ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. δ 2.δ 3.α 4.β 5.α.Λ β.Σ γ.Σ δ.Λ ε.Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Συγκρίνοντας τη γενική εξίσωση του αρμονικού κύματος $y = \text{Α}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

με τη δοσμένη εξίσωση $y = 0,4\eta\mu\pi(4t - 2x) = 0,4\eta\mu 2\pi(2t - x)$, (SI) έχουμε:
A=0,4m, T=0,5s, λ=1m.

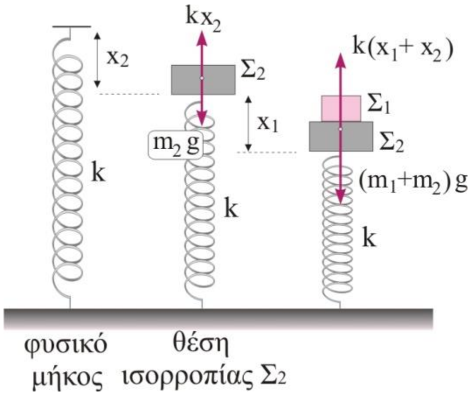
Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{1\text{m}}{0,5\text{s}} \Rightarrow \upsilon = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι

$$\upsilon_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}A \Rightarrow \upsilon_{max} = \frac{2\pi}{0,5\text{s}}0,4\text{m} \Rightarrow \upsilon_{max} = 1,6\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα $\frac{\upsilon_{max}}{\upsilon} = \frac{1,6\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,8\pi$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (α).



Στο σχήμα βλέπουμε τις θέσεις ισορροπίας του Σ_2 και του συστήματος των Σ_1+Σ_2.
Για τη θέση ισορροπίας του Σ_2 έχουμε:
ΣF=0 ή $m_2g=kx_2$, (1)
Για τη θέση ισορροπίας των Σ_1+Σ_2 έχουμε:
ΣF=0 ή $(m_1+m_2)g=k(x_1+x_2)$, (2)
Συνδυάζοντας τις (1), (2) παίρνουμε: $m_1g=kx_1$

Άρα η αφαίρεση του Σ_1 προκαλεί μετατόπιση της θέσης ισορροπίας του Σ_2 προς τα πάνω κατά x_1.
Όταν αφαιρέσουμε το Σ_1, το Σ_2 ξεκινά να ταλαντώνεται κατακόρυφα, χωρίς ταχύτητα, γύρω από τη νέα θέση ισορροπίας του. Επομένως το πλάτος ταλάντωσης είναι $A=x_1=m_1g/k$.
Το Σ_2 φτάνει μέχρι τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, άρα $2A=2x_1=x_1+x_2$ και $x_1=x_2$.

Στη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου (x_1+x_2) το ζητούμενο πηλίκο είναι

$$\frac{E_T}{U} = \frac{\frac{1}{2}kx_1^2}{\frac{1}{2}k(x_1+x_2)^2} = \frac{1}{4}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (β).
Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική. Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση είναι

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{m - 3m}{m + 3m}\cdot\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5} \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m}{m + 3m}\cdot\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5} \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$$

Το μήκος κύματος λ_1 που αντιλαμβάνεται ο δέκτης πριν την κρούση είναι λs (πηγή ακίνητη).
Μετά την κρούση, η πηγή απομακρύνεται με ταχύτητα υ_2', επομένως ο δέκτης αντιλαμβάνεται μήκος κύματος

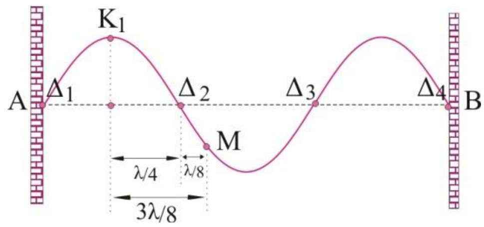
$$\lambda_2 = \lambda s + \upsilon_2' T = \lambda s + \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}\frac{\lambda s}{\upsilon_{\eta\chi}} \;\Rightarrow\; \lambda_2 = \frac{11}{10}\lambda s$$

Άρα το ζητούμενο πηλίκο είναι: $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \dfrac{\lambda s}{\frac{11}{10}\lambda s} \;\Rightarrow\; \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \dfrac{10}{11}$

Β4. Σωστή απάντηση είναι η (γ).
Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ δίνεται από τη σχέση

$\upsilon_{M(max)} = \omega A'_M$ (1), όπου $A'_M = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi x_M}{\lambda}\right|$, **(2)**

Το σύμβολο x_M δηλώνει απόσταση από μια κοιλία της χορδής. Παίρνοντας x=0 την κοιλία K_1 έχουμε:
$x_M = \lambda/4 + \lambda/8 = 3\lambda/8$
Αντικαθιστώντας στην (2) παίρνουμε:

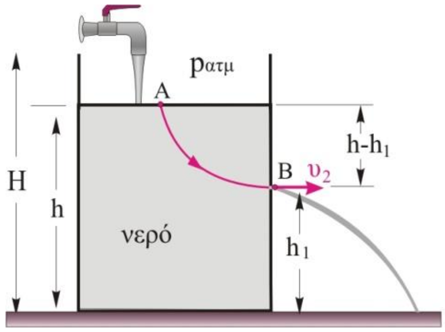


$$A'_M = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{3\lambda}{8}}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}\right| \Rightarrow A'_M = A\sqrt{2}$$

και από την (1) παίρνουμε $\upsilon_{M(max)} = \omega A'_M = 2\pi f(A\sqrt{2}) \Rightarrow \upsilon_{M(max)} = 2\sqrt{2}\pi f A$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε το θεώρημα Bernoulli για μια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία Α και Β. Επειδή η διατομή A_2 είναι πολύ μικρότερη από την επιφάνεια του δοχείου A_1 θεωρούμε ότι η ταχύτητα υ_1 με την οποία μετατοπίζεται η ελεύθερη επιφάνεια του νερού είναι μηδενική, $\upsilon_1=0$. Η πίεση p_1, στο σημείο Α είναι ίση με την ατμοσφαιρική, αφού το δοχείο είναι ανοικτό, όπως και η πίεση p_2, στο σημείο Β, αφού το νερό εξέρχεται στον αέρα, άρα



$$p_1 = p_2 = p_{\alpha\tau\mu} = 10^5\frac{N}{m^2}.$$

$$p_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^{\,2}+\rho g(h-h_1)=p_2+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^{\,2}\Rightarrow\rho g(h-h_1)=\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^{\,2}\Rightarrow$$

$$\upsilon_2=\sqrt{2g(h-h_1)}=\sqrt{2\cdot10\frac{m}{s^2}\cdot(3{,}8m-2m)}\Rightarrow\upsilon_2=6\frac{m}{s}.$$

Γ2. Η παροχή της οπής είναι:

$$\Pi_2=A_2\upsilon_2=1\cdot10^{-4}m^2\cdot6\frac{m}{s}\Rightarrow\Pi_2=6\cdot10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

Από τη σύγκριση των δύο παροχών Π_1, Π_2, προκύπτει ότι $\Pi_1>\Pi_2$. Επειδή η παροχή της βρύσης είναι μεγαλύτερη της παροχής της οπής συμπεραίνουμε ότι η στάθμη του νερού ανέρχεται.

Γ3. Υποθέτουμε ότι η στάθμη του νερού ανέρχεται μέχρι να φτάσει στο χείλος της δεξαμενής. Τότε η ταχύτητα εξόδου του νερού από την οπή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της που είναι

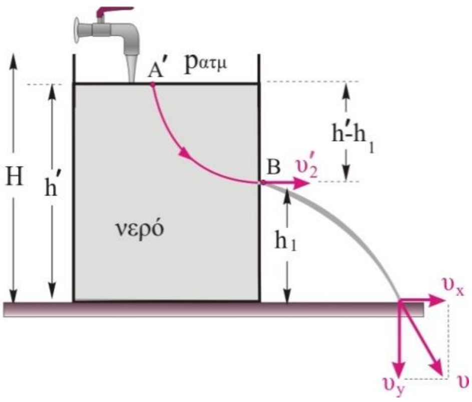
$$\upsilon_{2(max)}=\sqrt{2g(H-h_1)}=\sqrt{2\cdot10\frac{m}{s^2}(4{,}45m-2m)}\quad\text{και}\quad\upsilon_{2(max)}=7\frac{m}{s}$$

και η παροχή της οπής θα γίνει:

$$\Pi_{2(max)}=A_2\upsilon_{2(max)}=1\cdot10^{-4}m^2\cdot7\frac{m}{s}\Rightarrow\Pi_{2(max)}=7\cdot10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

Παρατηρούμε ότι $\Pi_{2(max)}>\Pi_1$ επομένως, συμπεραίνουμε ότι η δεξαμενή δεν θα ξεχειλίσει.

Η στάθμη του νερού θα σταθεροποιηθεί σε κάποιο ύψος h΄ όταν η παροχή της οπής Π_2' γίνει ίση με την παροχή της βρύσης, Π_1. Καθώς η στάθμη του νερού ανέρχεται, αυξάνεται το βάθος του νερού h΄ και η ταχύτητα εξόδου του νερού από την οπή σύμφωνα με τη σχέση $\upsilon_2'=\sqrt{2g(h'-h_1)}$. Όταν οι παροχές Π_1 και Π_2' εξισωθούν ισχύει:



$$\Pi_1=\Pi_2'\Rightarrow\Pi_1=A_2\upsilon_2'\Rightarrow\Pi_1=A_2\sqrt{2g(h'-h_1)}\Rightarrow\Pi_1^2=A_2^2\cdot2g(h'-h_1)\Rightarrow$$

$$h'=h_1+\frac{\Pi_1^2}{2gA_2^2}\Rightarrow h'=2m+\frac{\left(6{,}4\cdot10^{-4}\frac{m^3}{s}\right)^2}{2\cdot10\frac{m}{s^2}\cdot\left(10^{-4}m^2\right)^2}=2m+2{,}05m\quad\Rightarrow h'=4{,}05m$$

Γ4. Η εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των ακραίων σημείων της φλέβας γράφεται:

$$A_2\upsilon_2'=A_3\upsilon_3\qquad\textbf{(1)}$$

όπου το A_3 δηλώνει το ζητούμενο εμβαδό και υ_3 την ταχύτητα που έχει η φλέβα ελάχιστα πριν κτυπήσει στο έδαφος.

Οι στοιχειώδεις μάζες του νερού εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $h_1=2m$ και οριζόντια ταχύτητα

$$\upsilon_2'=\sqrt{2g(h'-h_1)}=\sqrt{2\cdot10\frac{m}{s^2}(4{,}05m-2m)}\Rightarrow\upsilon_2'=\sqrt{41}\frac{m}{s}\Rightarrow\upsilon_2'=6{,}4\frac{m}{s}$$

Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η χρονική διάρκεια της πτώσης του νερού, μέχρι να φθάσει στο έδαφος, εξαρτάται από το ύψος που εκτοξεύεται.

$$h_1 = \frac{1}{2} g \cdot t_1^{\,2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2m}{10m/s^2}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{0,4}\,s.$$

Η ταχύτητα στον κατακόρυφο άξονα $υ_y$ είναι:

$$υ_y = g \cdot t_1 = 10\frac{m}{s^2}\sqrt{0,4}s \;\Rightarrow\; υ_y = \sqrt{40}\,\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ταχύτητας της φλέβας λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος είναι

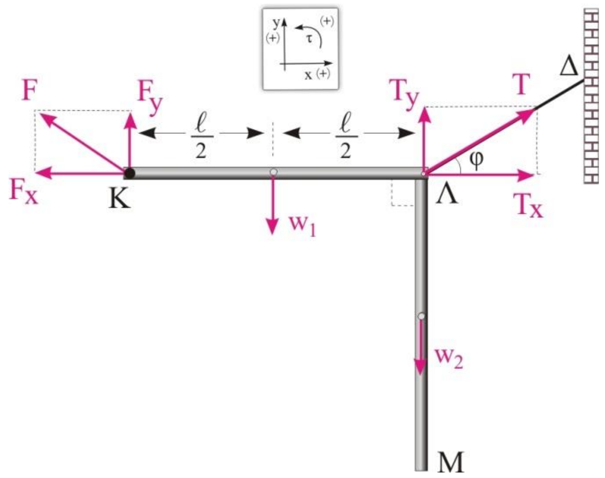
$$υ_3 = \sqrt{υ_x^2 + υ_y^2} = \sqrt{υ_2'^2 + υ_y^2} = \sqrt{41\frac{m^2}{s^2} + 40\frac{m^2}{s^2}} \;\Rightarrow\; υ_3 = 9\frac{m}{s}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$A_3 = A_2 \frac{υ_2'}{υ_3} = \left(10^{-4} m^2\right)^2 \cdot \frac{6,4m/s}{9m/s} \Rightarrow\; A_3 = \frac{6,4}{9} cm^2$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σύστημα των δύο ράβδων βρίσκεται σε ισορροπία, με την επίδραση των βαρών τους, w_1 και w_2, της τάσης του νήματος T και της δύναμης F που δέχεται η οριζόντια ράβδος από την άρθρωση Κ.
Η τάση αναλύεται στις κάθετες συνιστώσες



$$T_y = T\,ημφ = Tημ30^0 \Rightarrow T_y = \frac{T}{2}$$

$$T_x = T\,συνφ = Tσυν30^0 \Rightarrow T_x = T\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Η δύναμη F από την άρθρωση αναλύεται στις συνιστώσες F_x και F_y.
Εφόσον το σύστημα ισορροπεί θα είναι:

- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_x = T\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1)
- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + T_y = w_1 + w_2 \Rightarrow$

  $$F_y + \frac{T}{2} = m_1 g + m_2 g = 2kg \cdot 10m/s^2 + 2kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow$$

  $$F_y + \frac{T}{2} = 40N \qquad (2)$$

- $\Sigma τ_{(K)} = 0 \Rightarrow -w_1\frac{\ell}{2} - w_2\ell + T_y\ell = 0 \Rightarrow$

  $$T_y = \frac{m_1 g}{2} + m_2 g = \frac{2kg \cdot 10m/s^2}{2} + 2kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow$$

  $$T_y = 30N$$

Είναι $T_y = \frac{T}{2} \Rightarrow 30N = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 60N$.

Επίσης $T_x = T\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 60\dfrac{\sqrt{3}}{2}N \Rightarrow T_x = 30\sqrt{3}N$.

Η σχέση **(1)** δίνει $F_x = T_x \Rightarrow F_x = 30\sqrt{3}N.$

Η σχέση **(2)** δίνει

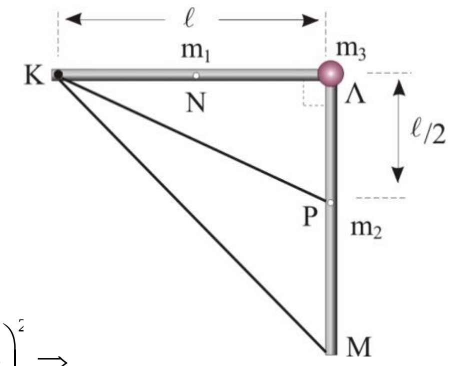
$$F_y + \frac{T}{2} = 40N \Rightarrow F_y + \frac{60N}{2} = 40N \Rightarrow F_y = 10N.$$

Το μέτρο της δύναμης F από την άρθρωση θα προκύψει από τη σύνθεση των κάθετων συνιστωσών F_x και F_y

$$F = \sqrt{F_y^{\,2} + F_x^{\,2}} = \sqrt{(10N)^2 + \left(30\sqrt{3}N\right)^2} \Rightarrow F = \sqrt{2800}N \Rightarrow$$

$$F = \sqrt{400\cdot 7}N \Rightarrow F = 20\sqrt{7}N.$$

Δ2. Για να βρούμε τη ροπή αδράνειας ενός συστήματος σωμάτων προσθέτουμε τη ροπή αδράνειας του κάθε επιμέρους σώματος. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα προσθέσουμε τις ροπές αδράνειας των δύο ράβδων και τη ροπή αδράνειας της σφαίρας Σ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ.



Η πρώτη ράβδος, η οριζόντια, σύμφωνα με το θεώρημα Steiner θα έχει ροπή αδράνειας

$$I_{1,K} = I_{cm} + m_1\left(KN\right)^2 = I_{cm} + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}m_1\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$I_{1,K} = \frac{1}{12}m_1\ell^2 + m_1\frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3}m_1\ell^2 = \frac{1}{3}2kg\cdot\left(0,3m\right)^2 \Rightarrow$$

$$I_{1,K} = 0,06kg\cdot m^2 \text{ (όπου Ν το μέσο της ράβδου ΚΛ).}$$

Η δεύτερη ράβδος, η κατακόρυφη, σύμφωνα με το θεώρημα Steiner θα έχει ροπή αδράνειας

$$I_{2,K} = I_{cm} + m_2\left(KP\right)^2 = \frac{1}{12}m_2\ell^2 + m_2\left[\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \ell^2\right] \Rightarrow$$

$$I_{2,K} = \frac{1}{12}m_2\ell^2 + m_2\frac{5\ell^2}{4} = \frac{16}{12}m_2\ell^2 = \frac{4}{3}m_2\ell^2 = \frac{4}{3}2kg\cdot\left(0,3m\right)^2 \Rightarrow$$

$$I_{2,K} = 0,24kg\cdot m^2 \text{ (όπου Ρ το μέσο της ράβδου ΛΜ).}$$

Τέλος η ροπή αδράνειας της σφαίρας Σ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ είναι

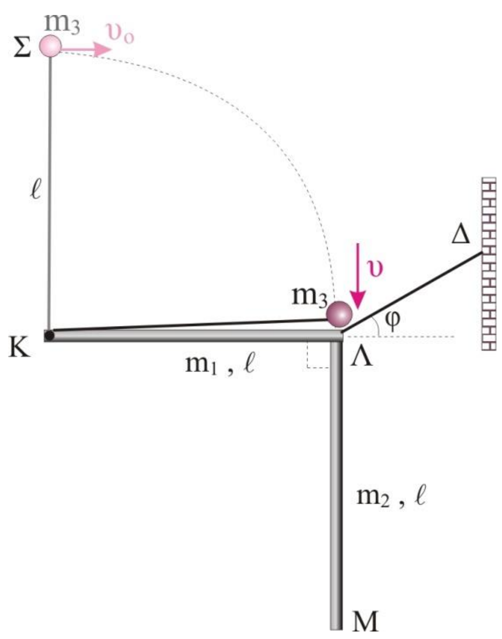
$$I_{3,K} = m_3\left(K\Lambda\right)^2 = m_3\ell^2 \Rightarrow$$

$$I_{3,K} = 2kg\cdot\left(0,3m\right)^2 \Rightarrow I_{3,K} = 0,18kg\cdot m^2.$$

Άρα η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I_K = I_{1,K} + I_{2,K} + I_{3,K} \Rightarrow I_K = 0,48kg\cdot m^2.$$

Δ3. Στη σφαίρα Σ, κατά την κυκλική κίνησή της, ασκείται το βάρος της, w_3 , και η τάση του νήματος που δεν παράγει έργο, επειδή είναι κάθετη στην κυκλική τροχιά της σφαίρας. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας. Έστω υ η ταχύτητα της σφαίρας Σ, με την οποία θα συγκρουστεί με το σημείο σύνδεσης Λ των δύο ράβδων. Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας την ευθεία που διέρχεται από την οριζόντια ράβδο ΚΛ.



$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

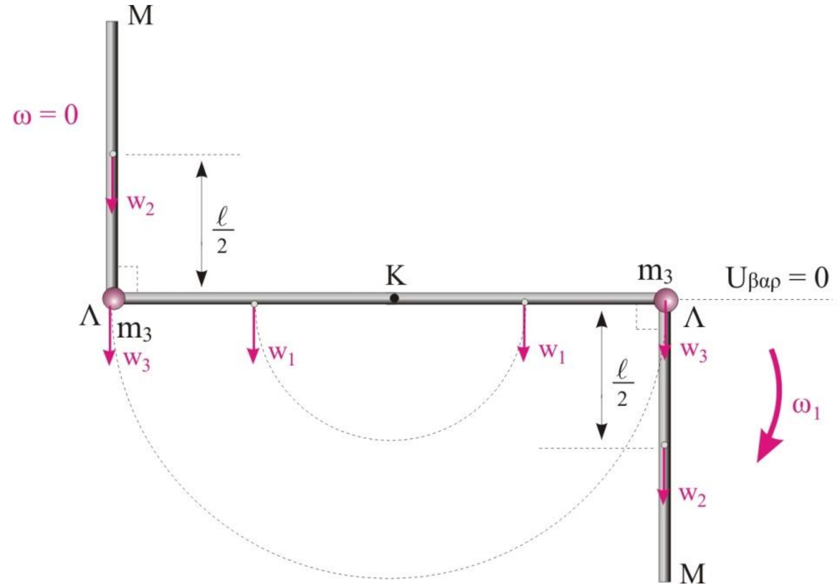
$$\frac{1}{2}m_3\upsilon_0{}^2 + m_3 g\ell = \frac{1}{2}m_3\upsilon^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_0{}^2 + 2g\ell = \upsilon^2 \qquad (3)$$

Κατά την σύγκρουση της σφαίρας Σ με το σημείο σύνδεσης Λ των δύο ράβδων δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές, άρα ισχύει η αρχή Διατήρησης της στροφορμής. Πριν την κρούση στροφορμή έχει η σφαίρα , L_Σ, μετά την κρούση στροφορμή έχει το σύστημα των τριών σωμάτων, $L_{\sigma\upsilon\sigma\tau}$.

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow L_\Sigma = L_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \Rightarrow m_3\upsilon\ell = I_K\omega_1 \qquad (4)$$

όπου ω_1 η γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα των τριών σωμάτων μετά την κρούση.

Το σύστημα των τριών μαζών αφού περιστραφεί στο κατακόρυφο επίπεδο κατά 180^0 σταματά στιγμιαία. Οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα και παράγουν έργο είναι τα βάρη των σωμάτων, άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας.



Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τον άξονα περιστροφής Κ.

$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}I_K\omega_1^{\ 2} - m_2 g\frac{\ell}{2} = m_2 g\frac{\ell}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}I_K\omega_1^{\ 2} = m_2 g\ell \Rightarrow \omega_1^{\ 2} = \frac{2m_2 g\ell}{I_K} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2m_2 g\ell}{I_K}}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 2kg\cdot 10m/s^2\cdot 0,3m}{0,48kg\cdot m^2}} \Rightarrow \omega_1 = 5rad/s.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (4) βρίσκουμε την ταχύτητα υ της σφαίρας Σ, με την οποία αυτή θα προσπέσει στο σημείο σύνδεσης Λ των δύο ράβδων.

$$m_3\upsilon\ell = I_K\omega_1 \Rightarrow \upsilon = \frac{I_K\omega_1}{m_3\ell} = \frac{0,48kg\cdot m^2\cdot 5rad/s}{2kg\cdot 0,3m} \Rightarrow \upsilon = 4\frac{m}{s}.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) βρίσκουμε την ταχύτητα υ_0 της σφαίρας Σ, με την οποία την εκτοξεύσαμε.

$$\upsilon_0^{\ 2} + 2g\ell = \upsilon^2 \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon^2 - 2g\ell} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{(4m/s)^2 - 2\cdot 10m/s^2\cdot 0,3m}$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{10}\,\frac{m}{s}.$$

Δ4. Όταν το σύστημα των τριών σωμάτων περιστραφεί κατά 90^0 θα έχει γωνιακή ταχύτητα ω_2. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος των ράβδων και της σημειακής σφαίρας τη στιγμή που έχει περιστραφεί κατά 90^0 θα τον υπολογίσουμε με τη σχέση

$$\frac{dK}{dt} = \frac{W_{\Sigma\tau}}{\Delta t} = \frac{\Sigma\tau_{(K)}\cdot d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma\tau_{(K)}\cdot\omega_2 \qquad (5)$$

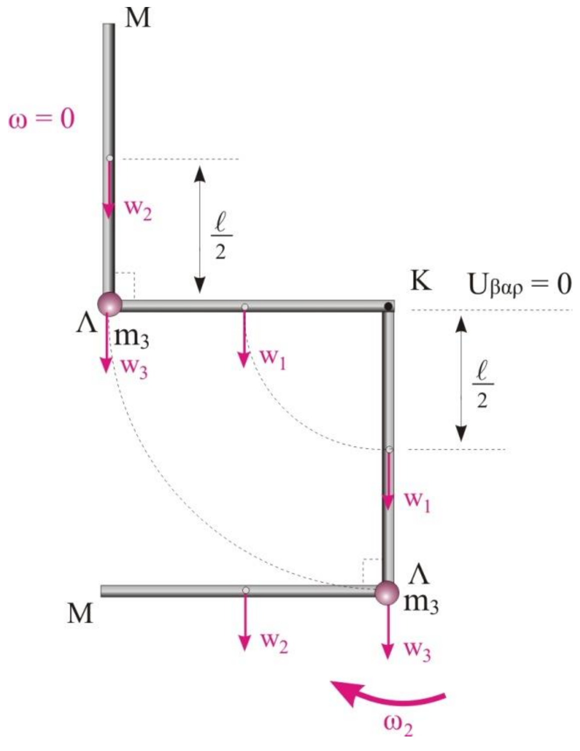
Πρέπει να υπολογίσουμε τα $\Sigma\tau_{(K)}$, ω_2 .

Από τα τρία βάρη, μόνο το βάρος της ράβδου ΛΜ, w_2 , έχει ροπή, ενώ τα άλλα βάρη δεν έχουν ροπή, γιατί ο φορέας τους διέρχεται από τον άξονα περιστροφής Κ. Η ροπή του βάρους της ράβδου ΛΜ, w_2 ,είναι αρνητική, γιατί είναι αντίρροπη της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος και επιβραδύνει το σύστημα σωμάτων. Άρα

$$\Sigma\tau_{(K)} = \tau_{w_2} = -w_2\frac{\ell}{2} = -m_2 g\frac{\ell}{2} \Rightarrow$$

$$\Sigma\tau_{(K)} = -2kg\cdot 10m/s^2\cdot\frac{0,3m}{2} \Rightarrow$$

$$\Sigma\tau_{(K)} = -3Nm\ .$$



Για να υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα ω_2 θα εφαρμόσουμε τη Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας μεταξύ της θέσης που το σύστημα έχει διαγράψει γωνία 90° και της θέσης που στιγμιαία σταματά. Θεωρούμε στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τον άξονα περιστροφής Κ .

$$E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)} \Rightarrow$$

$$0 + m_2 g\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I_K\omega_2{}^2 - m_1 g\frac{\ell}{2} - m_2 g\ell - m_3 g\ell \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}I_K\omega_2{}^2 = 3mg\ell \Rightarrow \omega_2{}^2 = \frac{6mg\ell}{I_K} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{6\cdot 2kg\cdot 10m/s^2\cdot 0,3m}{0,48kg\cdot m^2}} \Rightarrow \omega_2 = 5\sqrt{3}rad/s.$$

Η σχέση (5) δίνει

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma\tau_{(K)}\cdot\omega_2 = -3Nm\cdot 5\sqrt{3}rad/s \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -15\sqrt{3}\frac{J}{s}\ .$$