

Δράση eTwinning με τίτλο «Maths in Art: beyond chalk and talk»

Σύρος 21, 22, 23 Ιουνίου 2013

Σκαλοχωρίτου Γεωργία¹, Νείρος Αντώνιος², Κουτσκουδής Παναγιώτης³,
Κουκούτα Βαρβάρα⁴

¹ Διευθύντρια του Πρότυπου Πειραματικού Γενικού Λυκείου Μυτιλήνης του Πανεπιστημίου Αιγαίου,
Εκπαιδευτικός Μαθηματικών ΠΕ03

gskaloxoritou@aegean.gr

² Εκπαιδευτικός Πληροφορικής ΠΕ19, Πρότυπο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Μυτιλήνης του
Πανεπιστημίου Αιγαίου

aniros@sch.gr

³ Εκπαιδευτικός Μαθηματικών ΠΕ03, Πρότυπο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Μυτιλήνης του
Πανεπιστημίου Αιγαίου

pkoutskoudis@yahoo.gr

⁴ Εκπαιδευτικός Οικονομικών ΠΕ09, Πρότυπο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Μυτιλήνης του
Πανεπιστημίου Αιγαίου

vakoukouta@gmail.com

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εργασία μας με τίτλο «Maths in Art: beyond chalk and talk» (τα Μαθηματικά στην Τέχνη: πέρα από κιμωλία και λεκτική επικοινωνία) είχε ως στόχο να μελετήσει τις σχέσεις μεταξύ των μαθηματικών και της τέχνης και ήταν ένα πρόγραμμα δράσης eTwinning. Οι μαθητές αναζήτησαν μια σειρά από μελέτες και έρευνες για τα Μαθηματικά στην Τέχνη: από τα πλατωνικά στερεά, τη συμμετρία, τη χρυσή τομή έως τα fractals, επίσης τα μαθηματικά στη μουσική, τη λογοτεχνία και τον κινηματογράφο. Επέλεξαν τον καλύτερο και πιο δημιουργικό τρόπο για να μοιραστούν τις πληροφορίες με τους εταίρους τους: όχι μόνο με λέξεις και απλά κείμενα, αλλά, με τη αξιοποίηση ενός διαφορετικού τρόπου επικοινωνίας χρησιμοποιώντας: εικόνες, βίντεο, ηλεκτρονική συνομιλία πραγματικού χρόνου (chat), κοινωνικό δίκτυο κλπ. Όλο το παραγόμενο υλικό έχει αναπύχθηκε σε ένα συνεργατικό περιβάλλον : «Πέρα από κιμωλία και λεκτική επικοινωνία», για να αναπτύξει το ενδιαφέρον των μαθητών και να εξασφαλίσει την ενεργή εμπλοκή τους.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Μαθηματικά, Τέχνες, eTwinning, ιστοσελίδα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Είναι γνωστό ότι η παραδοσιακή διδασκαλία, που επικρατεί στην ελληνική σχολική πραγματικότητα, δεν αφήνει το παραμικρό περιθώριο ενσωμάτωσης πολιτισμικών στοιχείων στο πλαίσιο του αναλυτικού προγράμματος που καθορίζει τη διδασκαλία των μαθηματικών. Οι περισσότεροι καθηγητές, εξ αιτίας της έκτασης της ύλης και του άγχους να προλάβουν να τη διδάξουν, αφήνουν ανεκμετάλλευτες σημαντικές πολιτισμικές πηγές, που θα βοηθούσαν το μαθητή όχι απλά να κατανοήσει αλλά να οικειοποιηθεί τη διδασκόμενη γνώση. Με τον τρόπο αυτό, όμως, δεν αναδεικνύεται ούτε η αναγκαιότητα, αλλά ούτε και η αξία των μαθηματικών. Αντίθετα, τα μαθηματικά καθίστανται για το μαθητή ένα δυσνόητο και βαρετό μάθημα, με τις γνωστές σε όλους μας συνέπειες: αρνητική στάση και άγχος για τα μαθηματικά, αποστροφή και μαθηματικός αναλφαβητισμός. Για τη βελτίωση της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών, η αξιοποίηση πολιτισμικών στοιχείων είναι σημαντική (Κοταρίνου & Σταθοπούλου, 2011). Η επίδραση της τέχνης στη μάθηση των μαθηματικών έχει χαρακτηριστεί θετική (Catterall, 1995a; Catterall & Waldorf, 1999b).

Πρέπει να μελετήσουμε με ποιο τρόπο είναι δυνατόν η δύναμη και η ουσία του πολιτισμού να μετατραπεί, ώστε να πάρει διδακτική μορφή (Bruner, 1973). Η σχολική εκπαίδευση είναι ένα ιδιαίτερα σημαντικό όργανο του πολιτισμού (Κολιάδης, 1997), με το οποίο αναπτύσσονται και διευρύνονται οι νοητικές ικανότητες των ατόμων μιας κοινωνίας.

Επομένως, ο πολιτισμικός παράγων μπορεί να αποτελέσει σημαντική βοήθεια στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης. Ιδιαίτερα η διδασκαλία της γεωμετρίας (Τουμάσης, 1994), με εικόνες και

έργα τέχνης, βοηθά όχι μόνο στην καλύτερη κατανόησή της αλλά είναι και ένας εναλλακτικός τρόπος διδασκαλίας, που προφανώς είναι και πιο ευχάριστος και πιο αποδοτικός, όσον αφορά και τα μαθηματικά αλλά και την τέχνη.

Στο πρόγραμμα eTwinning με τίτλο «Maths in Art: beyond chalk and talk» συμμετείχαν επτά σχολεία. Αναλυτικά τα συνεργαζόμενα σχολεία ήταν: το Liceo Scientifico "Leonardo da Vinci" από την Ιταλία, το Vildirim Beyazit Anadolu Lisesi από την Τουρκία, το Γενικό Λύκειο Συκουρίου από την Ελλάδα, το Grup Sclar Henri Goanda Rm. Valcea από την Ρουμανία, το SPS a Vos Chomutor από Δημοκρατία της Τσεχίας, το Strednaodborna Skola Ekonomicna από την Σλοβακία και τέλος το Πρότυπο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Μυτιλήνης του Πανεπιστημίου Αιγαίου από την Ελλάδα. Το συγκεκριμένο έργο υλοποιήθηκε κατά τα σχολικά έτη 2010-2011 και 2011-2012.

ΣΤΟΧΟΙ

Στόχος του προγράμματος ήταν να κινητοποιήσει τους μαθητές να αλλάξουν τη στάση τους απέναντι στα Μαθηματικά, να τους βοηθήσει να υπερβούν διδακτικά εμπόδια και να απαντήσουν στο ερώτημα γιατί τα διδάσκονται. Μέσα από τις δράσεις του προγράμματος οι μαθηματικές έννοιες ενσωματώνονται σε πραγματικά πολιτισμικά μοντέλα, όπως η Ακρόπολη, οι πίνακες του Leonardo Da Vinci και άλλων καλλιτεχνών, σε γνωστές μουσικές συνθέσεις, με αποτέλεσμα την κινητοποίηση των μαθητών, αντί της παθητικής στάσης που τους δημιουργεί η παραδοσιακή μετωπική-δασκαλοκεντρική διδασκαλία.

Να μπορούν ακόμα μαθητές από διάφορες χώρες της Ευρώπης, αξιοποιώντας τις νέες τεχνολογίες (social networks, blog, website, videos, κλπ), να αναπτύξουν διαδραστικούς και παραγωγικούς τρόπους για να επικοινωνήσουν μεταξύ τους και να γνωριστούν αλλά και, ξεπερνώντας τις προκαταλήψεις τους για τα Μαθηματικά, να ανακαλύψουν το ενδιαφέρον και τη χρησιμότητα τους στην καθημερινή ζωή, αναδεικνύοντας το γεγονός ότι αποτελούν πάντα ένα σημαντικό μέρος του πολιτισμού και της ανάπτυξης του ανθρώπου.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Οι μαθητές, αρχικά, έγιναν μέλη στο blog που δημιουργήθηκε για το πρόγραμμα αυτό και, στη συνέχεια, καθοδηγούμενοι από τους εκπαιδευτικούς, ασχολήθηκαν με τα Πλατωνικά στερεά, πολύεδρα, χρυσή τομή, συμμετρία, πλακοστρώσεις, fractals, tessellations, μουσική και άλλα. Παράλληλα, αναρτούσαν στο κοινωνικό δίκτυο την εργασία τους. Οι εκπαιδευτικοί επιτηρούσαν τη δραστηριότητα των μαθητών και μαζί με αυτούς αποφάσιζαν την επιλογή των υλικών (κείμενα, παρουσιάσεις, ταινίες, κλπ) και τον τρόπο παρουσίασης αυτών στη τελική δημοσίευση.

Αναλυτικά οι μαθητές ασχολήθηκαν με τα παρακάτω θέματα:

- Συμμετρία: Ασχολήθηκαν με τη συμμετρία στη ζωγραφική και την αρχιτεκτονική. Η Αρχιτεκτονική, όπως κάθε συνθετική τέχνη, κάνει εκτεταμένη χρήση της συμμετρίας. Χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό της συνολικής κάτοψης των κτιρίων, καθώς και το σχεδιασμό των επιμέρους στοιχείων του κτιρίου, όπως πόρτες, παράθυρα, πατώματα. Αναζητήθηκαν από τη διεθνή βιβλιογραφία και το διαδίκτυο πίνακες γνωστών καλλιτεχνών, φωτογραφίες αρχιτεκτονημάτων και σημαντικών μνημείων κυρίως της χώρας μας. Επίσης, χρησιμοποίησαν δικές τους φωτογραφίες και, με τη βοήθεια του προγράμματος δυναμικής γεωμετρίας geogebra, έγινε προσπάθεια να αποδειχθεί η εφαρμογή της συμμετρίας σ' αυτά (όπως εμφανίζεται στην Εικόνα 1). Παράλληλα, κατέγραφαν ιστορικά και πολιτισμικά στοιχεία για κάθε ένα από τα ερευνούμενα έργα.
- Πλατωνικά στερεά: Οι μαθητές, μετά από έρευνα στο διαδίκτυο και τη βιβλιογραφία, ετοίμασαν μια παρουσίαση για τα πλατωνικά στερεά και τη σύνδεσή τους με την τέχνη. Παρουσίασαν, δηλαδή, καλλιτέχνες που χρησιμοποίησαν στα έργα τους τα πλατωνικά στερεά.
- Χρυσή Αναλογία: Υπάρχουν πολλά διαφορετικά ονόματα για τη χρυσή αναλογία: χρυσή τομή, Φ, Phi, Θεία Αναλογία, θεϊκή αναλογία, και άλλα. Στην ενότητα αυτή στόχος ήταν να γνωρίσουν οι μαθητές και να κατανοήσουν μια μαθηματική έννοια που απασχόλησε και απασχολεί σε παγκόσμιο επίπεδο αρκετούς ερευνητές, γιατί θεωρείται ότι εμφανίζεται στις τέχνες (ζωγραφική, γλυπτική, αρχιτεκτονική κ.α.), στη φύση (όπως για παράδειγμα στη διατομή του DNA, στο ανθρώπινο σώμα), στις έλικες των κοχυλιών, ή ακόμα και στις έλικες των γαλαξιών και σε πολλές άλλες περιπτώσεις. Από την αρχαιότητα η χρυσή τομή είναι στενά συνυφασμένη με την αίσθηση του κάλλους και της

αρμονίας. Οι μαθητές χωρίστηκαν σε ομάδες και ασχολήθηκαν με την εφαρμογή της χρυσής τομής στη φωτογραφία (όπως εμφανίζεται στην Εικόνα 2), τη ζωγραφική και τη μουσική και ετοίμασαν ένα ιστορικό χρονολόγιο αυτής (όπως εμφανίζεται στην Εικόνα 3).

Experimental General High School of Mytilene

Drag the point A in different places to find out how symmetry is applied to this building

point A

| | | |
|--|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> pediment | <input type="checkbox"/> window | <input checked="" type="checkbox"/> statue |
| <input type="checkbox"/> central part | <input type="checkbox"/> central building | <input type="checkbox"/> external part |

[back](#)

EXPERIMENTAL GENERAL HIGH SCHOOL OF MYTILENE OF THE UNIVERSITY OF THE AEGEAN

The building which houses the school, was built in the place of the preexisting high school. It was founded after authorization of the Sultan in 1886 and it was also known as the Greek School of Mytilene.

The construction started in 1887. The new building covered an area of 1800 sq.m. It was a combination of two architectural styles, Doric on the first floor and Ionian on the second floor. On the first floor there was the office of the director, classrooms and the laboratory of Physics. On the second floor there was the room for ceremonies, the library and the museum. A modern gym was built in the yard.

The opening ceremony of the new magnificent high school took place in the 18-9-1891.

The school library is unique. It consists of 74 rare manuscripts dated from 9th to 17th century along with 1500 rare books published in Venice, Vienna and Paris during the first years after the invention of typography. One can also find recently printed books published by Oxford, Lypsia, Paris press. These books are mainly of philological and theological press

During the Greek-Turkish war, the High School was used as a military Hospital. Due to the lack of space, during the arrival of the refugees, the school was used to house and feed a great number of them.

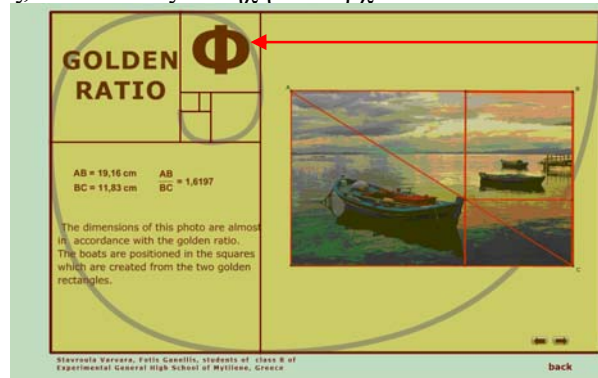
This school has left behind a [deposi](#) of a great number of eminent school teachers, reformers that raised the spirituality and the morals of their students. These students later became the leaders of the island and the local society. They developed the economy and contributed to the literary development of the island.

Panagiotis Koutsikoudis, Mathematician,
Irene Galani, student of A1 class of General Experimental High School Of Mytilene
Δημιουργήθηκε με το πρόγραμμα [GeoGebra](#)

Εικόνα 1: Συμμετρία.

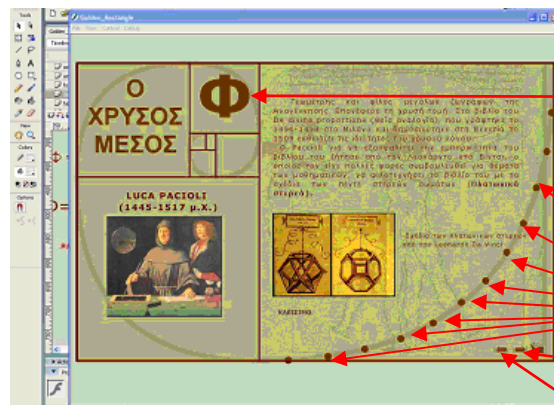
- Η παρουσίαση υλοποιήθηκε με τη βοήθεια του προγράμματος Macromedia Flash Professional, για να δημιουργηθεί διαδραστική παρουσίαση της ενότητας, σύμφωνα με τις αρχές οργάνωσης και παρουσίασης εκπαιδευτικού υλικού (Καμμάς, 2006; Mayer, 2001; Sweller, 2002). Ως εισαγωγή επιλέχθηκε η κατασκευή του χρυσού ορθογωνίου που συνδέεται άμεσα με τη χρυσή τομή. Έγινε προσπάθεια μέσα από πίνακες ζωγραφικής να εισαχθούν οι έννοιες και οι γεωμετρικές κατασκευές των γεωμετρικών σχημάτων που συνδέονται με τη χρυσή τομή: χρυσό ορθογώνιο, χρυσό τρίγωνο, κανονικό πεντάγωνο κλπ. Οι γεωμετρικές κατασκευές έγιναν με το πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας Geogebra.
- Οι ενότητες της μουσικής και της φωτογραφίας, παρουσιάστηκαν διαδραστικά, για να προσελκύσουν το ενδιαφέρον των μαθητών. Με τη βοήθεια της Σχολικής Συμβούλου της μουσικής, Ευανθίας Αναγνωσταρά, οι μαθητές αναζήτησαν και βρήκαν δύο ελληνικά τραγούδια, το «Χάρτινο το φεγγαράκι» το Μάνου Χατζιδάκι και το παραδοσιακό «Έχε για Παναγιά», στα οποία εφάρμοσαν τις αναλογίες της χρυσής τομής (όπως εμφανίζεται

στις Εικόνα 4). Στις σχετικές σελίδες υπάρχουν θερμά σημεία που παραπέμπουν σε πληροφορίες, κατασκευές και ηχητικά αρχεία.



Αρχική σελίδα flash

Εικόνα 2: Εφαρμογή της χρυσής τομής στη φωτογραφία.



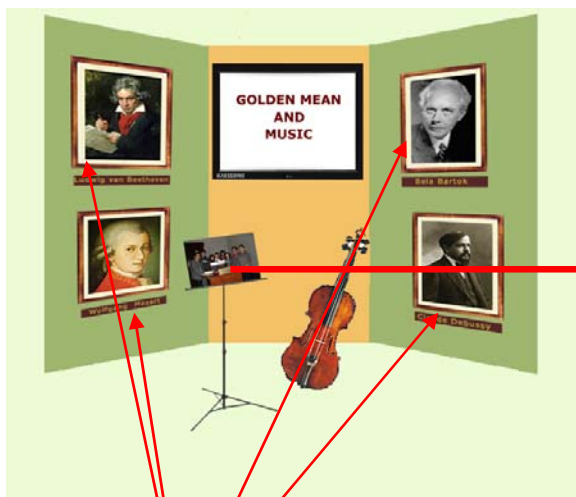
Αρχική σελίδα flash

Κουμπιά αλληλεπίδρασης

Κουμπι «πίσω»

Κουμπι «εμπρός»

Εικόνα 3: Χρονολόγιο (timeline).



κουμπιά ενεργοποίησης που παραπέμπουν σε σελίδες με περισσότερες πληροφορίες

An application of the golden mean in two Greek songs

Chartino to fegaraki

Music: Manos Chatzidakis
Lyrics: Nikos Gatsos

In the 24 meter refrain the "peak" of the melody appears in the 15th meter. It is the point when the highest note of the melody appears.
(15:24=5:8=1,62)

Eche gia panta gia

A traditional song from eastern Thrace.

In the 8 meter refrain the "peak" appears in the 5th meter. It is the point when the highest note of the melody appears.
(5:8=1,62)

BACK

Εικόνα 4: Χρυσή τομή στη μουσική.

- Fractals: Οι μαθητές ετοίμασαν powerpoints σχετικά με τα φράκταλς, τα οποία παρήγαγαν με σχετικό λογισμικό.

- **Μαθηματικά και Λογοτεχνία:** Στην ενότητα αυτή προσπάθησαν να βρουν λογοτεχνικά βιβλία που το περιεχόμενό τους σχετίζεται με τα μαθηματικά και ετοίμασαν σχετικές παρουσιάσεις. Η μαθηματική λογοτεχνία προσφέρεται ως μέσο για την προσέγγιση των μαθηματικών τόσο με την εξοικείωση των μαθητών με τις μαθηματικές έννοιες, όσο και με την καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντί τους (Μηλιώνης, 2001).
- **Μαθηματικά και κινηματογράφος:** Οι μαθητές αναζήτησαν ταινίες που σχετίζονται με την ιστορία των μαθηματικών, από κατάλογο ταινιών δημοσιευμένο από το Πανεπιστήμιο του Harvard στη σελίδα <http://www.math.harvard.edu/~knill/mathmovies>, οι οποίες είναι οι πιο σημαντικές ταινίες για το ανθρώπινο, πολιτιστικό και κοινωνικό πλαίσιο των μαθηματικών (Tzanakis et al., 2002).

ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ

Για την υλοποίηση του προγράμματος eTwinning “MART” χρησιμοποιήθηκαν αρκετά λογισμικά. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας Geogebra, προκειμένου να εφαρμόσουμε τη συμμετρία σε διάφορα καλλιτεχνικά και αρχιτεκτονικά έργα (πίνακες ζωγραφικής, αρχαίους ναούς, αρχαία θέατρα, σχολεία, κτίρια, κ.α.). Επίσης, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Macromedia Flash Professional για να δείξουμε διάφορες ιδιότητες της χρυσής σπείρας (golden spiral) σε διάφορα έργα (πίνακες ζωγραφικής, κτίρια, κέρατα ζώου, εσωτερικό ανθρώπινου αυτιού, κοχύλια της θάλασσας, πλανήτες του γαλαξία κ.α.). Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό δημιουργίας παρουσιάσεων Microsoft Powerpoint σε πολλά σημεία του έργου μας. Τέλος, χρησιμοποιήθηκε το ελεύθερο λογισμικό πραγματικού χρόνου ChaosPro, για την δημιουργία των fractals, όπως και το λογισμικό δημιουργίας και επεξεργασίας βίντεο Windows Movie Maker.

Επιπρόσθετα, δημιουργήσαμε δύο ιστολόγια (blog), για να ανεβάζουν τις εργασίες τους οι μαθητές μας και για να επικοινωνούν με τους μαθητές των συνεργαζόμενων σχολείων. Τα δύο ιστολόγια (blogs) ήταν αναρτημένα στις εξής διευθύνσεις:

- <http://mathart.wikidot.com/>
- <http://mart.socialgo.com/> (Μετά το τέλος του προγράμματος, το ιστολόγιο απενεργοποιήθηκε)

Τέλος, χρησιμοποιήσαμε την γλώσσα HTML προκειμένου να δημιουργήσουμε μία διαδραστική ιστοσελίδα, το δικτυακό τόπο του έργου μας <http://lyk-peir-mytil.les.sch.gr/mart/main.html>.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου έργου eTwinning ήταν οι μαθητές να συνειδητοποιήσουν ότι τα μαθηματικά δεν είναι μόνο για τους τύπους και τη λογική, αλλά για τα πρότυπα, τη συμμετρία, τη δομή, το σχήμα και την ομορφιά. Επίσης, να γνωρίσουν σε βάθος τη μέθοδο της μελέτης για τα έργα τέχνης και να χρησιμοποιούν το διαδίκτυο για την έρευνα.

Εκπαιδευτικοί και μαθητές, τέλος, χρησιμοποίησαν εφαρμογές των νέων τεχνολογιών για την επικοινωνία και την ανταλλαγή υλικού μεταξύ τους.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα είχε πολύ καλά αποτελέσματα και γι' αυτό βραβεύθηκε τόσο με την Εθνική όσο και με την Ευρωπαϊκή ετικέτα Ποιότητας (Εικόνα 5). Επίσης, οι μαθητές του Σχολείου μας, Παναγιώτης Διγιδίκης, Απόστολος Καμπάς, Αντώνης Κατσούλας, Λευτέρης Κατσούλας, Πωλίνα Κουτσοβίλη, Φιλίτσα Κουγιουμτζόγλου, Ραλίτσα Μίτοβα, που συμμετείχαν στο πρόγραμμα βραβεύτηκαν με Έπαινο από τους συντονιστές του προγράμματος, για την αρτιότητα της εργασίας τους με θέμα: «Χρυσή Τομή και Μουσική».

Τέλος, πρέπει να επισημανθεί ότι με τον τρόπο που υλοποιήθηκε το πρόγραμμα μαθητές με χαμηλή επίδοση στα Μαθηματικά, έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, εργάστηκαν με ενθουσιασμό και απέδωσαν τα μέγιστα.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστούμε την κα. Ευανθία Αναγνωσταρά, Σχολική Σύμβουλο Μουσικής, για την πολύτιμη βοήθεια που παρέσχε στους μαθητές μας στην υλοποίηση της εργασίας τους με θέμα: «Χρυσή Τομή και Μουσική» και τον κο Παναγιώτη Καραμανώλη, φιλόλογο του Πρότυπου Πειραματικού ΓΕΛ Μυτιλήνης για την φιλολογική επιμέλεια της εισήγησης.



Εικόνα 5: Ευρωπαϊκή ετικέτα ποιότητας

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Καμμάς, Σ. (2006). *Σημειώσεις του μαθήματος: Υπερμέσα: Οργάνωση και παρουσίαση εκπαιδευτικού υλικού*. Μυτιλήνη: Προπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών Τμήματος Πολιτισμικής Τεχνολογίας και Επικοινωνίας του Πανεπιστημίου Αιγαίου.

Κολιάδης, Ε. (1997). *Θεωρίες μάθησης και Εκπαιδευτική πράξη, τόμος Γ' Γνωστικές θεωρίες*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κοταρίνου, Π. & Σταθοπούλου, Χ. (2011). Ένα πανόραμα από τις έρευνες για την αξιοποίηση των τεχνών στη διδασκαλία των μαθηματικών, 9^ο διήμερο διαλόγου για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, 15-16 Νοεμβρίου, Αθήνα.

Μηλιώνης, Χ. (2001). Μαθηματική λογοτεχνία: Ένα εργαλείο για τη διδασκαλία των μαθηματικών, 18^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας της ΕΜΕ, 23-25 Νοεμβρίου, Ρόδος.

Τουμάσης, Μ. (1994). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

Bruner, J. (1971). *The relevance of Education*. New York: Norton.

Catterall, J. (1995) (a). *Different ways of Knowing: 1991-1994 National Longitudinal Study Final Report*, The Galef Institute of Los Angeles, Los Angeles, California.

Catterall, J. & Waldorf, L. (1999) (b). The Chicago Arts Partnerships in Education: Summary Evaluation, in Edward B. Fiske (Ed.). *Champions of Change: The Impact of the Arts in Learning*, Washington, D.C., pp. 47-62.

Mayer, R.E. (2001). *Multimedia learning*. New York: Cambridge University Press.

Sweller, J. (2002). Visualisation and instructional design. In R. Ploetzner (ed.), *Proceedings of the International Workshop on Dynamic Visualizations and Learning*, pp. 1501–1510. Tubingen: Knowledge Media Research Center.

Tzanakis, C., Arcavi, A., Correia de Sá, C., Isoda, M., Lit, C-K., Niss, M., Pitombeira, J. B., Rodriguez, M., Sin, M-K. (2002). Integrating History of Mathematics in the classroom: An analytical survey, *History in Mathematics Education*, 6, pp. 201-240.