Β΄ Τάξη Γυμνασίου

<u>Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α</u>

Ι. Διδακτέα ύλη

• Από το βιβλίο «**Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου**» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου, έκδοση 2012.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 7ο: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Δεν αποτελεί εξεταστέα ύλη)
7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό
7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο
7.10 Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών

• Από το βιβλίο «**Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου**» των Παναγιώτη Βλάμου, Παναγιώτη Δρούτσα, Γεωργίου Πρέσβη, Κωνσταντίνου Ρεκούμη, έκδοση 2012

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1ο: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ
1.1 Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις
1.2 Εξισώσεις α' βαθμού
1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων
1.5 Ανισώσεις α' βαθμού

Κεφ. 2ο: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
2.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού
2.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί
2.3 Προβλήματα

Κεφ. 3ο: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
3.1 Η έννοια της συνάρτησης
3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης
3.3 Η συνάρτηση $y = \alpha x$
3.4 Η συνάρτηση $y = \alpha x + \beta$ (χωρίς τις υποπαραγράφους: «Η εξίσωση της μορφής « $\alpha x + \beta y = \gamma$ » και «Σημεία τομής της ευθείας $\alpha x + \beta y = \gamma$ με τους άξονες»).
3.5 Η συνάρτηση $y = \dfrac{\alpha}{x}$ – Η υπερβολή

Κεφ. 4ο: ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ
4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα
4.2 Γραφικές Παραστάσεις
4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος (χωρίς την υποπαράγραφο: «Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1ο: ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ – ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ
1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών

1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

Κεφ. 2ο: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ – ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ
2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας
2.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας
2.4 Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30°, 45° και 60°

Κεφ. 3ο: ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ
3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες
3.2 Κανονικά πολύγωνα
3.3 Μήκος κύκλου
3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Κεφ. 4ο: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΤΕΡΕΩΝ
4.1 Ευθείες και επίπεδα στο χώρο
4.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου
4.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου
4.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της
4.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 7ο Α΄ ΜΕΡΟΥΣ Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου (Να διατεθούν 9 ώρες)
Επανάληψη βασικών εννοιών (αρνητικοί αριθμοί, απόλυτη τιμή, αντίθετος αριθμού) και διαδικασιών (πράξεις) από τις προηγούμενες παραγράφους (3 ώρες)
§7.8 (Να διατεθούν 3 ώρες)
§7.9 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§7.10 (Να διατεθεί 1 ώρα)
Εδώ θα διδαχθεί για πρώτη φορά στο Γυμνάσιο και η τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών.

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 12 ώρες)
§1.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να δοθεί προτεραιότητα τόσο σε ασκήσεις αλγεβρικής έκφρασης ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες και αντιστρόφως, όσο και στις αναγωγές ομοίων όρων – απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.
§1.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στο μαθητή και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να υποστηριχθεί με το μοντέλο της ζυγαριάς στην περίπτωση των θετικών αριθμών. Εξάλλου, οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία της άλγεβρας, δίνουν έμφαση στο νόημα των αλγεβρικών εκφράσεων και στην δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών αναπαραστάσεων, παράλληλα με την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων. Η διδασκαλία των εξισώσεων θα πρέπει να ξεκινάει από προβλήματα, τα οποία είναι δυσκολότερο να λυθούν με πρακτική αριθμητική και να επιλύονται εξισώσεις που είναι μοντέλα τέτοιων προβλημάτων. Έτσι, δεν έχει νόημα η διδασκαλία πολύπλοκων εξισώσεων που απαιτούν μεγάλη ευχέρεια στον αλγεβρικό λογισμό, όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 9 (εξίσωση με παράμετρο).
§1.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)
§1.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Ισχύουν αντίστοιχες παρατηρήσεις με εκείνες που έγιναν στις εξισώσεις, αλλά στην περίπτωση αυτή χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο ότι η λύση ανίσωσης, συνήθως, δεν είναι μια τιμή αλλά ένα σύνολο από τιμές. Επιπλέον, προτείνεται να μη συζητηθεί η άσκηση 7 (ανίσωση με παράμετρο) και να γίνει επιλογή (από τον διδάσκοντα) των ασκήσεων με ανισώσεις και συναλήθευση ανισώσεων.

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 8 ώρες)
Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο για τους μαθητές και υπάρχουν πολλές πτυχές που είναι πηγή δυσκολιών (δεκαδική αναπαράσταση αρρήτων, έννοια πραγματικών αριθμών, κ.ο.κ.).
§2.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Η παράγραφος αυτή θα πρέπει να διδαχθεί αμέσως μετά τη διδασκαλία της §1.4 (Πυθαγόρειο θεώρημα) της Γεωμετρίας.
§2.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη θέματα σχετικά με βασικές ιδιότητες συνέχειας των πραγματικών και της ευθείας, με απλά ερωτήματα όπως: Ποιος είναι ο μικρότερος θετικός πραγματικός; Ποιος είναι ο "επόμενος" πραγματικός του 1; Μπορούμε πάντα να βρίσκουμε έναν ρητό/άρρητο ανάμεσα σε δύο άλλους;
§2.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 13 ώρες)
Παρά το ότι οι μαθητές έχουν διδαχθεί τα ανάλογα και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά, η έννοια της συνάρτησης, και οι πολλαπλές αναπαραστάσεις της (λεκτική διατύπωση, γραφική παράσταση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών) δεν έχουν γίνει μέχρι τώρα αντικείμενο συστηματικής διαπραγμάτευσης.
§3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Η χρήση γράμματος ως μεταβλητής και όχι μόνο ως άγνωστου σε μια εξίσωση είναι κάτι που δεν έχει γίνει επαρκώς αντικείμενο συζήτησης μέχρι τώρα. Για το σκοπό αυτό είναι χρήσιμη τόσο η δημιουργία αλγεβρικών τύπων συναρτήσεων από λεκτικές διατυπώσεις ποσοτήτων, όσο και η συμπλήρωση τιμών σε πίνακα (με αντικατάσταση αριθμητικών τιμών στον τύπο).
§3.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Να δοθούν ασκήσεις και προβλήματα με γραφικές παραστάσεις τις οποίες θα πρέπει οι μαθητές να "διαβάσουν" για να βρουν ποιες τιμές του y αντιστοιχούν σε δεδομένες τιμές του x και αντιστρόφως. Τέτοιες είναι η ερώτηση 5, η καμπύλη θερμοκρασίας ενός τόπου (§4.5 του σχολικού βιβλίου της Α΄ Λυκείου) και άλλες που μπορούν να αναζητηθούν στο διαδίκτυο.
Να μη διδαχθούν οι εφαρμογές 2 (συμμετρικό σημείου) και 3 (τύπος απόστασης σημείων), οι ερωτήσεις κατανόησης 3, 4 και οι ασκήσεις 3, 5 και 6. Στις ασκήσεις 4 και 7 μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα και όχι ο τύπος απόστασης σημείων. Αντίθετα, να δοθεί έμφαση στην εφαρμογή 4 και στις ασκήσεις 8, 9 και 10.
§3.3 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Το σχόλιο 1 της §2.1 του Β΄ Μέρους (σελ. 137) να αναφερθεί στη διδασκαλία της παραγράφου αυτής.
§3.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Να μη διδαχθούν οι υποπαράγραφοι «η εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$» και «σημεία τομής της ευθείας $\alpha x+\beta y=\gamma$ με τους άξονες» και οι αντίστοιχες ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις. Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα που μοντελοποιούνται με γραμμικές συναρτήσεις και σε ερωτήματα που οδηγούν σε εξίσωση και ανίσωση και μπορούν να λυθούν μέσω αναπαραστάσεων της συνάρτησης (δηλαδή είτε με πίνακα τιμών, είτε με γραφική ή γραφικές παραστάσεις, είτε με τους τύπους που οδηγούν σε εξίσωση ή ανίσωση). Τέτοια προβλήματα είναι οι ασκήσεις 8, 9 σελ. 71, οι 5, 9, 10 σελ. 78, και οι 4, 5 σελ 82 (υπερβολή), αφού συμπληρωθούν με κατάλληλα ερωτήματα από τον διδάσκοντα.
§3.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 8 ώρες)
Οι μαθητές έχουν, ήδη, επεξεργαστεί στο Δημοτικό σχολείο δεδομένα (ταξινόμηση, αναπαράσταση δεδομένων και υπολογισμό του μέσου όρου). Το νέο στο κεφάλαιο αυτό είναι οι έννοιες του πληθυσμού, του δείγματος και της διαμέσου καθώς και η κατανομή σχετικών συχνοτήτων. Στο κεφάλαιο αυτό θα μπορούσαν οι ίδιοι οι μαθητές να εμπλακούν στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων καθώς και στην ερμηνεία γραφικών παραστάσεων αναφορικά με θέματα που ενδιαφέρουν τους ίδιους.
§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§4.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§4.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§4.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να μη διδαχθεί η υποπαράγραφος «μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής» και οι ασκήσεις 6, 7 και 8.

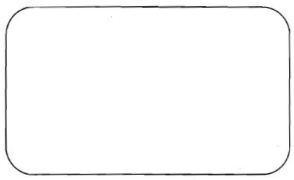
ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφάλαιο 1° (Να διατεθούν 14 ώρες)
§1.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Η συγκεκριμένη ενότητα έχει μεγάλη σημασία για την ανάπτυξη των εννοιών που ακολουθούν στις επόμενες παραγράφους.
Απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους μαθητές πριν περάσουν αργότερα στους τύπους υπολογισμού των εμβαδών γεωμετρικών σχημάτων καθώς και στις μετατροπές μονάδων είναι τα εξής:

- ✓ Η σύγκριση επιφανειών (πολυγωνικών και μη) μέσα από διαφορετικές διαδικασίες (επικάλυψη, διαίρεση, σύνθεση κ.λ.π.)
- ✓ Η έννοια της διατήρησης της επιφάνειας.
- ✓ Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο γεωμετρικό μέγεθος (επιφάνεια) και στη μέτρησή του (εμβαδόν).
- ✓ Η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη ή τυποποιημένη), η επιλογή της κατάλληλης μονάδας, η χρήση της για την επικάλυψη μιας επιφάνειας και η σύμβαση της χρήσης της τετραγωνικής μονάδας.
- ✓ Η διάκριση ανάμεσα στη μέτρηση της επιφάνειας (εμβαδόν) από τις μετρήσεις άλλων μεγεθών (π.χ. τμήματα και τα μήκη τους ή η περίμετρος και το μήκος της)
- ✓ Η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης.
- ✓ Ο τρόπος μεταβολής του εμβαδού όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας.

Για παράδειγμα: Η σύγκριση των επιφανειών των διπλανών σχημάτων, η εύρεση διαφορετικών τρόπων σύγκρισης, η προσπάθεια υπολογισμού της σχέσης που έχουν (π.χ. πόσο μεγαλύτερη είναι η μία σε σχέση με την άλλη) κτλ., συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση κάποιων εννοιών.

ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2

Όμοια, δραστηριότητες ή ασκήσεις, που θα τους επιτρέψουν να αναπτύξουν τις δικές τους στρατηγικές μετασχηματισμού των σχημάτων σε άλλα ισοδύναμα, συμβάλλουν και αυτές κατά ένα μέρος στους προηγούμενους στόχους, γι' αυτό προτείνεται η ένταξη της άσκησης 11 (ερωτήματα 1 έως 6) της σελίδας 125 της §1.3 σ' αυτή την ενότητα (χωρίς να γίνεται χρήση των τύπων υπολογισμού του εμβαδού). Η άσκηση 3 της σελίδας 115 να εμπλουτισθεί με ερωτήματα που θα αφορούν το εμβαδό των σχημάτων που θα προκύψουν με μονάδα που θα καθορίσει ο διδάσκων. Επίσης, προτείνεται να δοθεί η άσκηση που αναφέρεται στην σελίδα 115 και φέρει τον τίτλο «Για διασκέδαση» και να τεθούν ερωτήματα σχετικά με την περίμετρο και το εμβαδό.

§1.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό τις δεκαδικές μονάδες μέτρησης των επιφανειών και το νέο στοιχείο είναι ο διεθνής συμβολισμός τους. Η αισθητοποίηση της τυπικής μονάδας, των υποδιαιρέσεων και των πολλαπλάσιων αυτής, οι μεταξύ τους σχέσεις, καθώς επίσης η επιλογή της κατάλληλης μονάδας ανάλογα με την επιφάνεια που θέλουμε να μετρήσουμε (άσκηση 6 σελ 118), συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση, απ' ότι μόνον η συνεχής εξάσκηση με ασκήσεις μετατροπής από την μία μονάδα μέτρησης σε άλλη.

§1.3 (Να διατεθούν 6 ώρες)
Το περιεχόμενο της ενότητας δεν είναι νέο για τους μαθητές.
Χρησιμοποιώντας ως βάση το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου αναπτύσσονται μέσα από μετασχηματισμούς το εμβαδόν των άλλων γεωμετρικών σχημάτων. Ο υπολογισμός του εμβαδού του ορθογωνίου παραλληλογράμμου γίνεται μέσα από τη μέτρηση των τετραγωνικών μονάδων που το επικαλύπτουν όπου το πλήθος τους εκφράζεται από το γινόμενο των διαστάσεων του ορθογωνίου.

Θα πρέπει να αντιμετωπιστούν επίσης δυσκολίες που έχουν οι μαθητές[1], όπως ότι:

- ✓ Σχήματα με μεγαλύτερη περίμετρο έχουν μεγαλύτερο εμβαδό
- ✓ Ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. των διαστάσεων διπλασιάζει, τριπλασιάζει κλπ. το εμβαδόν.
- ✓ Βάση (ή βάσεις) στα σχήματα, είναι μόνον η πλευρά (ή οι πλευρές) που έχει (ή έχουν) οριζόντιο προσανατολισμό.
- ✓ Ύψος του παραλληλογράμμου ή του τραπεζίου είναι μόνον αυτό που άγεται από μία κορυφή του ή αυτό που έχει κατακόρυφο προσανατολισμό.[2]

Ο υπολογισμός του εμβαδού γεωμετρικών σχημάτων με την εφαρμογή των τύπων υπολογισμού είναι σημαντικό να συνδέεται με το γεωμετρικό χειρισμό της έννοιας του εμβαδού (π.χ. μέσα από τη διαμέριση και σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων). Γενικότερα η γεωμετρική συλλογιστική και η παράλληλη μετάφραση σε αλγεβρικές σχέσεις μπορεί να δώσει νόημα στις αλγεβρικές έννοιες και διαδικασίες.

Κατάλληλες δραστηριότητες με προγράμματα δυναμικής γεωμετρίας ή applets που υπάρχουν στο διαδίκτυο, μπορεί να βοηθήσουν στην κατάκτηση των παραπάνω στόχων.

Η εφαρμογή 6 και η άσκηση 9 θα μπορούσαν να συζητηθούν στην §1.4 της Άλγεβρας (επίλυση προβλημάτων με την χρήση εξισώσεων).

Οι ασκήσεις 11 (σχήμα 10) και 15 θα μπορούσαν να αποτελέσουν βάση για την διαπραγμάτευση της επόμενης ενότητας (Πυθαγόρειο Θεώρημα).

§1.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να γίνει κατάλληλος προγραμματισμός ώστε μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας της ενότητας να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 της Άλγεβρας (τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού). Να δοθεί έμφαση και στην σχέση εμβαδών και όχι μόνο πλευρών που εκφράζει το θεώρημα (ασκήσεις 1, 4, 5).

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 5 ώρες)

§2.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Το σχόλιο 1 (σελ. 137) που αναφέρεται στην κλίση μιας ευθείας, να αναφερθεί τότε που θα γίνεται η διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας.

Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι 1/5, και όχι μόνο τα μήκη 1 και 5.

§2.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην διδαχθεί η παρατήρηση β, σελ. 143 ($\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$) και η άσκηση κατανόησης 4, γιατί είναι εκτός των στόχων του αναλυτικού προγράμματος και επιπλέον οι σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών της ίδιας γωνίας αναπτύσσονται διεξοδικά στην Γ΄ Γυμνασίου.

Η άσκηση 3γ της σελίδας 146 να παραλειφθεί, διότι χρησιμοποιεί μιαν άγνωστη για τους μαθητές ιδιότητα (πρόσθεση κατά μέλη ανισοτήτων).

Προτείνεται η χρήση υπολογιστή τσέπης (επιστημονικού ή απλού), κατά την λύση προβλημάτων ώστε να γίνει καλύτερη διαπραγμάτευση των εννοιών.

Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι $\frac{3}{5}$ και όχι μόνο τα μήκη 3 και 5 .

§2.4 (Να διατεθεί 1 ώρα)

Να μην διδαχθούν οι εφαρμογές 1 και 3 της σελίδας 153 και οι ασκήσεις 3 και 4 της σελίδας 154 (ο στόχος της παραγράφου δεν είναι ο λογισμός με τριγωνομετρικούς αριθμούς, αλλά η σύνδεση πλευρών και γωνιών τριγώνου).

---

[1] *Η άρση των δυσκολιών των μαθητών είναι μια αργή και δύσκολη διαδικασία. Μπορεί να προκληθεί μέσα από την ενεργητική συμμετοχή τους σε ένα κατάλληλο διδακτικό περιβάλλον, το οποίο θα τους οδηγεί στις απαραίτητες γνωστικές συγκρούσεις και όχι μόνον μέσα από την παράθεση της ορθής άποψης – γνώσης.*

[2] *Ο προσανατολισμός με τον οποίο παρουσιάζονται τα σχήματα στα βιβλία, αλλά και οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον στην καθημερινή τους ζωή, συμβάλουν σε αυτές τις δυσκολίες. Η έκθεσή τους σε σχήματα με ασυνήθιστο προσανατολισμό ή σχήματα «μακρόστενα» (π.χ. τρίγωνα με σημαντικά μικρότερη την μία πλευρά σε σχέση με τις άλλες) κλπ. μπορεί να συμβάλλει, κατά ένα μέρος, στην κατεύθυνση αντιμετώπισης αυτών των δυσκολιών.*

Η εφαρμογή 2 να δειχθεί ότι μπορεί να λυθεί εναλλακτικά με το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις 5, 12 και 7, διότι καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις και οι 5 και 12 δείχνουν την χρήση των Μαθηματικών σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 10 ώρες)

§3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Λόγω της εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της Α΄ Γυμνασίου της §1.12 (επίκεντρη γωνία, σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου, μέτρηση τόξου) να δοθεί ο ορισμός της επίκεντρης γωνίας, του αντίστοιχου τόξου αυτής και η μεταξύ τους σχέση.

Να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις κατανόησης και στις ασκήσεις 1, 3, 5, 6 και 7.

§3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να αναφερθεί το θεώρημα ότι στον ίδιο κύκλο σε ίσα τόξα αντιστοιχούν ίσες χορδές και αντιστρόφως, διότι αυτό δεν αποτελεί προηγούμενη γνώση και είναι απαραίτητη για ορισμένες αιτιολογήσεις.

Προτείνεται να γίνεται επιλογή ανάμεσα στις ερωτήσεις κατανόησης 1α), β), γ), 2α), β), γ), 3α), β), γ), ε) και στην άσκηση 1, λόγω του επαναληπτικού χαρακτήρα τους.

§3.3 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στην αναλογία των μεγεθών L και δ ή L και ρ και να γίνει σύνδεση με τις γνώσεις που έχουν από την διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας (η συνάρτηση $y = \alpha x$), μέσα από τους πίνακες τιμών και την γραφική παράσταση. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 και 3 και στις ασκήσεις 1, 3, 4, 5 και 7.

Λόγω της αφαίρεσης από την διδασκαλία της §3.4 (μήκος τόξου), να αναφερθεί στην παράγραφο αυτή η έννοια του μήκους τόξου. Συγκεκριμένα, να δοθεί έμφαση στη διάκριση ανάμεσα στο μέτρο του τόξου και στο μήκος του τόξου, και για το λόγο αυτό να δοθούν για λύση στην τάξη η άσκηση 7 της σελίδας 192 και η εφαρμογή 3 της σελ. 191. Το μήκος τόξου δεν θα υπολογίζεται με βάση τον τύπο της §3.4, αλλά με βάση την αναλογική συλλογιστική, όπως για παράδειγμα:

«Το τόξο 90°, που ανήκει σε κύκλο ακτίνας $\rho = 10\ cm$, θα έχει μήκος ίσο με το $\frac{1}{4}$ του μήκους του κύκλου, γιατί $\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$. Το μήκος του κύκλου είναι 20π cm, άρα το τόξο θα έχει μήκος 5π cm».

§3.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στο ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και η ακτίνα του δεν είναι ανάλογα μεγέθη (ασκήσεις κατανόησης 3, 4, 5). Λόγω της αφαίρεσης από την διδασκαλία της §3.6 (Εμβαδόν κυκλικού τομέα) να αναφερθεί στην παράγραφο αυτή η έννοια του κυκλικού τομέα και του εμβαδού του. Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα δεν θα υπολογίζεται με βάση τον τύπο της §3.6, αλλά με βάση την αναλογική συλλογιστική, όπως για παράδειγμα:

«Ο κυκλικός τομέας γωνίας 45° που ανήκει σε κύκλο ακτίνας $\rho = 7\ cm$, θα έχει εμβαδόν ίσο με το $\frac{1}{8}$ του εμβαδού του κυκλικού δίσκου, γιατί $\frac{45^o}{360^o} = \frac{1}{8}$. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι $49\pi\ cm^2$, άρα ο κυκλικός τομέας θα έχει εμβαδόν $\frac{49\pi}{8} cm^2$».

Μπορούν να αξιοποιηθούν οι ασκήσεις κατανόησης 4 και 5 και οι ασκήσεις 1, 3, 4 και 6 των σελ. 197 – 198.

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 11 ώρες)

Η αντίληψη και η γνώση του χώρου παίζουν κρίσιμο ρόλο ακόμα και στις πιο συνηθισμένες ανθρώπινες δραστηριότητες. Η κατανόηση και η γνώση των εννοιών του κεφαλαίου αυτού είναι πολύ σημαντική για όλους τους μαθητές, αφού σχετίζονται με την καθημερινή ζωή, αλλά και τις εφαρμογές της Γεωμετρίας του χώρου σε άλλες επιστήμες (όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στο εισαγωγικό σημείωμα του κεφαλαίου στο βιβλίο του μαθητή).

Παρόλο που οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό την έννοια του κύβου, του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, του κυλίνδρου και τους τρόπους υπολογισμού του εμβαδού των επιφανειών τους και του όγκου τους, εντούτοις μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες.

Οι δυσκολίες προέρχονται από το γεγονός ότι απαιτούνται από τους μαθητές ικανότητες κατανόησης του χώρου και συστηματική οργάνωση των οπτικών πληροφοριών, ώστε να είναι σε θέση να κατανοήσουν τις αφηρημένες γεωμετρικές έννοιες της στερεομετρίας.
Αν και τα τρισδιάστατα αντικείμενα είναι μέρος της καθημερινής τους εμπειρίας, η αναπαράστασή τους από δισδιάστατα σχήματα είναι πηγή δυσκολίας. Η χρήση διάφορων μέσων, όπως τρισδιάστατα μοντέλα, η σύνδεση των δισδιάστατων αναπαραστάσεων με αντικείμενα από την καθημερινή τους εμπειρία, η σχεδίαση στο χαρτί τρισδιάστατων αντικειμένων, η εξερεύνηση των αναπτυγμάτων των επιφανειών πραγματικών αντικειμένων, ο σχεδιασμός σε χαρτόνι του αναπτύγματος των επιφανειών κάποιων στερεών και κατόπιν η δημιουργία αυτών των στερεών, όπως επίσης προγράμματα τρισδιάστατης γεωμετρίας που επιτρέπουν την περιστροφή των σχεδιασμένων στερεών και παρέχουν την δυνατότητα θέασής τους από διαφορετικές οπτικές γωνίες κτλ. μπορούν να τους βοηθήσουν στην κατανόηση των εννοιών.

§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§4.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Για την κατανόηση των εννοιών και των τύπων υπολογισμού του εμβαδού του πρίσματος και του κυλίνδρου προτείνεται να δοθούν στους μαθητές κατάλληλες δραστηριότητες, π.χ. μελέτη του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός πρίσματος ή ενός κυλίνδρου ή αντίστροφα, η σχεδίαση σε χαρτόνι του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός ορθού τριγωνικού πρίσματος και ενός κυλίνδρου με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και η κατασκευή του στερεού. Να δοθεί προτεραιότητα στα προβλήματα (ασκήσεις 4, 6, 9).

§4.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Στο Δημοτικό οι μαθητές έχουν διδαχτεί τις έννοιες του όγκου και τις μονάδες μέτρησης αυτού, εκτός από τον διεθνή συμβολισμό τους.
Οι μαθητές συχνά πιστεύουν ότι ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. όλων των διαστάσεων ενός στερεού οδηγεί στον διπλασιασμό, τριπλασιασμό κτλ. του όγκου.
Να ζητείται από τους μαθητές ο σχεδιασμός σχημάτων που αντιπροσωπεύουν τα στερεά των ασκήσεων που δίνονται για λύση.

§4.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§4.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)