

Ένας δακτύλιος με ...πάχος

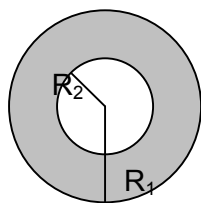
Από έναν συμπαγή και ομογενή δίσκο μάζας M_1 και ακτίνας R_1 , αφαιρούμε το ομόκεντρο τμήμα του ακτίνας R_2 μάζας M_2 , οπότε προκύπτει ένας δακτύλιος μάζας m . Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι

A. $\frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$ B. $\frac{1}{2}m(R_1^2 - R_2^2)$ Γ. $m(R_1^2 + R_2^2)$

Να βρείτε τη σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε:

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς δίσκου, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I = \frac{1}{2} M R^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Ας φανταστούμε πλήρη τον δίσκο ο οποίος έχει μάζα M_1 και ύψος h , ενώ είναι κατασκευασμένος από υλικό πυκνότητας ρ . Τότε για τον δίσκο ακτίνας R_1 έχουμε $M_1 = \rho\pi R_1^2 h$ ενώ για τη μάζα του δίσκου ακτίνας R_2 θα έχουμε $M_2 = \rho\pi R_2^2 h$, αντίστοιχα. Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \Leftrightarrow \frac{M_1 - M_2}{M_2} = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2} \Leftrightarrow \frac{m}{M_2} = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2} \Leftrightarrow M_2 = m \frac{R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}.$$

Ομοίως $M_1 = m \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2}$

Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου θα είναι $I = I_1 - I_2 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 - \frac{1}{2} M_2 R_2^2 =$

$$\frac{1}{2} \frac{m}{R_1^2 - R_2^2} (R_1^4 - R_2^4) = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2). \text{ Σωστή απάντηση το A.}$$