περίπτωση.**

Δίνονται: g= 10m/sec^2 ,$m_β$=0,1Kg , x=10m και οι ταχύτητες του βλήματος τη στιγμή εισόδου και εξόδου του από τον κορμό έχουν μέτρο $υ_1$ = 100m/sec και $υ_2$= 20m/sec αντίστοιχα.

13.

Σώμα μάζας m=2Kg περνάει από τη θέση Α με ταχύτητα $υ_0$=10m/sec, και φθάνει στο ελατήριο σταθεράς K=100N/m το οποίο βρίσκεται στο φυσικού μεγέθους, αφού διανύσει απόσταση Δx=3,6m πάνω στο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή με συντελεστή μ=0,5.

i. **Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φθάνει στο ελατήριο.**

ii. **Ποια είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.**

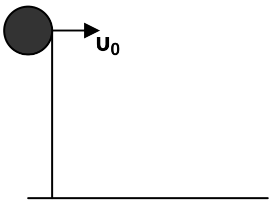
iii. **Ποιο είναι το έργο της δύναμης του ελατηρίου από την θέση φυσικού μεγέθους έως τη θέση μέγιστης συσπείρωσης.**

iv. **Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της Κινητικής ενέργειας ,καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της Δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση μέγιστης συσπείρωσης.**

14. **Σώμα μάζας m=1Kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω έχει μέτρο F=2+2t (S.I) .**

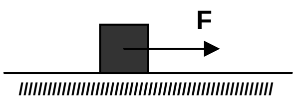
i. **Ποια χρονική στιγμή το σώμα χάνει την επαφή με το έδαφος**
ii. **Τι κίνηση κάνει το σώμα μέχρι τη στιγμή t=9sec, και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής εκείνη τη στιγμή.**
iii. **Ποια η τιμή της στιγμιαίας επιτάχυνσης τη στιγμή t=9sec.**
iv. **Αν τη χρονική στιγμή t=9sec έχει ταχύτητα $υ_0$=10m/sec και βρίσκεται σε ύψος 10m , σε ποιο ύψος από τη Γη θα φθάσει το σώμα. Δίνεται : g=10m/sec^2**
v. **Βρείτε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργεια βαρύτητας τη χρονική στιγμή t=9sec , καθώς επίσης το ρυθμό μεταβολής της Κινητικής ενέργειας.**

15. **Να μελετηθεί η οριζόντια βολή σώματος μάζας m=10Kg από ύψος H=80m και ταχύτητας $υ_0$=10m/sec με ενεργειακό τρόπο.**



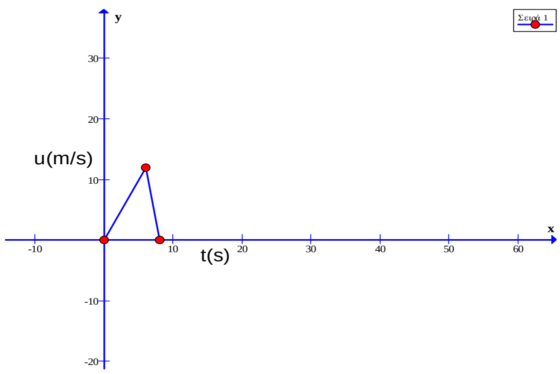
α. Τι ταχύτητα έχει το σώμα τη στιγμή που φθάνει στη Γη.
β. Βρείτε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργεια βαρύτητας , καθώς επίσης το ρυθμό μεταβολής της Κινητικής ενέργειας τη στιγμή που το σώμα φθάνει στο έδαφος.

16. **Στο σχήμα το σώμα m=10Kg αρχικά ήταν ακίνητο. Ασκείται σε αυτό οριζόντια δύναμη που το μέτρο της δίνεται από τη σχέση F=100-5x (S.I) όπου x η θέση από την αρχή των αξόνων. Μεταξύ του σώματος και δαπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή μ=0,5.**



α. Μελετήστε την κίνηση του σώματος.
β. Σε ποια θέση το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.
γ. Σε ποια θέση η δύναμη μηδενίζεται.
δ. Μετά από τη θέση του ερωτήματος γ ποια δύναμη ασκείται.
ε. Μπορώ να χρησιμοποιώ τους τύπους της ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης στα παραπάνω.
στ. Αν η μέγιστη ταχύτητα του είναι υ=10m/sec στη θέση του ερωτήματος γ, για πόσο χρόνο κινείται το σώμα μέχρι να σταματήσει και ποια μετατόπιση κάνει ως τότε.
ζ. Ποια είναι η συνολική μετατόπιση του σώματος. Δίνεται : g=10m/sec^2
η. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη θέση όπου έχω την μέγιστη ταχύτητα ,καθώς επίσης και στη θέση όπου η δύναμη F γίνεται μηδέν.

17. **Δίνεται το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας –χρόνου για την κίνηση σώματος μάζας m.**
α) Να μελετήσετε την κίνηση του σώματος και απεικονίστε την σε άξονα για όλα τα χρονικά διαστήματα.
β)Να υπολογίσετε την συνολική μετατόπιση και την ταχύτητα την χρονική στιγμή 6s.
γ) Αν στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη για το χρονικό διάστημα F=10N να βρείτε τον συντελεστή τριβής μεταξύ σώματος επιπέδου.



18. **Θεωρούμε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k=100N/m του οποίου το ένα άκρο είναι στερεωμένο σε τοίχο . Στην άλλη άκρη του ελατηρίου στερεώνεται σώμα μάζας m =1Kg και το ελατήριο ισορροπεί**

στο φυσικό του μήκος. Την χρονική στιγμή t=0s ασκείται δύναμη F=100N παράλληλη στο ελατήριο ώστε να το επιμηκύνει.
α) Μελετήστε την κίνηση του σώματος .
β) Υπολογίστε σε ποια θέση θα έχω την μέγιστη ταχύτητα του σώματος και πότε η ταχύτητα θα μηδενιστεί.
γ) Υπολογίστε σε ποια θέση θα σταματήσει το σώμα.

19. Θεωρούμε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=100N/m του οποίου το ένα άκρο είναι στερεωμένο σε τοίχο . Στην άλλη άκρη του ελατηρίου στερεώνεται σώμα μάζας m =10Kg και το ελατήριο ισορροπεί στο φυσικό του μήκος.
α) Σε ποια θέση ισορροπεί το σώμα.
Την χρονική στιγμή t=0s ασκείται δύναμη F=100N παράλληλη στο ελατήριο ώστε να το επιμηκύνει.
β) Υπολογίστε σε ποια θέση θα έχω την μέγιστη ταχύτητα του σώματος και πότε η ταχύτητα θα μηδενιστεί.

20. Σώμα αφήνεται ελέυθερα από ύψος h . Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της Κινητικής , της Δυναμικής και της Ολικής ενέργειας σε συνάρτηση με το h και σε συνάρτηση με το υ.