

Φαινόμενο Doppler

Μια αμαξοστοιχία κινούμενη ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 360 \text{ Km/h}$ πλησιάζει σε σταθμό και ο μηχανοδηγός τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εφαρμόζει τα φρένα προσδίδοντας σταθερή επιβράδυνση $a = 2 \text{ m/s}^2$, ενώ ταυτόχρονα η σειρήνα S του τρένου, που βρίσκεται στην πρόσοψη, εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s = 500 \text{ Hz}$. Με αυτή την επιβράδυνση το τρένο θα σταματήσει ακριβώς στην πλατφόρμα του σταθμού χωρίς άλλη αλλαγή στην ταχύτητα. Η ταχύτητα του ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα είναι $u_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$.

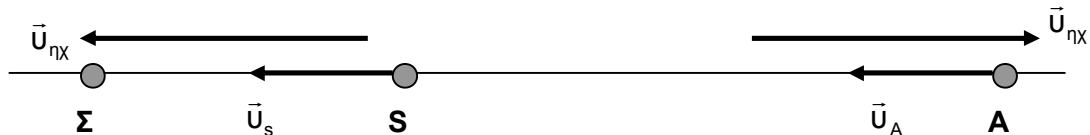
α) Ποια είναι η ταχύτητα, η συχνότητα και το μήκος κύματος του ήχου που αντιλαμβάνεται ένας επιβάτης A του τρένου που κάθεται στο τελευταίο βαγόνι τη χρονική στιγμή $t = 25 \text{ s}$;

β) Ποια είναι η ταχύτητα, η συχνότητα και το μήκος κύματος του ήχου που αντιλαμβάνεται ο σταθμάρχης Σ που στέκεται ακίνητος στο σταθμό τη χρονική στιγμή $t = 25 \text{ s}$;

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο σταθμάρχης σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή που το τρένο σταμάτησε.

δ) Αν η σειρήνα ηχήσει για χρονικό διάστημα $\Delta t_s = 6 \text{ s}$, πόσα μέγιστα του ήχου θα αντιληφθεί ο σταθμάρχης;

Απάντηση



α) Η αρχική ταχύτητα του τρένου είναι $u_0 = 360 \cdot 1000 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 100 \text{ m/s}$.

Τη χρονική στιγμή $t = 25 \text{ s}$ η ταχύτητα της ηχητικής πηγής είναι

$$u_s = u_0 - |a|t = 100 - 2 \cdot 25 = 50 \text{ m/s} = u_A$$

Η ταχύτητα του ήχου που ακούει ο επιβάτης είναι

$$u_{\eta\chi(A)} = u_{\eta\chi} + u_A = 340 + 50 = 390 \text{ m/s}$$

Η συχνότητα του ήχου είναι η ίδια, δηλαδή $f_A = f_s = 500 \text{ Hz}$, αφού δεν υπάρχει σχετική κίνηση παρατηρητή και ηχητικής πηγής.

Το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα είναι

$$\lambda_s = u_{\eta\chi} / f_s = 340 / 500 = 0,68 \text{ m}$$

Το μήκος κύματος που λαμβάνει ο επιβάτης A μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους.

$$1^{\text{ος}} \text{ τρόπος: } \lambda_A = \lambda_s + u_s / f_s = 0,68 + 50 / 500 = 0,68 + 0,1 = 0,78 \text{ m}$$

$$2^{\text{ος}} \text{ τρόπος: } \lambda_A = u_{\eta\chi(A)} / f_A = 390 / 500 = 0,78 \text{ m}$$

β) Η ταχύτητα του ήχου που φτάνει στον σταθμάρχη είναι $u_{\eta\chi(\Sigma)} = u_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$, αφού ο σταθμάρχης είναι ακίνητος ως προς τον αέρα.

Η συχνότητα του ήχου είναι $f_{\Sigma} = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - u_s} f_s = \frac{340}{340 - 50} 500 = 586\text{Hz}$

Το μήκος κύματος μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους.

1^{ος} τρόπος: $\lambda_{\Sigma} = \lambda_s - u_s/f_s = 0,68 - 50/500 = 0,68 - 0,1 = 0,58 \text{ m.}$

2^{ος} τρόπος: $\lambda_{\Sigma} = u_{\eta\chi(\Sigma)} / f_{\Sigma} = 340 / 586 = 0,58 \text{ m.}$

γ) Το τρένο θα σταματήσει όταν $u_s = 0 \Leftrightarrow u_0 - |a|t_2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 100 / 2 = 50 \text{ s}$

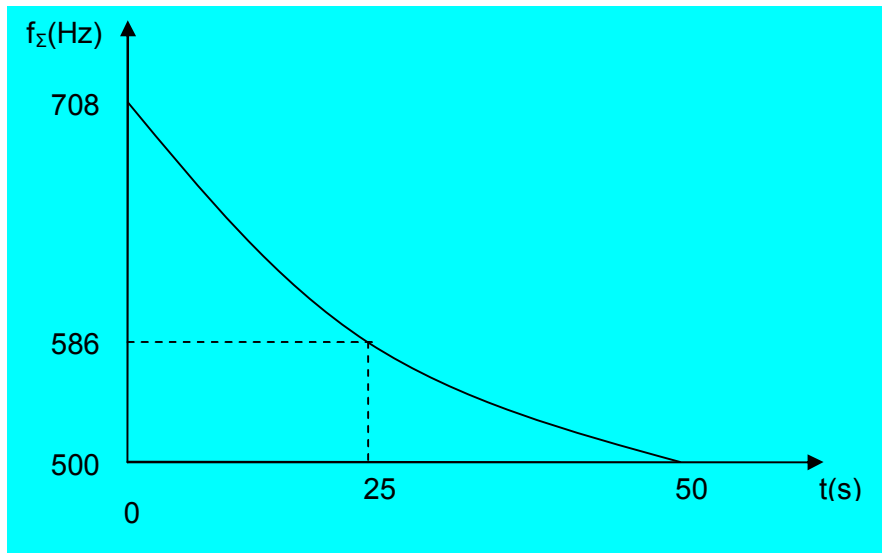
Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο σταθμάρχης Σ είναι μεταβλητή και δίνεται από τη σχέση

$$f_{\Sigma} = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} - u_s} f_s = \frac{340}{340 - (100 - 2t)} 500 = \frac{170000}{240 + 2t} \text{ (S.I.) } 0 \leq t \leq 50\text{s}$$

$t = 0 \Leftrightarrow f_{\Sigma} = 708\text{Hz}$

$t = 25 \Leftrightarrow f_{\Sigma} = 586\text{Hz}$

$t = 50\text{s} \Leftrightarrow f_{\Sigma} = 500\text{Hz}$



δ) Ο αριθμός των μεγίστων του ήχου που λαμβάνει ο σταθμάρχης είναι ίσος με τον αριθμό των μεγίστων που εκπέμπει η σειρήνα, άρα $N_{\Sigma} = N_s = f_s \cdot \Delta t_s = 500 \cdot 6 = 3000$

Ανδρέας Ριζόπουλος