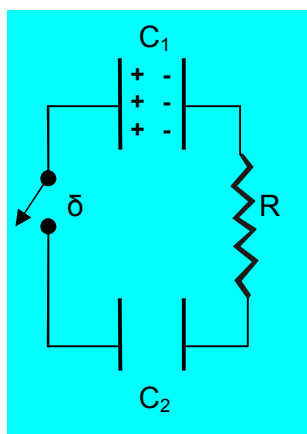


## Σύνδεση πυκνωτών



Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος ο διακόπτης  $\delta$  είναι αρχικά ανοιχτός. Δίνονται  $C_1 = 2\mu\text{F}$ ,  $V_1 = 60\text{V}$ ,  $C_2 = 4\mu\text{F}$ ,  $V_2 = 0$  και  $R = 10\Omega$ .

**α)** Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή  $C_1$  και η ενέργεια του συστήματος;

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , κλείνουμε το διακόπτη  $\delta$ .

**β)** Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη,

**β1)** Πόση είναι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα;

**β2)** Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής του φορτίου κάθε πυκνωτή.

**β3)** Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή  $C_1$  και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας στον αντιστάτη.

**γ)** Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$ , που η τάση στον πυκνωτή  $C_1$  είναι  $V_1' = 30\text{V}$ ,

**γ1)** Πόσο είναι το ηλεκτρικό φορτίο του κάθε πυκνωτή;

**γ2)** Ποια είναι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα;

**γ3)** Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας σε κάθε πυκνωτή και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας στον αντιστάτη.

**δ)** Μετά από αρκετό χρόνο στο κύκλωμα η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος μηδενίζεται και οι πυκνωτές αποκτούν την ίδια τάση.

**δ1)** Να βρεθεί η κοινή τάση των πυκνωτών και τα ηλεκτρικά τους φορτία τότε.

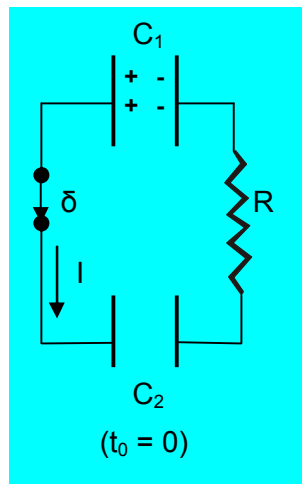
**δ2)** Ποια είναι η μεταβολή της ενέργειας του συστήματος και που οφείλεται;

### Απάντηση

**α)**  $Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 120\mu\text{C}$

$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{J}$ ,  $U_2 = 0$  Άρα  $U_{\text{συστ}} = U_1 + U_2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{J}$ .

**β)** Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα ο πυκνωτής  $C_1$  μετατρέπεται σε «πηγή» ΗΕΔ  $E = V_1 = 60\text{V}$  προσφέροντας στο κύκλωμα ενέργεια.



**β1)** Αν εφαρμόσουμε το νόμο Ohm  $I = \frac{E}{R} = 60/10 = 6\text{A}$ .

**β2)** Η ένταση του ρεύματος εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του φορτίου στο κύκλωμα εκείνη ακριβώς τη στιγμή και για κάθε πυκνωτή ισχύει

$\frac{dq_1}{dt} = -6 \frac{\text{C}}{\text{s}}$  και  $\frac{dq_2}{dt} = +6 \frac{\text{C}}{\text{s}}$ , αφού ο  $C_1$  εκφορτίζεται και ο  $C_2$  φορτίζεται.

$C_2$  φορτίζεται.

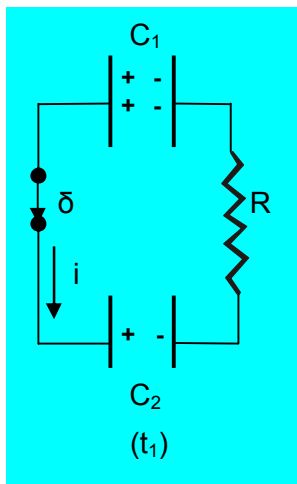
**β3)**  $\frac{dW_1}{dt} = P_{C_1} = -V_1 \cdot I = -60 \cdot 6 = -360 \text{ J/s}$ . Το (-) εκφράζει το

ότι η ενέργεια του πυκνωτή  $C_1$  αρχίζει να μειώνεται.

$\frac{dW_R}{dt} = P_R = V_R \cdot I = 60 \cdot 6 = +360 \text{ J/s}$ . Το (+) εκφράζει το ότι η

θερμική ενέργεια του αντιστάτη αρχίζει να αυξάνεται.

**γ)** Καθώς ο πυκνωτής  $C_2$  φορτίζεται, ο πυκνωτής  $C_1$  προσφέρει ενέργεια, η οποία αποθηκεύεται στον πυκνωτή  $C_2$  με μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου και καταναλώνεται στην αντίσταση  $R$ , όπου και αυξάνει τη θερμική ενέργεια του αντιστάτη.



**γ1)** Το φορτίο του πυκνωτή  $C_1$  έχει γίνει τώρα

$$Q_1' = C_1 \cdot V_1' = 60 \mu\text{C}.$$

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης Ηλεκτρικού Φορτίου

$$(A.\Delta.H.\Phi.) Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' \Leftrightarrow Q_2' = 120 \mu\text{C} - 60 \mu\text{C} = 60 \mu\text{C} \text{ και η τάση του } V_2' = Q_2'/C_2 = 15\text{V}$$

**γ2)** Σε μια στοιχειώδη χρονική διάρκεια  $dt$  εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε.

$$|dW_1| = |dW_2| + |dW_R| \Leftrightarrow \left| \frac{dW_1}{dt} \right| = \left| \frac{dW_2}{dt} \right| + \left| \frac{dW_R}{dt} \right| \Leftrightarrow |P_{C1}| =$$

$$|P_{C2}| + |P_R| \Leftrightarrow$$

$$V_1' \cdot i = V_2' \cdot i + i^2 \cdot R \Leftrightarrow V_1' = V_2' + i \cdot R \Leftrightarrow$$

$$i = \frac{V_1' - V_2'}{R} \Leftrightarrow i = \frac{30 - 15}{10} \Leftrightarrow i = 1,5\text{A}$$

**γ3)**  $\frac{dW_1}{dt} = P_{C1} = -V_1' \cdot i = -30 \cdot 1,5 = -45 \text{ J/s}$ . Το (-) εκφράζει το ότι η ενέργεια του

πυκνωτή  $C_1$  μειώνεται.

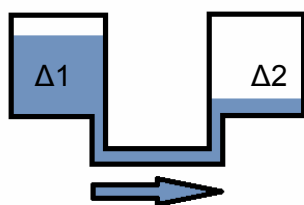
$\frac{dW_R}{dt} = P_R = i^2 \cdot R = 1,5^2 \cdot 10 = +22,5 \text{ J/s}$ . Το (+) εκφράζει το ότι η θερμική ενέργεια του

αντιστάτη αυξάνεται.

$\frac{dW_2}{dt} = P_{C2} = V_2' \cdot i = 15 \cdot 1,5 = +22,5 \text{ J/s}$ . Το (+) εκφράζει το ότι η ενέργεια του

πυκνωτή  $C_2$  αυξάνεται.

**δ)** Εδώ μπορούμε να φανταστούμε ένα υδραυλικό ανάλογο από τα συγκοινωνούντα δοχεία. Όσο υπάρχει διαφορά στη στάθμη του υγρού στα δυο δοχεία, υπάρχει



διαφορά πίεσης στα άκρα του αγωγού σύνδεσης και το υγρό ρέει από το δοχείο Δ1 στο δοχείο Δ2. Η ταχύτητα του υγρού στον αγωγό σύνδεσης μειώνεται καθώς μειώνεται η διαφορά πίεσης και όταν η πίεση στα άκρα του αγωγού σύνδεσης γίνει ίδια σταματάει η ροή του υγρού.

**δ1)** Η ένταση του ρεύματος τελικά μηδενίζεται, όταν οι πυκνωτές αποκτήσουν την ίδια τάση  $V_K$ , η οποία

υπολογίζεται εφαρμόζοντας την Α.Δ.Η.Φ.  $Q_1 + Q_2 = Q_{1,TEΛ} + Q_{2,TEΛ} \Leftrightarrow$

$$Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) \cdot V_K \Leftrightarrow V_K = \frac{Q_1}{C_1 + C_2} \Leftrightarrow V_K = \frac{120}{6} \Leftrightarrow V_K = 20\text{V}$$

**δ2)**  $\Delta U_{\text{συστ}} = U_{\text{συστ,τελ}} - U_{\text{συστ,αρχ}} =$

$$= \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V_K^2 - \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = 1,2 \cdot 10^{-3} - 3,6 \cdot 10^{-3} = -2,4 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

Η μείωση της ενέργειας του συστήματος οφείλεται στο φαινόμενο Joule στην αντίσταση του κυκλώματος.