

490 ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΘΗΝΑΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΜΑΝΟΣ ΔΟΥΚΑΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ.

1. Να γράψετε τους τύπους του εμβαδού των :
 - (α) τετραγώνου
 - (β) ορθογωνίου παραλληλογράμμου
 - (γ) παραλληλογράμμου
 - (δ) τριγώνου
 - (ε) ορθογωνίου τριγώνου
 - (στ) τραπεζίου
2. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα .
3. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος .
4. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;
5. Αν $A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$ δύο σημεία στο καρτεσιανό επίπεδο, ν γράψετε πως υπολογίζουμε την απόσταση ανάμεσα στα σημεία A και B.
6. Να βρείτε τις αποστάσεις του σημείου $A(-3, 4)$ από τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$ κι από την αρχή των αξόνων.
7. Που βρίσκονται τα σημεία που έχουν τεταγμένη 0 ;
8. Που βρίσκονται τα σημεία που έχουν τετμημένη 0 ;
9. Τι λέμε κλίση ενός δρόμου ;
10. Αν ένας δρόμος έχει κλίση 12 % , τι σημαίνει ; (Να κάνετε σχήμα).
11. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ($A = 90^\circ$), να ορίσετε την εφαπτομένη , το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας του .
12. Πως μεταβάλλεται η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας όταν μεταβάλλεται η γωνία ;
13. Πως μεταβάλλεται το ημίτονο μιας οξείας γωνίας όταν μεταβάλλεται η γωνία ;
14. Πως μεταβάλλεται το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας όταν μεταβάλλεται η γωνία ;
15. Τι τιμές μπορεί να πάρει το ημίτονο , το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας , ενός ορθογωνίου τριγώνου και γιατί ;
16. Τι παρατηρείς για ένα ορθογώνιο τρίγωνο , στο οποίο το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας του είναι ίσα ;
17. Ποια γωνία λέμε επίκεντρη ;
18. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη ;
19. Ποια σχέση έχουν μια εγγεγραμμένη και η αντίστοιχη επίκεντρή της ;
20. Πόσων μοιρών είναι μια γωνία εγγεγραμμένη που αντιστοιχεί σε ημικόκλιο ;
21. Πόσων μοιρών είναι μια γωνία εγγεγραμμένη σε τεταρτοκύκλιο ;
22. Πως σχετίζονται δυο εγγεγραμμένες γωνίες που αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα ;
23. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό ;
24. Ποιος τύπος μας δίνει την κεντρική γωνία ενός κανονικού n - γώνου ;
25. Ποια σχέση συνδέει την κεντρική και την γωνία ενός κανονικού πολυγώνου ;
26. Να κατασκευάσετε ένα κανονικό οκτάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ($O, 2cm$).
27. Να κατασκευάσετε ένα κανονικό εξάγωνο , ένα κανονικό τετράπλευρο (τετράγωνο) και ένα κανονικό τρίγωνο (ισόπλευρο) εγγεγραμμένα σε κύκλο ($O, 2cm$).
28. Να γράψετε τον τύπο που μας δίνει την περίμετρο ενός κύκλου.
29. Να γράψετε τον τύπο που μας δίνει το εμβαδόν του .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$\alpha) 2x - \frac{7x-1}{2} = 8 \qquad \beta) 3 \left(x-1 \right) - \frac{x+2}{4} = x$$

$$\gamma) \frac{5 \left(x-2 \right) - x-2}{3} = 0 \qquad \delta) \frac{x-3}{5} - \frac{2+3x}{2} = x+3$$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$\alpha) \frac{2x+3}{2} - \frac{4+3x}{3} = 2 \qquad \beta) x - \frac{3+5x}{2} - \frac{x-1}{4} = 4$$

$$\gamma) \frac{2x+5}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{8x+27}{10}$$

3. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$\alpha) 2x < 3(x+2) \quad \text{και} \quad x - \frac{3x-1}{2} > 0$$

$$\beta) \frac{5-x}{3} < 3 - \frac{1-x}{2} \quad \text{και} \quad 5(x-1) - 3(x+5) \leq 2 - (x+4)$$

$$\gamma) x - \frac{2+x}{3} \geq 2 \quad \text{και} \quad \frac{x-1}{4} - x < \frac{2-x}{2}$$

$$\delta) 2(x+3) - 6(x-1) > x - (2+3x) \quad \text{και} \quad 3x - \frac{3x+1}{2} \leq 1$$

$$\epsilon) 2 - \frac{x+1}{2} > x \quad \text{και} \quad \frac{x-3}{5} < \frac{2x-6}{2}$$

$$\sigma\tau) \frac{2x}{3} - \frac{x+5}{4} < 1 \quad \text{και} \quad x \geq 5 - 3(x-1)$$

4. Δίνονται οι ανισώσεις :

$$2(3-x) - 5(x-2) \geq -5x + 8 \quad \text{και} \quad \frac{x+2}{4} - \frac{2x-4}{7} < \frac{3x-4}{2} - \frac{2-x}{14}$$

α) Να λύσετε τις ανισώσεις .

β) Να βρείτε τις κοινές τους λύσεις .

5. Να εξετάσετε αν τα τρίγωνα ΑΒΓ με τις παρακάτω πλευρές είναι ορθογώνια και σε ποια γωνία :

i) $\alpha = 40$, $\beta = 24$, $\gamma = 32$

ii) $\alpha = 15$, $\beta = 39$, $\gamma = 36$

iii) $\alpha = 18$, $\beta = 14$, $\gamma = 15$

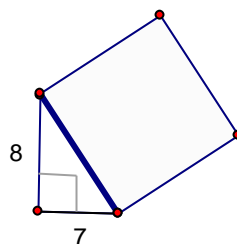
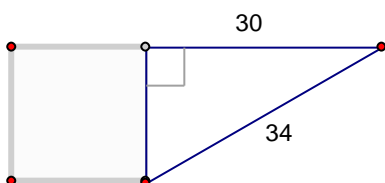
6. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A = 90^\circ$) να βρείτε τις πλευρές που λείπουν :

i) $\beta = 60$, $\gamma = 25$, $\alpha =$;

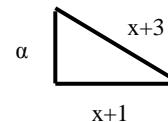
ii) $\alpha = 45$, $\beta = 36$, $\gamma =$;

iii) $\alpha = 26$, $\gamma = 10$, $\beta =$;

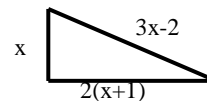
7. Να υπολογίσετε τα σκιασμένα εμβαδά :



8. Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις μήκος 30 και πλάτος 16. Να υπολογίσετε την διαγώνιο του και το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά την διαγώνιο του ορθογωνίου.
9. Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά την διαγώνιο του τετραγώνου.
10. Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου διαφέρουν κατά 2 και έχει περίμετρο 28. Να βρείτε το μήκος της διαγωνίου του.
11. Ένα ορθογώνιο έχει μήκος 12 m και εμβαδόν 108 m^2 . Να βρείτε την διαγώνιο του.
12. Ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ=10m) έχει βάση 12m. Να βρείτε το ύψος του και το εμβαδόν του.
13. Ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB = ΑΓ) έχει βάση 8m και περίμετρο 18 m. Να υπολογίσετε το ύψος του και το εμβαδόν του.
14. Αν x είναι η ρίζα (λύση) της εξίσωσης $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{5} = 1$ να βρείτε τις πλευρές του τριγώνου :



15. Το διπλανό τρίγωνο έχει περίμετρο 30 cm. Να βρείτε τις πλευρές του και να εξετάσετε αν είναι ορθογώνιο.

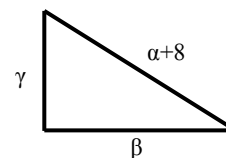


16. Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = \left(-\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \right) \cdot \left(5^2 + 5 \right) \text{ και}$$

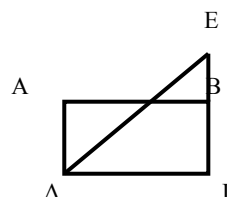
$$\beta = (-3)^2 \cdot 2 \cdot (-2) \cdot (-5) . \text{ Να βρείτε}$$

τις πλευρές του διπλανού ορθογωνίου τριγώνου.



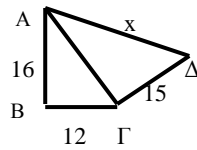
17. Αν A(1,3) και B(4,-1), να βρείτε την απόσταση AB.
18. Δίνονται τα σημεία A(4, 1), B(4, - 5), Γ(- 4, - 5) και Δ(- 4, 1).
 Α) Τι σχήμα είναι το ABΓΔ
 Β) Να βρεθεί η περίμετρος
 Γ) Να βρεθεί η διαγώνιος ΑΓ
 Δ) Να βρεθεί το εμβαδόν του.
19. Δίνονται τα σημεία A(- 2, 2), B(5, 2), Γ(2, - 2) και Δ(- 5, - 2).
 Α) Τι σχήμα είναι το ABΓΔ
 Β) Να βρεθεί η περίμετρος
 Γ) Να βρεθεί το εμβαδόν του.

20. Στο διπλανό σχήμα η βάση ΓΔ του ορθογωνίου ABΓΔ είναι 40 cm και έχει περίμετρο 120 cm. Αν BE = 10 cm, να υπολογισθεί το μήκος ΔΕ .



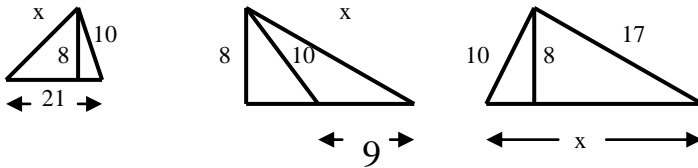
21. Δίνονται τα σημεία $A(-2, 3)$ και $B(6, -3)$. Να βρείτε τις αποστάσεις του A από τους άξονες και την απόσταση AB .

22. Να υπολογισθεί το x του διπλανού σχήματος, αν $\hat{B} = 90^\circ$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}\Delta = 90^\circ$.



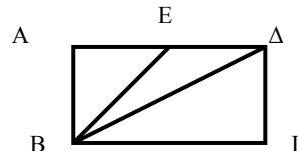
23. Στο $AB\Gamma\Delta$ τραπέζιο είναι $A = \Delta = 90^\circ$, $AB = 2x$, $B\Gamma = x+2$, $\Gamma\Delta = x$, $A\Delta = x - 7$ και η περίμετρος του 70 cm. α) να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τραπέζιου. β) να υπολογίσετε την διαγώνιο $A\Gamma$.

24. Να υπολογίσετε το x στα παρακάτω σχήματα.



25. Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, είναι $AB = 12$ cm, $A\Gamma = 10$ cm, $\Delta\Gamma = 6$ cm. Να βρείτε την $B\Gamma$ και το εμβαδόν του.

26. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 8$ cm, $B\Gamma = 16$ cm, $AE = 6$ cm. Να δείξετε ότι $BE = E\Delta$.

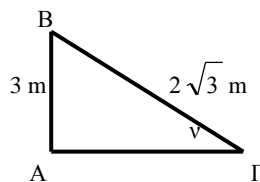
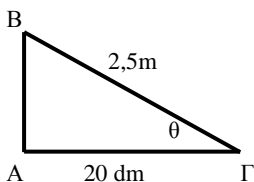
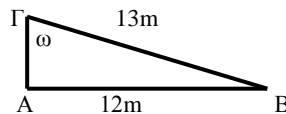
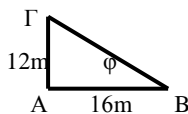


27. Οι συντεταγμένες των κορυφών τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $A(1,3)$, $B(-1,1)$ και $\Gamma(3,-3)$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

28. Δύο πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου έχουν μήκη 16 m και 20 m αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την τρίτη πλευρά του.

29. Σε σύστημα αξόνων xOy , δίνονται τα σημεία $A(5,2)$ και $B(1,4)$. Να βρείτε τις εφαπτόμενες των γωνιών ${}_x\hat{O}A$ και ${}_{B\hat{O}}y$.

30. Δίνονται τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα.



Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών φ , ω , θ , ν .
Να υπολογίσετε και τις γωνίες αυτές.

36. Να κατασκευάσετε γωνίες ω που να έχουν:

α) $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$, β) $\sigma\upsilon\upsilon\omega = 0,6$, $\epsilon\varphi\omega = \frac{4}{3}$.

Και να υπολογίσετε τις γωνίες αυτές σε μοίρες.

37. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να αποδείξετε ότι

ισχύουν οι σχέσεις :

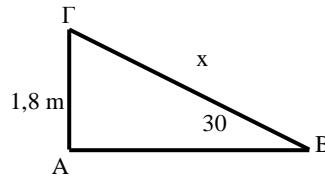
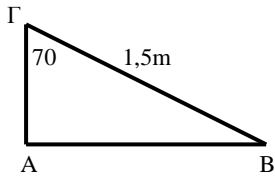
α) $\eta\mu\Gamma = \sigma\upsilon\nu\text{B}$,

β) $\eta\mu^2\Gamma + \sigma\upsilon\nu^2\Gamma = 1$

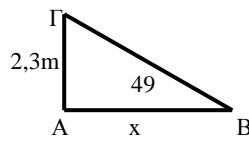
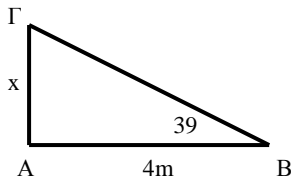
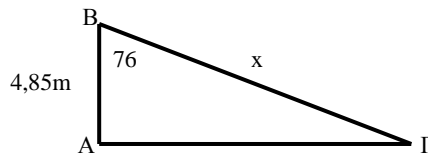
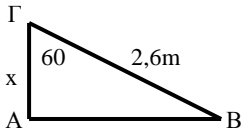
γ) $\sigma\upsilon\nu^2\text{B} + \sigma\upsilon\nu^2\Gamma = 1$,

δ) $\epsilon\phi\text{B} = \frac{\eta\mu\text{B}}{\sigma\upsilon\nu\text{B}}$

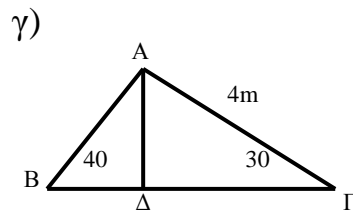
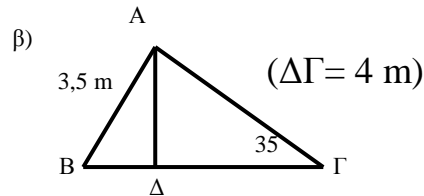
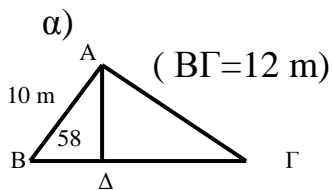
38. Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε τις πλευρές x .



39. Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε τις πλευρές x .

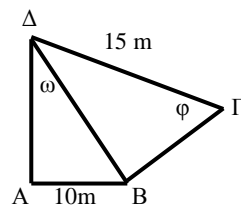


40. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τριγώνων :

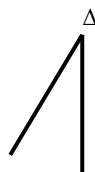


41. Στο διπλανό σχήμα είναι $\eta\mu\omega = \frac{5}{6}$.

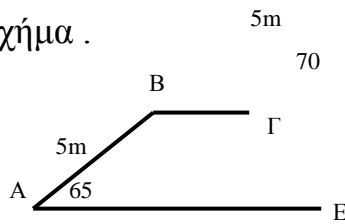
Να βρείτε το $\eta\mu\phi$, την BΓ, το $\sigma\upsilon\nu\phi$ και την εφφ, αν $\Delta\hat{A}B = \Delta\hat{B}\Gamma = 90^\circ$.



42. Να υπολογίσετε το τμήμα



ΔΕ, στο διπλανό σχήμα.

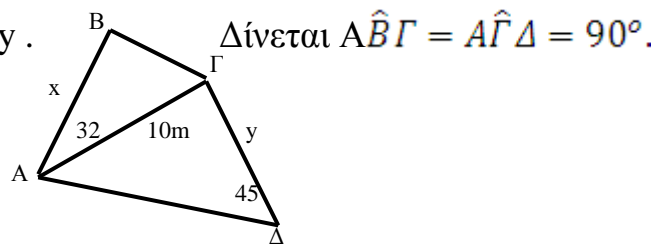


43. Σε ισοσκελές τρίγωνο με ίσες πλευρές 10 cm η κάθε μια, οι ίσες του γωνίες είναι 30° η κάθε μια. Να βρείτε την βάση του.

44. Ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει $AB = 12m$, $AD = 8m$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

45. Στο διπλανό σχήμα

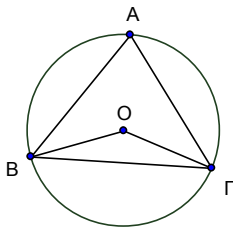
να υπολογίσετε τα x, y .



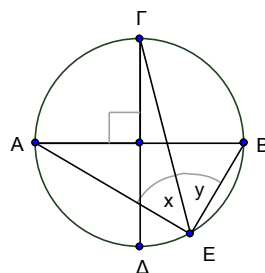
46. Σ' ένα κύκλο έχουμε τα σημεία Α, Β, Γ, το τόξο \widehat{AB} είναι το $1/5$ του κύκλου και το τόξο $\widehat{BΓ}$ ισούται με τα $2/3$ της ορθής. Να υπολογίσετε την γωνία $\widehat{ABΓ}$.

47. Σε κύκλο (Ο, R) παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ έτσι ώστε $AB=R$. Να υπολογίσετε την γωνία $\widehat{ΑΓΒ}$.

48. Αν $\rho=5cm$, $AB=ΑΓ$ και $\widehat{BΟΓ}=140^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες: $\widehat{BΑΓ}$, $\widehat{ΑΒΓ}$, $\widehat{ΑΓΒ}$ τα τόξα: ΑΒ, ΑΓ και την ΒΓ.



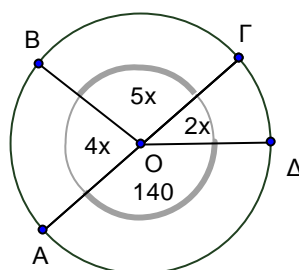
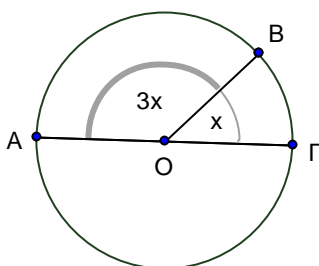
Άσκηση 49



Άσκηση 48

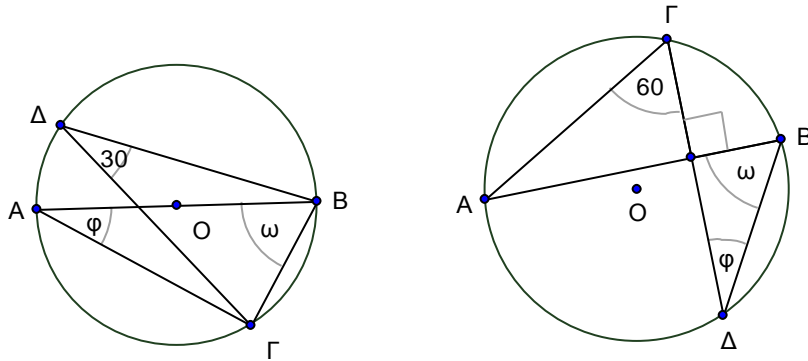
49. Στο σχήμα είναι $AB \perp ΓΔ$. Να δικαιολογήσετε ότι $x = y$.

50. Να υπολογίσετε τα τόξα: \widehat{AB} , $\widehat{BΓ}$, $\widehat{ΓΔ}$ στα παρακάτω σχήματα.



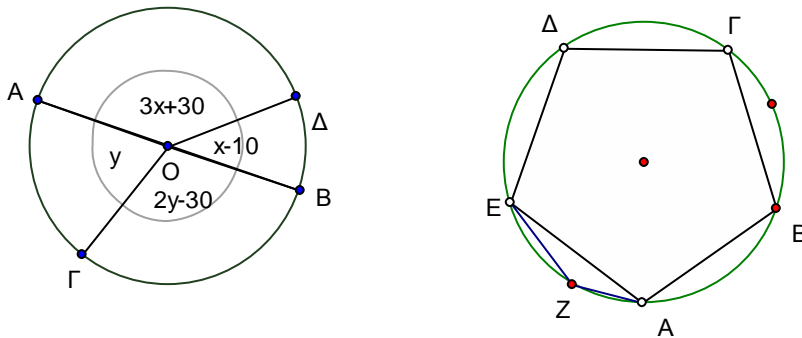
Άσκηση 50

51. Αν σ' ένα κύκλο (O,R) μια επίκεντρη γωνία \widehat{AOB} είναι ίση με μια εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{\Gamma\Delta E}$, να βρείτε την σχέση που συνδέει τα τόξα \widehat{AB} και $\widehat{\Gamma E}$.
52. Να υπολογισθούν οι γωνίες ω και φ των παρακάτω σχημάτων.



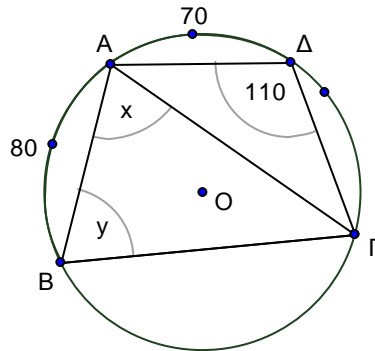
Άσκηση 52

53. Να βρείτε τα x και y , του σχήματος.



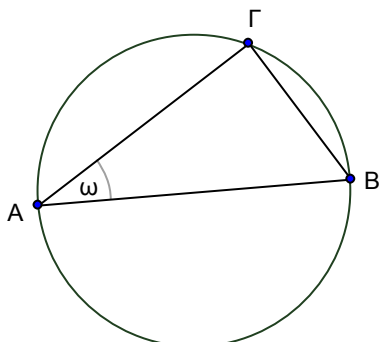
Άσκηση 53

54. Να υπολογίσετε την γωνία \widehat{EZA} , αν το $AB\Gamma\Delta E$ είναι κανονικό 5-γωνο .
55. Σε κύκλο (O, ρ) είναι $\widehat{AB} = 100^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 160^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 80^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του $AB\Gamma\Delta$.
56. Σε ημικύκλιο διαμέτρου $AG = 10$ cm , δίνεται σημείο του B έτσι ώστε $\widehat{AB} = 2 \widehat{B\Gamma}$. Να υπολογίσετε τις πλευρές και τις γωνίες του $AB\Gamma$ τριγώνου.
57. Να υπολογίσετε τα x , y και μετά να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο AGB είναι ισοσκελές .



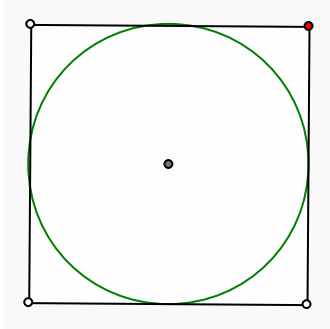
Άσκηση 57

58. Σε ποιο κανονικό πολύγωνο η γωνία του είναι 3-πλάσια από την κεντρική του γωνία ;
59. Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία ίση με την γωνία του ;
60. Να εξετάσετε αν υπάρχουν κανονικά πολύγωνα με κεντρική γωνία 30° , 15° , 16° .
61. Να εξετάσετε αν υπάρχουν κανονικά πολύγωνα με γωνία 130° , 150° , 160°
62. Ένας κύκλος (O, ρ) έχει ακτίνα 2 cm . Να βρείτε το μήκος του και το εμβαδόν του.
63. Ένας κύκλος (O, ρ) έχει περίμετρο 18,84 cm. Να βρείτε την ακτίνα του και το εμβαδόν του
64. Ένας κύκλος (O, ρ) έχει διάμετρο 8 cm . Να βρείτε το μήκος του και το εμβαδόν του
65. Ένας κύκλος (O, ρ) έχει εμβαδόν $78,5$ cm². Να βρείτε την ακτίνα του και την περιμέτρό του .
66. Στο παρακάτω κύκλο , οι χορδές $AB = 10$ cm , $AG = 8$ cm και $B\Gamma = 6$ cm . Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου , το εμβαδόν του και την εφω.

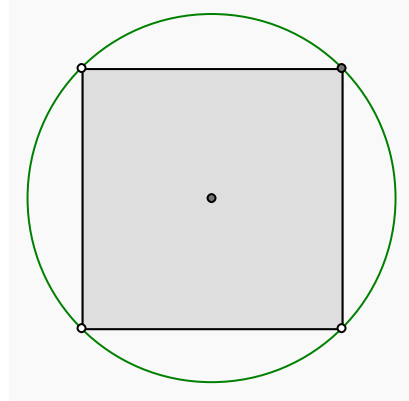


Άσκηση 66

67. Το τετράγωνο έχει πλευρά 6cm. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου και το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου που είναι έξω από τον κύκλο.



Άσκηση 67



Άσκηση 68

68. Ο κύκλος έχει ακτίνα $2\sqrt{2}$ cm. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου, την πλευρά του τετραγώνου και το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που είναι έξω από το τετράγωνο

69. Δίνονται οι παραστάσεις $K = \frac{x+6}{2}$ και $\Lambda = \frac{2x+1}{3}$.

α) να λύσετε την εξίσωση $K - \Lambda = 2$.

β) να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$K \geq 2 + \Lambda \text{ και } 3(x + 1) - 5(x - 3) < 14.$$

70. Σε κύκλο διαμέτρου $\delta = 17$ cm είναι εγγεγραμμένο ορθογώνιο ABΓΔ με ΒΓ = 15cm.

α) να υπολογίσετε την πλευρά του AB.

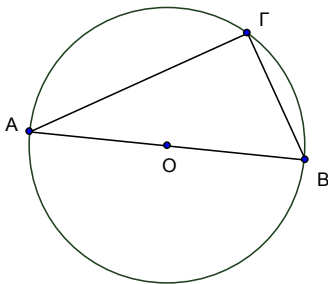
β) να βρείτε το $\text{syn}(\widehat{A\Gamma B})$.

γ) να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το ορθογώνιο είναι $427,46 \text{ cm}^2$.

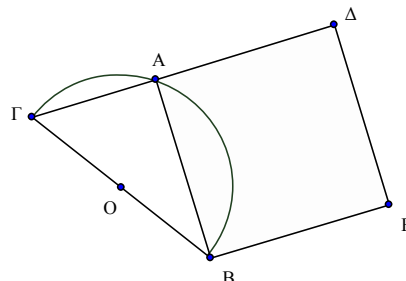
71. Στο παρακάτω σχήμα είναι $A\Gamma = 10\sqrt{3}$ cm και η ακτίνα $\rho = 10$ cm. Να βρείτε :

α) την περίμετρο και το εμβαδόν του κύκλου, β) την χορδή ΒΓ,

γ) την $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$, δ) το τόξο ΑΓ και ε) το $\eta\mu(\widehat{\Gamma\hat{B}A})$.



Άσκηση 71



Άσκηση 72

72. Δίνεται το παραπάνω ημικύκλιο με διάμετρο ΒΓ = 15 cm και το τετράγωνο ABEΔ με εμβαδόν 144 cm^2 . Να βρείτε : α) την χορδή ΑΓ, β) την

εφ($\widehat{ΓΒΑ}$), γ) το μήκος του ημικυκλίου και δ) το εμβαδόν του μέρους του ημικυκλίου που βρίσκεται έξω από το τρίγωνο ΑΒΓ.

73. Δίνονται οι παραστάσεις $A = 2(x - 1) - 3(x + 1)$ και $B = x - \frac{3+5x}{2}$.

α) Να λύσετε την εξίσωση $A = -2$

β) Να λύσετε την ανίσωση $B < -3$

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{A}{2} = B$

δ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων $B < -3$ και $6 - x \geq 3$

ε) Θα μπορούσε κάποια από τις λύσεις του β) ερωτήματος να ήταν το συνημίτονο κάποιας γωνίας;

74. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{Α} = 90^\circ$) είναι $AB = 16$ cm και $ΑΓ = 1,2$ dm.

(α) να βρείτε την ΒΓ.

(β) το εμβαδόν του τριγώνου.

(γ) το ύψος ΑΔ και

(δ) το ημ $\widehat{Β}$.

Και από το βιβλίο :

75. Σελίδα 99 ασκήσεις 5 και 7

76. Σελίδα 103 ασκήσεις 2 και 4

77. Σελίδα 109 ασκήσεις 3, 5, 6 και 5

Εξεταστέα ύλη περιόδου Μαΐου 2011
στα Μαθηματικά

ΑΛΓΕΒΡΑ

Κεφάλαιο 1^ο : Παράγραφος 1.2, 1.4, 1.5.

Κεφάλαιο 2^ο : Παράγραφος 2.1, 2.3.

Κεφάλαιο 3^ο : Παράγραφος 3.1, 3.2.

Κεφάλαιο 4^ο : Παράγραφος 4.1 ,4.2, 4.3, 4.4, 4.5.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1^ο : Παράγραφος 1.1, 1.2, 1.3, 1.4.

Κεφάλαιο 2^ο : Παράγραφος 2.1, 2.2, 2.3, 2.4.

Κεφάλαιο 3^ο : Παράγραφος 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6.