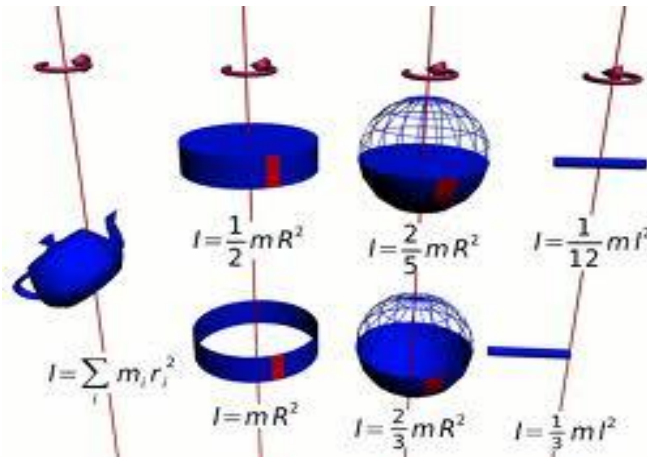


ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

"ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ"



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ:
Π. ΚΑΛΟΓΕΡΑΚΟΣ (ΦΥΣΙΚΟΣ)

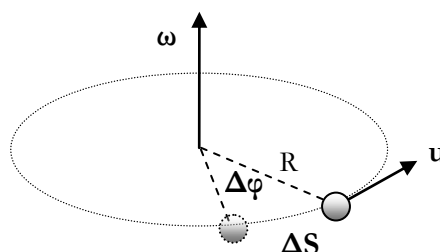
1

ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

1. Κάθε σώμα που εκτελεί κυκλική κίνηση έχει μία γωνιακή ταχύτητα ω και μία γραμμική ταχύτητα u . Οι ορισμοί τους είναι:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1) \quad \text{και} \quad u = \frac{dS}{dt} \quad (2)$$

Η γραμμική είναι πάντοτε εφαπτόμενη στην τροχιά της κίνησης. Η γωνιακή είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς και έχει φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού: Αν τοποθετήσουμε το δεξί χέρι με τα δάκτυλα κυρτωμένα με την φορά της κίνησης ο αντίχειρας μας δείχνει την φορά της γωνιακής ταχύτητας.



Ένα στερεό σώμα που περιστρέφεται: κάθε σημείο του έχει την ίδια γωνιακή ταχύτητα, αλλά κάθε σημείο του έχει διαφορετική (εν γένει) γραμμική ταχύτητα, ανάλογη της απόστασής του από τον άξονα περιστροφής.

2. Σχέση γραμμικής ταχύτητας με τη περίοδο και τη συχνότητα:

$$\mathbf{u} = \frac{2\pi R}{T}, \mathbf{u} = 2\pi R \mathbf{f}$$

3. Σχέση γωνιακής ταχύτητας με τη περίοδο και τη συχνότητα:

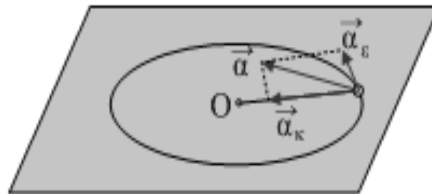
$$\boldsymbol{\omega} = \frac{2\pi}{T}, \boldsymbol{\omega} = 2\pi \mathbf{f}$$

4. Σχέση γραμμικής – γωνιακής ταχύτητας: $\mathbf{u}_{\gamma\rho} = \boldsymbol{\omega} \mathbf{R}$

5. Σχέση κεντρομόλου επιτάχυνσης – γραμμικής ταχύτητας : $\mathbf{a}_\kappa = \frac{u^2}{R}$ και $\mathbf{a}_\kappa = \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{R}$.

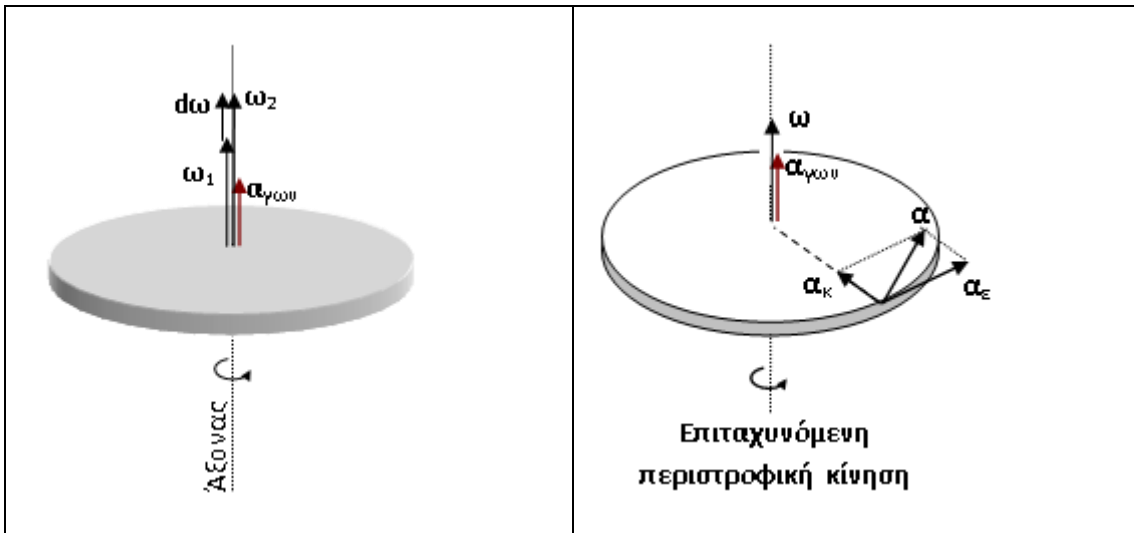
Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι υπεύθυνη για την μεταβολή της διεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας u και έχει τη διεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς.

Επιτρόχιος (ή γραμμική) επιτάχυνση: $\mathbf{a}_\epsilon = \frac{du}{dt}$. Μετρά το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας και έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης.



Η συνισταμένη επιτάχυνση είναι: $a = \sqrt{a_\epsilon^2 + a_\kappa^2}$

6. Γωνιακή επιτάχυνση: $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\omega} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$.



Το διάνυσμα της $\alpha_{\gamma\omega\omega}$ έχει την κατεύθυνση της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας $d\boldsymbol{\omega}$. (είναι ομόρροπη με την $\boldsymbol{\omega}$ όταν έχουμε επιτάχυνση και αντίρροπη με την $\boldsymbol{\omega}$ όταν έχουμε επιβράδυνση)

Η γωνιακή επιτάχυνση δεν πρέπει να συγχέεται με την κεντρομόλο ή την επιτρόχια επιτάχυνση. Οι δύο τελευταίες αναφέρονται στην γραμμική ταχύτητα κάποιου σημείου, ενώ η γωνιακή επιτάχυνση αναφέρεται στην γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega}$.

Για την επιτρόχιο και τη γωνιακή ταχύτητα ισχύει: $\mathbf{a}_\varepsilon = \mathbf{a}_\gamma \mathbf{R}$
 Επίσης ισχύουν οι σχέσεις:

$$\mathbf{a}_\varepsilon = \frac{d\mathbf{u}_{\gamma\rho}}{dt}, \quad \mathbf{u}_{\gamma\rho} = \mathbf{u}_0 \pm |\mathbf{a}_\varepsilon|t \quad \text{και} \quad \mathbf{s} = \mathbf{u}_0 t \pm \frac{1}{2} |\mathbf{a}_\varepsilon| t^2$$

$$\mathbf{s} = r\theta, \quad \mathbf{u}_{\gamma\rho} = r\omega \quad \text{και} \quad \mathbf{a}_\varepsilon = r\alpha_{\gamma\omega\omega}$$

Για τα σημεία της περιφέρειας ($r=R$):

$$\mathbf{s} = R\theta, \quad \mathbf{u}_{\gamma\rho} = R\omega \quad \text{και} \quad \mathbf{a}_\varepsilon = R\alpha_{\gamma\omega\omega}$$

7. Γωνία στροφής σε ομαλή κυκλική κίνηση: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. Ισχύει όταν $\Sigma\tau=0$ οπότε $\alpha_{\gamma\omega\omega}=0$ και ω =σταθερή

8. Γωνιακή ταχύτητα σε περιστροφική επιταχυνόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση:

$$\omega = \omega_0 \pm \alpha_{\gamma\omega\omega} t$$

Ισχύει όταν $\Sigma\tau \neq 0$ =σταθερή οπότε $\alpha_{\gamma\omega\omega}$ = σταθερή

9. Γωνία στροφής σε περιστροφική επιταχυνόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση:

$$\Delta\varphi = \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\omega} t^2$$

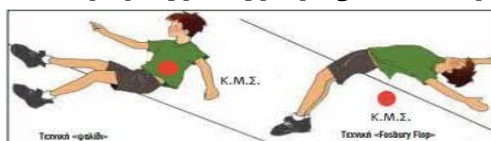
Ισχύει όταν $\Sigma\tau \neq 0$ =σταθερή οπότε $\alpha_{\gamma\omega\omega}$ = σταθερή

10. Ολικός χρόνος και ολική γωνία στροφής μέχρι να σταματήσει να περιστρέφεται

σώμα: $t_{ολ} = \frac{\omega_0}{\alpha_{\gamma\omega\omega}}$, $\varphi_{ολ} = \frac{\omega_0^2}{2\alpha_{\gamma\omega\omega}}$ Ισχύει για ομαλά επιβραδυνόμενη περιστροφική κίνηση

11. Αριθμός στροφών σώματος που γράφει γωνία στροφής φ : $N = \frac{\varphi}{2\pi}$ $N = \frac{s}{2\pi R}$

Κύλιση τροχού χωρίς ολίσθηση



Κέντρο μάζας (cm) ενός στερεού σώματος ονομάζεται το σημείο εκείνο το οποίο κινείται όπως ένα ολικό σημείο με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, αν ασκούνται σε αυτό όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Στα συμμετρικά και ομογενή σώματα το κέντρο μάζας συμπίπτει με το κέντρο συμμετρίας τους. Έτσι, το κέντρο μάζας μιας σφαίρας είναι το κέντρο της σφαίρας, ενώ το κέντρο μάζας ενός κύβου είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του.

Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα. Για παράδειγμα, σ' έναν δαχτύλιο ομογενή και ισοπαχή το κέντρο μάζας του βρίσκεται στο κέντρο του Κ.

Το κέντρο μάζας ενός σώματος συμπίπτει με το κέντρο βάρους του όταν το σώμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές βαρυτικό πεδίο

12. Απόσταση που διανύει σώμα που κυλάει όταν στραφεί κατά $\Delta\varphi$:

$$x=R \Delta\varphi \text{ (1}^{\text{η}} \text{ συνθήκη κύλισης)}$$

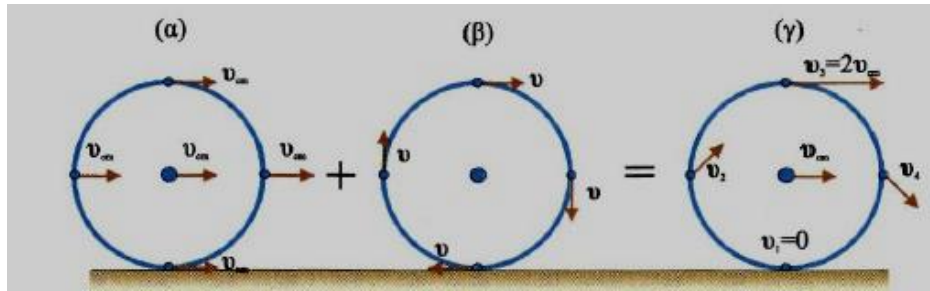
13. Η μεταφορική ταχύτητα σώματος που κυλάει:

$$u_{cm}=\omega R \text{ (2}^{\text{η}} \text{ συνθήκη κύλισης)}$$

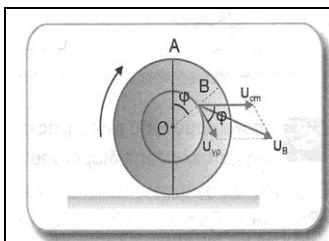
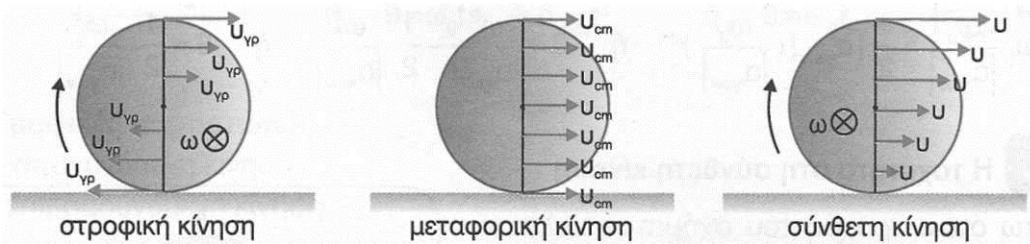
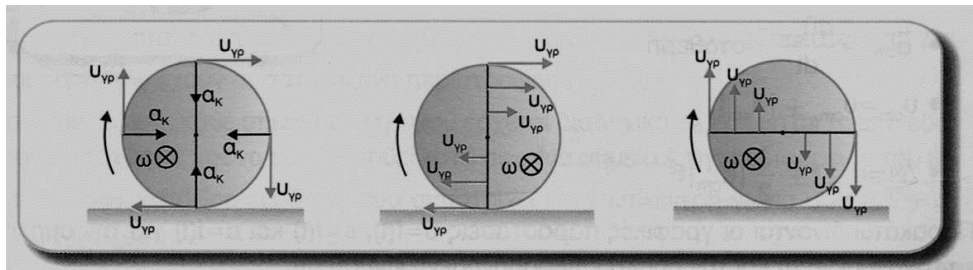
14. Σχέση μεταφορικής και γωνιακής επιτάχυνσης σε σώμα που κυλάει:

$$a_{cm}=a_{\gamma\omega\nu} R \text{ (3}^{\text{η}} \text{ συνθήκη κύλισης)}$$

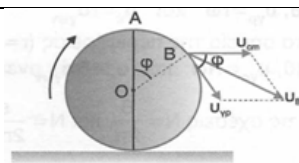
15. Ταχύτητα ενός υλικού σημείου τροχού που κυλιέται χωρίς ολίσθηση:



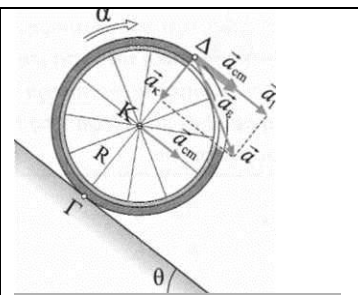
$$\vec{u} = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma\omega\nu}$$



$$\vec{u}_B = \vec{u}_{\gamma\rho} + \vec{u}_{cm}$$



$$u_B = \sqrt{u_{\gamma\rho}^2 + u_{cm}^2 + 2u_{\gamma\rho}u_{cm}\cos\varphi}$$



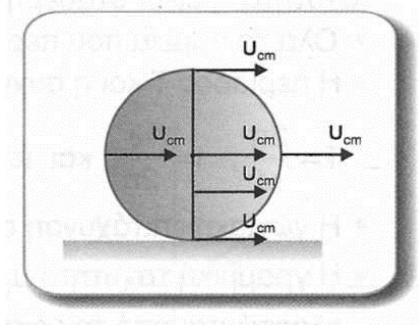
$$\vec{a} = \vec{a}_{cm} + \vec{a}_\varepsilon + \vec{a}_\kappa$$

ή

$$a = \sqrt{(a_{cm} + a_\varepsilon)^2 + a_\kappa^2}$$

16. ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

A) ΕΥΘ. ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ: $v_{cm} = s/t$



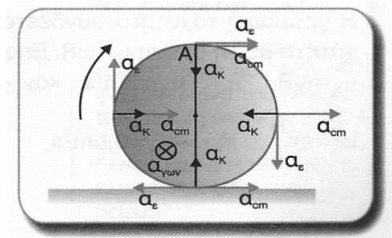
Όλα τα σημεία του στερεού έχουν ταχύτητα v , ίδια με τη ταχύτητα του κέντρου μάζας.

B) ΕΥΘ. ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ:

- $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_{cm}$
- $\vec{a}_{cm} = \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \text{σταθερή}$
- $v_{cm} = v_{cm0} \pm |a_{cm}|t$
- $\Delta s = v_{cm0}t \pm \frac{1}{2} |a_{cm}|t^2$

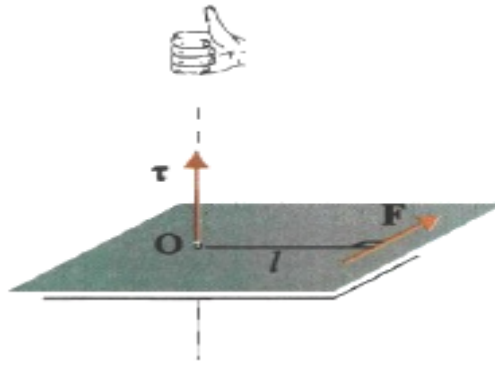
5

17. Η επιτάχυνση στη σύνθετη κίνηση:

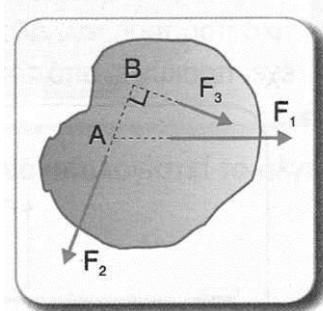


Προσοχή! Στη σχέση $a_k = \frac{v^2}{r}$ η ταχύτητα v είναι η γραμμική ταχύτητα και όχι η συνολική ταχύτητα λόγω σύνθετης κίνησης.

18. Ροπή δύναμης: $\tau = F\ell$ (ℓ είναι η κάθετη απόσταση δύναμης – άξονα ή σημείου περιστροφής)

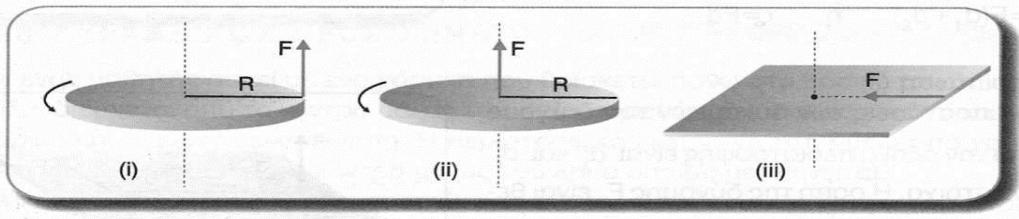


Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται μόνο τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις που δεν είναι παράλληλες μεταξύ τους, πρέπει οι φορείς των τριών δυνάμεων να διέρχονται από το ίδιο σημείο.

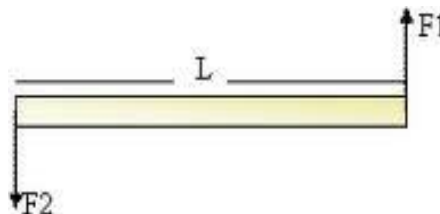


Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες μία δύναμη δεν έχει την ικανότητα να στρέψει ένα στερεό σώμα, δηλαδή η ροπή της ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδενική. Αυτό συμβαίνει όταν ο φορέας της δύναμης:

- είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής (σχ. i).
- βρίσκεται πάνω στον άξονα περιστροφής (σχ. ii).
- διέρχεται από τον άξονα περιστροφής (σχ. iii).



19. Ροπή ζεύγους δυνάμεων: $\tau = Fd$



! **α)** Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο, **β)** Καμία δύναμη δεν μπορεί να προκαλέσει μόνη της μια καθαρή στροφική κίνηση ενός σώματος, όπως μπορεί η ροπή ζεύγους. Ένα ζεύγος δυνάμεων δεν μπορεί να μετακινήσει ένα σώμα, αλλά μόνο να το περιστρέψει.

20. Ισορροπία στερεού σώματος:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0} \text{ ή } \Sigma F_x = 0 \text{ και } \Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma \tau \text{ (ως προς κάθε σημείο)} = 0$$

Οι συνθήκες αυτές ισχύουν και όταν ένα στερεό σώμα έχει $u = \text{σταθ.}$ Και $\omega = \text{σταθ.}$

Στην ισορροπία σώματος:

Μπορούμε να εφαρμόσουμε την συνθήκη ισορροπίας $\Sigma \tau = 0$ ως προς οποιονδήποτε άξονα. Συνήθως διαλέγουμε αυτόν που μηδενίζει τις ροπές των περισσότερων άγνωστων δυνάμεων.

Οι τάσεις των σημάτων είναι πάντα πάνω στα νήματα

Η αντίδραση F ενός δεσμού μπορεί να σχεδιαστεί με οποιαδήποτε διεύθυνση. Η πραγματική τιμή της θα προκύψει από την λύση της άσκησης.

Μία ράβδος εφάπτεται σε στήριγμα όσο δέχεται από αυτό δύναμη αντίδρασης A . Χάνει την επαφή με το στήριγμα όταν οριακά $A = 0$.

21. Ροπή αδράνειας στερεού: $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$ Παίζει τον ρόλο της μάζας m στη στροφική κίνηση

Οι παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η ροπή αδράνειας είναι: α) η μάζα, β) Η θέση του άξονα περιστροφής, γ) η κατανομή της μάζας του στερεού.

22. Θεώρημα Steiner: $I_p = I_{cm} + Md^2$

Το θεώρημα Steiner ισχύει όταν ο άξονας περιστροφής είναι παράλληλος προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και ισχύει ακόμη και όταν ο άξονας περιστροφής βρίσκεται έξω από το σώμα.

Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας είναι μικρότερη από τη ροπή αδράνειάς του ως προς οποιονδήποτε άλλο άξονα που είναι παράλληλος σε αυτόν.

Ένα στερεό σώμα έχει μια μάζα και άπειρες ροπές αδράνειας, μία για κάθε άξονα περιστροφής.

Ροπή αδράνειας του στερεού που απομένει μετά την αφαίρεση ενός τμήματός του

Θεωρούμε ένα στερεό σώμα Σ_1 , το οποίο έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα $z'z'$, από το οποίο αφαιρούμε ένα τμήμα Σ' , με αποτέλεσμα να απομένει ένα στερεό σώμα Σ_2 . Αν I_1 , I' και I_2 είναι οι ροπές αδράνειας των σωμάτων Σ_1 , Σ' και Σ_2 , αντίστοιχα, ως προς τον άξονα $z'z'$, τότε ισχύει:

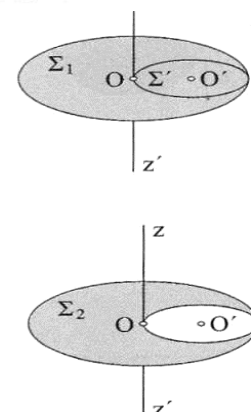
$$I' + I_2 = I_1 \quad \text{ή} \quad I_2 = I_1 - I' \quad (1)$$

Άρα, για να βρούμε τη ροπή αδράνειας του στερεού σώματος Σ_2 που απομένει μετά την αφαίρεση του τμήματος Σ' :

α. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας I_1 του στερεού σώματος Σ_1 , ως προς τον άξονα $z'z'$.

β. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας I' του τμήματος Σ' , ως προς τον άξονα $z'z'$.

γ. Εφαρμόζουμε τη σχέση (1).



23. Νόμος Newton στην περιστροφική κίνηση : $\Sigma \tau = I \alpha_{γων} \quad (1)$

Από τη σχέση (1) φαίνεται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ροπή αδράνειας ενός σώματος τόσο πιο δύσκολα αλλάζει η περιστροφική κατάσταση του σώματος. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στην περιστροφή, ό,τι εκφράζει η μάζα στη μεταφορική κίνηση, δηλαδή την αδράνεια του σώματος στη στροφική κίνηση. Ενώ όμως η μάζα ενός σώματος είναι σταθερό μέγεθος η ροπή αδράνειας εξαρτάται κάθε φορά από τη θέση του άξονα περιστροφής.

Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι και η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν, επομένως το σώμα διατηρεί την προηγούμενη περιστροφική του κατάσταση, δηλαδή αν το σώμα είναι ακίνητο θα εξακολουθήσει να ηρεμεί, ενώ αν στρέφεται θα συνεχίσει να στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Μέχρι τώρα αναφερθήκαμε σε στροφικές κινήσεις γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής. Τα συμπεράσματα μας για την κίνηση αυτή μπορούν να επεκταθούν και στις περιπτώσεις που ο άξονας περιστροφής μετατοπίζεται. Αυτό συμβαίνει στις σύνθετες κινήσεις, στις οποίες το σώμα κάνει ταυτόχρονα μεταφορική και στροφική κίνηση, όπως στην κίνηση ενός τροχού που κυλάει. Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει και στις περιπτώσεις αυτές, αρκεί ο άξονας γύρω από τον οποίο περιστρέφεται το σώμα να διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος, να είναι άξονας συμμετρίας και να μην αλλάζει κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της κίνησης.

Στη σχέση $\Sigma \tau = I\alpha$ οι ροπές που περιλαμβάνονται στο αλγεβρικό άθροισμα $\Sigma \tau$ και η ροπή αδράνειας I αναφέρονται στον ίδιο άξονα περιστροφής

Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι μηδέν, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι και η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν, επομένως το σώμα διατηρεί την προηγούμενη περιστροφική του κατάσταση, δηλαδή αν το σώμα είναι ακίνητο θα εξακολουθήσει να ηρεμεί, ενώ αν στρέφεται θα συνεχίσει να στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Συμπεράσματα από τη διερεύνηση της σχέσης $\Sigma \tau = I\alpha$

Αν $\Sigma \tau = 0$, τότε $\alpha = 0$

Δηλαδή, το σώμα ή είναι ακίνητο ή περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα

Αν $\Sigma \tau = \text{σταθ.}$, τότε $\alpha = \text{σταθ.}$

Δηλαδή, το σώμα κάνει ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση.

Ο θεμελιώδης νόμος $\Sigma \tau = I\alpha$ ισχύει και όταν ένα στερεό σώμα κάνει σύνθετη κίνηση, όπως είναι η κύλιση ενός τροχού που κινείται ευθύγραμμα.

Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει και στις περιπτώσεις που ο άξονας περιστροφής μετατοπίζεται, αρκεί αυτός:

- α. να διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος,
- β. να είναι άξονας συμμετρίας του σώματος και
- γ. να μην αλλάζει κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της κίνησης.



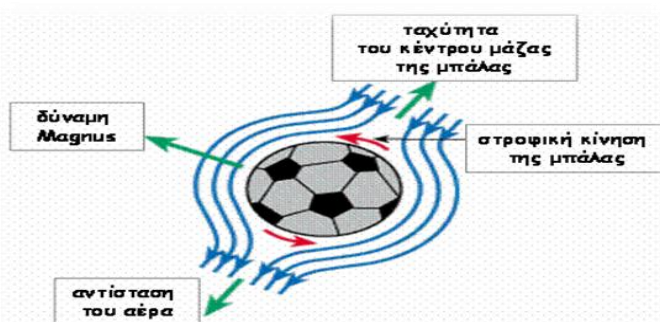
Πότε η σχέση $\Sigma \tau = I\alpha$ ισχύει διανυσματικά:

Η σχέση αυτή γενικά δεν ισχύει διανυσματικά. Για να ισχύει διανυσματικά, πρέπει η ροπή αδράνειας I του σώματος να είναι σταθερή και ο άξονας περιστροφής του σώματος:

- α. να έχει σταθερή θέση και σταθερή διεύθυνση
- β. να διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος και να έχει σταθερή διεύθυνση.

| | |
|---|---|
| $\Sigma \vec{F} = 0$ $\Sigma \tau = 0$ | Το σώμα ισορροπεί. |
| $\Sigma \vec{F} \neq 0$ $\Sigma \tau = 0$ | Το σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση του κέντρου μάζας \vec{a}_{cm} ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_{cm}$) |
| $\Sigma \vec{F} = 0$ $\Sigma \tau \neq 0$ | Το σώμα εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από νοητό άξονα που διέρχεται το κέντρο μάζας του με γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ($\Sigma \tau = I_{cm}\alpha$). |
| $\Sigma \vec{F} \neq 0$ $\Sigma \tau \neq 0$ | Το σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση (μεταφορική με επιτάχυνση \vec{a}_{cm} και στροφική γύρω από νοητό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του με γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$). |

Κίνηση Magnus



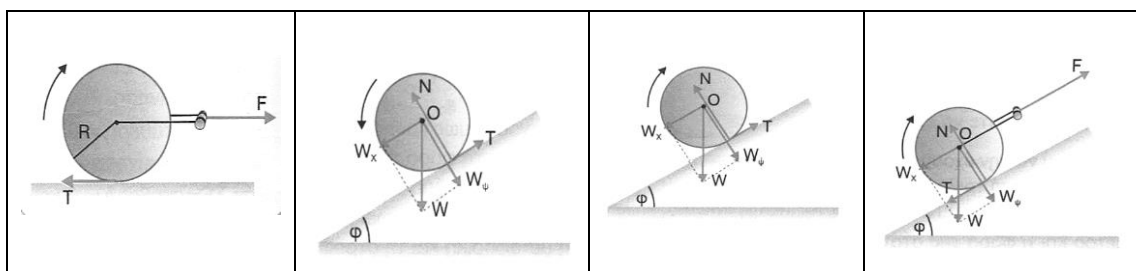
Κάθε περιστρεφόμενο αντικείμενο - στην προκειμένη περίπτωση η μπάλα - δημιουργεί ένα είδος δίνης από περιστρεφόμενο αέρα γύρω του. Στην μια πλευρά του αντικειμένου, η κίνηση της δίνης θα είναι στην ίδια κατεύθυνση με το ρεύμα του αέρα μέσα στο οποίο κινείται η μπάλα, γι αυτό και σε αυτήν την πλευρά η ταχύτητα θα αυξηθεί. Από την άλλη δε πλευρά, η κίνηση της δίνης είναι στην αντίθετη κατεύθυνση του ρεύματος και βεβαίως η ταχύτητα θα μειωθεί. Όμως η πίεση του αέρα γύρω από την μπάλα είναι πιο χαμηλή από την ατμοσφαιρική πίεση κατά ένα παράγοντα ανάλογο προς το τετράγωνο της ταχύτητας, έτσι η πίεση θα είναι πιο χαμηλή στην μια πλευρά της από όσο την άλλη, κάτι που δημιουργεί μια ασύμμετρη δύναμη κάθετη στον αέρα. Με άλλα λόγια όταν ιδιοπεριστρέφεται η μπάλα καθώς κινείται δημιουργεί χαμηλή πίεση (αυξημένη ταχύτητα αέρα) εκεί που η περιστροφή έχει την ίδια κατεύθυνση με το ρεύμα του αέρα, και υψηλή πίεση (χαμηλή ταχύτητα αέρα) στην άλλη πλευρά της μπάλας. Αναγκάζεται λοιπόν η μπάλα να ακολουθήσει μια πορεία προς τα πάνω ή προς τα κάτω ανάλογα με την περιστροφή. Ο γερμανός φυσικός Heinrich Magnus περιέγραψε για πρώτη φορά το φαινόμενο αυτό το 1853 αλλά, σύμφωνα με τον Gleick, και ο Ισαάκ Νεύτωνας περιέγραψε και εξήγησε το φαινόμενο σωστά για την αιτία του φαινομένου, 180 χρόνια πιο νωρίς από τον Magnus, όταν παρατήρησε τους παίκτες που έπαιζαν τένις στο Κολέγιο του Καίμπριτζ.

9

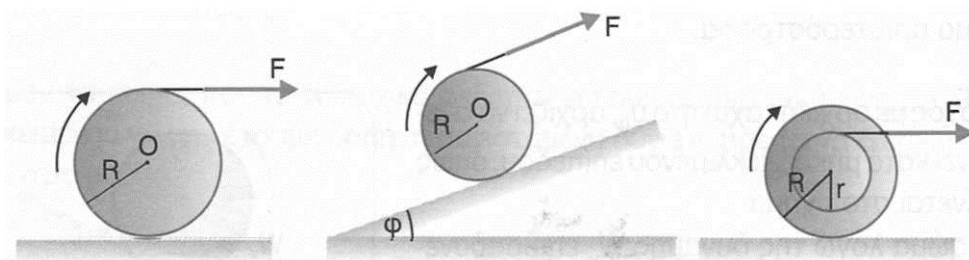
24. Η φορά της στατικής τριβής στην κύλιση χωρίς ολίσθηση:



ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ ΕΙΜΑΣΤΕ ΣΙΓΟΥΡΟΙ ΓΙΑ ΤΗ ΦΟΡΑ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ:



! ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ ΔΕΝ ΕΙΜΑΣΤΕ ΣΙΓΟΥΡΟΙ ΓΙΑ ΤΗ ΦΟΡΑ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ:



! Όταν ένα σώμα κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει και δέχεται δύναμη, της οποίας η ροπή δεν είναι μηδέν, η φορά της στατικής τριβής είναι άγνωστη. Σε αυτή την περίπτωση επιλέγουμε τη φορά της στατικής τριβής τυχαία. Αν μετά τους υπολογισμούς η τριβή έχει αρνητικό πρόσημο, τότε αλλάζουμε τη φορά της τριβής.

Μελέτη στροφικής κίνησης συστήματος σωμάτων που περιστρέφονται γύρω από κοινό άξονα

Όταν έχουμε ένα σύστημα σωμάτων που περιστρέφονται γύρω από κοινό άξονα, ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

- α) Μελετάμε όλο το σύστημα ως ενιαίο σώμα, οπότε οι εσωτερικές δυνάμεις και οι εσωτερικές ροπές αλληλοεξουδετερώνονται. Την κίνηση των σωμάτων την επηρεάζουν μόνο οι εξωτερικές δυνάμεις και οι εξωτερικές ροπές.
- β) Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το σύστημα υπολογίζοντας μόνο τις εξωτερικές ροπές που δέχεται αυτό και βρίσκουμε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος. Η γωνιακή επιτάχυνση καθενός από τα σώματα του συστήματος είναι ίση με τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.
- γ) Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το κάθε σώμα του συστήματος και βρίσκουμε τις εσωτερικές ροπές του συστήματος

25. Συνθήκη για να έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση

Προκειμένου να μην έχουμε ολίσθηση, πρέπει η στατική τριβή να είναι μικρότερη από τη μέγιστη στατική τριβή, δηλαδή:

$$T_{στ} < T_{στmax} \quad \text{ή} \quad T_{στ} < \mu_s N, \text{ όπου } \mu_s \text{ είναι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής.}$$

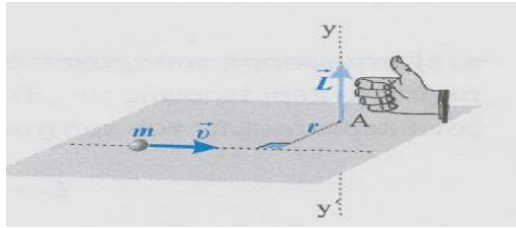
Το μέτρο και η φορά της στατικής τριβής πρέπει να ικανοποιούν τους δύο νόμους:

$$\Sigma \tau = I_{cm} a_{\gamma\omega\nu}, \quad \Sigma F = M a_{cm}$$

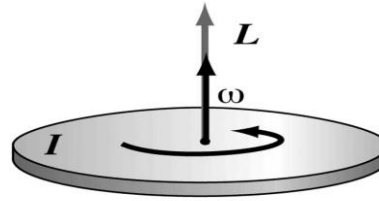
$$\text{και τη σχέση } a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} R.$$

Εάν $T_{στ} = T_{στmax}$, τότε το σώμα οριακά δεν ολισθαίνει.

26. Στροφορμή



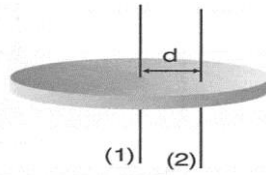
Στροφορμή υλικού σημείου: $\mathbf{L} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{r}$
 $\mathbf{L} = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r}^2$



Στροφορμή στερεού σώματος: $\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$

Η στροφορμή ενός στερεού σώματος είναι μηδενική, όταν το σώμα δεν περιστρέφεται.

Η ροπή αδράνειας I υπολογίζεται ως προς το συγκεκριμένο άξονα περιστροφής του σώματος.




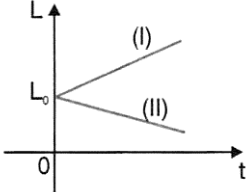
Όταν το σώμα περιστρέφεται γύρω από άξονα (1) που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, η στροφορμή του είναι $\mathbf{L} = \mathbf{I}_{\text{cm}} \boldsymbol{\omega}$

Όταν το σώμα περιστρέφεται γύρω από άξονα (2) που είναι παράλληλος στον άξονα (1) και απέχει απόσταση d απ' αυτόν, σύμφωνα με το θεώρημα του Steiner η στροφορμή του είναι $\mathbf{L} = (\mathbf{I}_{\text{cm}} + \mathbf{M}d^2) \boldsymbol{\omega}$


Επομένως, η στροφορμή ενός στερεού που περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, είναι μικρότερη από τη στροφορμή του στερεού, όταν περιστρέφεται γύρω από οποιονδήποτε άλλο άξονα που είναι παράλληλος σε αυτόν.

Η σχέση $\mathbf{L} = \mathbf{I}_{\text{cm}} \boldsymbol{\omega}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό της στροφορμής υλικού σημείου, όπου I είναι η ροπή αδράνειας του υλικού σημείου ως προς τον άξονα περιστροφής. Αντίθετα, η σχέση $\mathbf{L} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{r}$ δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της στροφορμής στερεού σώματος.

 Η σχέση $L = f(t)$

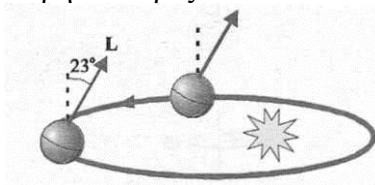
| | | |
|---|---|--|
| <p>Από τη σχέση $\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}$ προκύπτει: $dL = \Sigma\tau dt$ Εάν $\Sigma\tau = \text{σταθερό}$, τότε $L = L_0 \pm \Sigma\tau t$</p> | <p>Η γραφική παράσταση περιγράφει τη σχέση $L = f(t)$.</p>  | <p>(I): επιταχυνόμενη (II): επιβραδυνόμενη Από την κλίση της ευθείας υπολογίζεται η $\Sigma\tau$.</p> |
|---|---|--|


27. Ρυθμός μεταβολής της στροφορμής: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Sigma\tau}$

 Η σχέση $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Sigma\tau}$ ισχύει πάντα, ενώ η σχέση $\Sigma\tau = \mathbf{I}\boldsymbol{\alpha}_{\text{γων}}$ ισχύει με την προϋπόθεση ότι η ροπή αδράνειας I είναι σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος.

28. Αρχή Διατήρησης Στροφορμής : $\mathbf{An} \sum \boldsymbol{\tau}_{\varepsilon\xi} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{L}_{\text{συστ}} = \text{σταθ}$

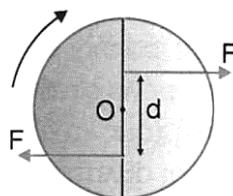
Για παράδειγμα, κατά την περιστροφή της Γης γύρω από τον εαυτό της (ιδιοπεριστροφή), επειδή η ελκτική δύναμη που δέχεται από τον Ήλιο δε δημιουργεί ροπή, αφού ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας της, η στροφορμή της Γης παραμένει σταθερή. Επομένως η χρονική διάρκεια περιστροφής της Γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή -24 ώρες.



29. Επίδραση ζεύγους δυνάμεων σε στερεό σώμα 

Όταν σε ένα στερεό σώμα ασκείται μόνο ένα ζεύγος δυνάμεων, τότε ισχύουν:

- $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$ ή $\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{0}$, δηλαδή η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή.



$\boldsymbol{\Sigma \tau} = \mathbf{F}d$ ή $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{F}d \neq \mathbf{0}$. Δηλαδή η στροφορμή του σώματος μεταβάλλεται.

12

30. Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής: $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

Αν το στερεό περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που είναι παράλληλος στον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και απέχει από αυτόν απόσταση d, τότε: $K = \frac{1}{2} (I_{\text{cm}} + Md^2) \omega^2$

31. Κινητική ενέργεια σώματος που κάνει σύνθετη κίνηση: $K = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

32. Έργο δύναμης που δημιουργεί σταθερή ροπή : $\mathbf{W} = \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\theta}$ (Πρέπει $\tau = \text{σταθερό}$)

33. Στιγμιαία ισχύς δύναμης που δημιουργεί (στιγμιαία) ροπή τ όταν το σώμα περιστρέφεται με (στιγμιαία) γωνιακή ταχύτητα ω : $\mathbf{P} = \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\omega}$.

Η μέση ισχύς της ροπής μίας δύναμης για χρονικό διάστημα t δίνεται από τη σχέση

$$\bar{P} = \frac{W}{t}, \text{ όπου } W \text{ το έργο της ροπής της δύναμης στο χρονικό διάστημα } t.$$

✓ **Ομαλή στροφοική κίνηση**

Στην ομαλή στροφοική κίνηση η μέση ισχύς της συνολικής ροπής που δέχεται το σώμα για χρονικό διάστημα t είναι:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = 0, \text{ γιατί δεν παράγεται έργο.}$$

✓ **Ομαλά μεταβαλλόμενη στροφοική κίνηση**

Στην ομαλά μεταβαλλόμενη στροφοική κίνηση η μέση ισχύς της συνολικής ροπής από τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t , δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} \quad \text{ή} \quad \bar{P} = \frac{\Sigma\tau\theta}{t} \quad \text{ή} \quad \bar{P} = \frac{\Sigma\tau(\omega_0 t + \frac{1}{2}a_{\gamma\omega\nu} t^2)}{t} \quad \text{ή}$$

$$\bar{P} = \frac{\Sigma\tau\omega_0 t}{t} + \frac{\Sigma\tau a_{\gamma\omega\nu} t^2}{2t} \quad \text{ή} \quad \bar{P} = \Sigma\tau\omega_0 + \frac{\Sigma\tau a_{\gamma\omega\nu} t}{2}$$

ή $\bar{P} = P_0 + \frac{\Sigma\tau a_{\gamma\omega\nu} t}{2}$, όπου P_0 είναι η στιγμιαία ισχύς της συνολικής ροπής τη χρονική στιγμή $t=0$.

34. Σχέση κινητικής ενέργειας και στροφορμής: $K = \frac{L^2}{2I}$ και $K = \frac{L\omega}{2}$

13

34. ΘΜΚΕ στην περιστροφική κίνηση:

$$\Sigma W = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Sigma W = \frac{1}{2}I\omega_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2}I\omega_{\text{αρχ}}^2 = \frac{L_{\text{τελ}}^2}{2I} - \frac{L_{\text{αρχ}}^2}{2I}$$

35. ΘΜΚΕ στην σύνθετη κίνηση:

$$\Sigma W = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Sigma W = \left(\frac{1}{2}m\mathbf{u}_{\text{τελ}}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{\text{τελ}}^2\right) - \left(\frac{1}{2}m\mathbf{u}_{\text{αρχ}}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{\text{αρχ}}^2\right)$$

Το θεώρημα έργου- ενέργειας εφαρμόζεται ανεξάρτητα από το είδος της κίνησης και ανεξάρτητα από το εάν η δύναμη μεταβάλλεται κατά μέτρο, διεύθυνση ή φορά. Αυτό συμβαίνει, γιατί το θεώρημα είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει πάντοτε.

Όταν εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου- ενέργειας για ένα σύστημα σωμάτων, υπολογίζουμε μόνο τα έργα των εξωτερικών δυνάμεων. Τα έργα των εσωτερικών δυνάμεων του συστήματος έχουν άθροισμα μηδέν, γιατί οι εσωτερικές δυνάμεις λόγω του νόμου δράσης -αντίδρασης έχουν ίσα μέτρα και αντίθετα πρόσημα.

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο μίας εσωτερικής δύναμης σε ένα σύστημα σωμάτων, τότε εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για το σώμα που δέχεται αυτή τη δύναμη

36. Έργο της στατικής τριβής στη κύλιση χωρίς ολίσθηση

Όταν ο τροχός έχει στραφεί κατά γωνία θ , το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά απόσταση $s=R\theta$.

Το έργο της τριβής για τη στροφική κίνηση είναι:

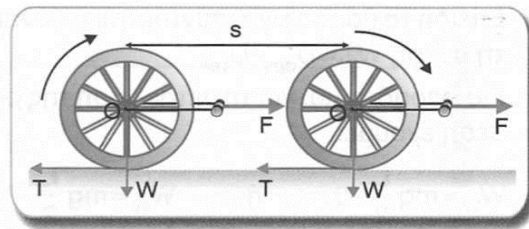
$$W_{T\sigma} = \tau\theta \quad \text{ή} \quad W_{T\sigma} = TR\theta \quad \text{ή} \quad W_{T\sigma} = Ts$$

Το έργο της τριβής για τη μεταφορική κίνηση είναι $W_{T\mu} = -Ts$

Επομένως το συνολικό έργο της τριβής είναι:

$$W_T = W_{T\mu} + W_{T\sigma} \quad \text{ή} \quad W_T = Ts + (-Ts) \quad \text{ή} \quad W_T = 0$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήξουμε για οποιοδήποτε στερεό σώμα εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.



Άρα, στην κύλιση χωρίς ολίσθηση, το συνολικό έργο της στατικής τριβής είναι μηδέν, γιατί η στατική τριβή δεν μειώνει τη μηχανική ενέργεια του συστήματος μετατρέποντάς την σε θερμότητα, όπως η τριβή ολίσθησης.

Μέσω του έργου της, αυξάνει (ή μειώνει) την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης μειώνοντας (ή αυξάνοντας) αντίστοιχα την κινητική ενέργεια λόγω στροφικής κίνησης. Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο η στατική τριβή δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, γι' αυτό δεν παράγει έργο.

37. Η κινητική ενέργεια στην κύλιση χωρίς ολίσθηση



Όταν ένα στερεό σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ο λόγος $K_{\text{μετ}}/K_{\text{στρ}}$ είναι σταθερός.

38. Ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφορικής κίνησης δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dK_{\text{μετ}}}{dt} = \Sigma \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω στροφικής κίνησης δίνεται από τη σχέση:

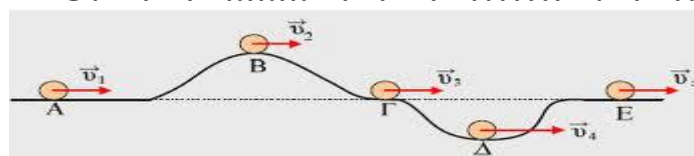
$$\frac{dK_{\text{στρ}}}{dt} = \Sigma \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας είναι ίσος με την ισχύ της συνισταμένης $\Sigma \vec{F}'$ των εξωτερικών μη συντηρητικών δυνάμεων, δηλαδή, με το ρυθμό με τον οποίο η $\Sigma \vec{F}'$ απορροφά ή προσφέρει ενέργεια στο σύστημα.

$$\frac{dE_{\text{μηχ}}}{dt} = \frac{dW_{\Sigma \vec{F}'}}{dt} = P_{\Sigma \vec{F}'} = \Sigma \vec{F}' \cdot \vec{v}$$

39. Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας: $K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$

Θ.Μ.Κ.Ε.....Α.Λ.Μ.Ε.....Α.Λ.Ε.....



Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε)

- α) Εφαρμόζεται για **ένα σώμα**.
- β) Ισχύει **ΠΑΝΤΑ**, ανεξάρτητα από το είδος των ασκούμενων δυνάμεων.
- γ) Το ΘΜΚΕ μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση αλλά ορισμένες φορές δεν μας βοηθά στη λύση ενός προβλήματος, όπως π.χ. στις εξής δύο περιπτώσεις:
- i) Αν στα δεδομένα ή στα ζητούμενα εμπλέκεται ο χρόνος (αυτό δεν σημαίνει ότι σε συνδυασμό με άλλες εξισώσεις, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί και το ΘΜΚΕ, αλλά από μόνο του δεν δίνει λύση).
- ii) Αν μελετάμε ένα σύστημα σωμάτων που αλληλεπιδρούν. Αυτό, στην περίπτωση που δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης αλληλεπίδρασης για το ένα σώμα.

Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.)

- α) Εφαρμόζεται για **ένα σύστημα σωμάτων** και όχι για ένα σώμα.
- β) Ισχύει **ΜΟΝΟ**, αν οι **όλες** οι δυνάμεις που παράγουν έργο, είναι **συντηρητικές (Διατηρητικές)**.
- i) Αν ένα σώμα κινείται στο βαρυντικό πεδίο της Γης, μέλος του συστήματος είναι και η Γη, αλλά συνήθως το «ξεχνάμε», μιας και η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα-Γη, συνδέεται με την κινητική ενέργεια του σώματος. Έτσι λέμε «η δυναμική ενέργεια του σώματος» πράγμα που ενώ δεν είναι σωστό, ίσως απλοποιεί τα πράγματα και διευκολύνει τους μαθητές.
- ii) Όταν εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ, μπορεί να ασκούνται διάφορες δυνάμεις στο σύστημά μας, που να μην είναι συντηρητικές. Αρκεί οι δυνάμεις αυτές να μην παράγουν έργο.

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας (Α.Δ.Ε.)

- α) Εφαρμόζεται για **ένα σύστημα σωμάτων που μπορεί να είναι και το ΣΥΜΠΛΗΡΩΣ** όλο.
- β) Ισχύει **ΠΑΝΤΑ**.

Άλλα σχόλια.....

Σε ένα σύστημα σωμάτων στα οποία ασκούνται μόνο διατηρητικές δυνάμεις (πχ βαρυτικές, ελαστικότητας, ηλεκτροστατικές) το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας, δηλαδή η μηχανική ενέργεια, διατηρείται σταθερή σε κάθε μεταβολή.

$$\text{Δηλαδή } K_{0Λ,1} + U_{0Λ,1} = K_{0Λ,2} + U_{0Λ,2}$$

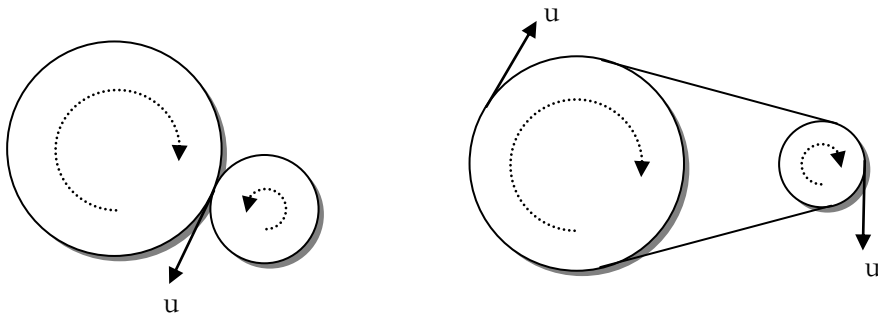
Οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται σε δυο διαφορετικές καταστάσεις, χρονικές στιγμές κλπ του συστήματος. Αν το σύστημα αποτελείται από ένα σώμα μάζας m και τη Γη, τότε για λόγους απλοστευσης, όμως καταχρηστικά, δεν αναφερόμαστε στο σύστημα σώμα-Γη αλλά μόνο στο σώμα. Δηλαδή εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ, ως αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας του σώματος. Είναι γνωστό ότι η μεταβολή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος αποδίδεται στις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό. Επίσης υπενθυμίζουμε ότι το έργο δύναμης εκφράζει την ενέργεια που μεταβιβάζεται ή μετατρέπεται σε άλλη μορφή.

Αποδεικνύεται ότι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που κάνει μεταφορική κίνηση, κατά τη διάρκεια μιας μετατόπισής του, είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που ασκήθηκαν σε αυτό. Δηλαδή $\Delta K = \Sigma W$ Η προηγούμενη σχέση ισχύει για οποδήποτε περίπτωση δυνάμεων και είδος κίνησης. Σε ένα σύστημα που δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του ή δεν έχει περιβάλλον (σύμπαν), η συνολική ενέργεια διατηρείται σταθερή. Η πρόταση αυτή είναι γνωστή ως Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας.

36. Οδοντωτοί τροχοί- μάντες

Αν δύο (οδοντωτοί ή όχι) τροχοί ακουμπάνε και ο ένας περιστρέφει τον άλλο τότε στο σημείο επαφής έχουμε κάθε στιγμή την ίδια γραμμική ταχύτητα (άρα και την παράγωγό της την επιτόχια επιτάχυνση a_e). Με βάση την συνθήκη αυτή βρίσκουμε τις γωνιακές ταχύτητές τους και τις γωνιακές επιταχύνσεις τους.

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει όταν οι τροχοί είναι συνδεδεμένοι με μάντες

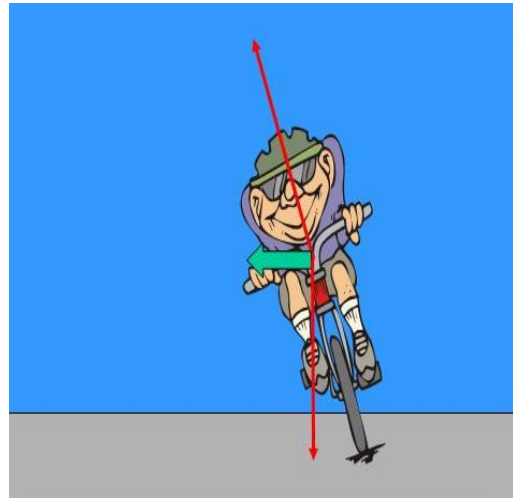


$$v_1 = v_2 \text{ ή } \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

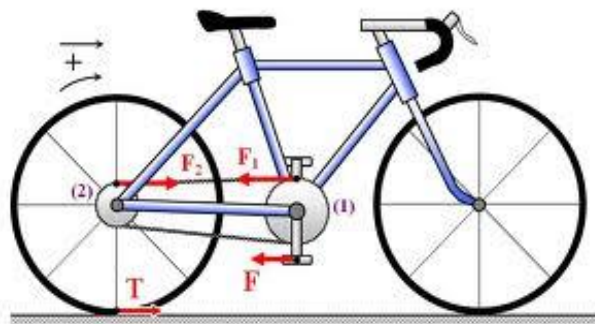


ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΠΟΔΗΛΑΤΟΥ...



16



Οι παράγοντες που εξηγούν την κίνηση του ποδηλάτου είναι πολλοί και αρκετά πολύπλοκοι. Είναι μάλιστα δύσκολα παρατηρήσιμοι για κάποιον που ξέρει ποδήλατο. Και βέβαια η φυσική θεωρία είναι αρκετά σύνθετη. Θα προσπαθήσω εδώ να δώσω μόνο μερικά στοιχεία (πολύ συνοπτικά).

1. Όταν κάνετε ποδήλατο παρατηρήστε τι πρέπει να κάνετε όταν το ποδήλατό σας πάει να πέσει. Γυρίζετε λίγο το τιμόνι προς το μέρος της απειλούμενης πτώσης. Αυτό ακριβώς εξηγεί (από τη σκοπιά της δυναμικής της κυκλικής κίνησης) την ευστάθεια. Γιατί τότε το ποδήλατο πάει να εκτελέσει κυκλική τροχιά με 2 διαφορετικές ακτίνες. 2. Γιατί όμως το ποδήλατο δεν πέφτει ακόμη κι όταν δεν κρατάμε το τιμόνι; Αυτό οφείλεται στην κατασκευή του ποδηλάτου. Αν προσέξετε θα δείτε ότι σε ΟΛΑ τα ποδήλατα αν προεκτείνετε τον άξονα του τιμονιού μέχρι το έδαφος το σημείο που τέμνει η νοητή προέκταση το έδαφος είναι λίγο πιο μπροστά από το σημείο επαφής της ρόδας με το έδαφος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το τιμόνι να γυρίζει μόνο του προς το μέρος της κλίσης και της ενδεχόμενης πτώσης αποτρέποντάς την. Μπορείτε να το διαπιστώσετε αυτό αν, έχοντας κατακόρυφο το ποδήλατο σε μια επιφάνεια με μικρή τριβή και κρατώντας το από το σκελετό, του δώσετε μικρή κλίση προς μια κατεύθυνση. Θα δείτε ότι το τιμόνι θα γυρίσει αμέσως προς το ίδιο μέρος. 3. Είναι το λεγόμενο γυροσκοπικό φαινόμενο. Δηλαδή (χονδρικά) η τάση διατήρησης της διεύθυνσης του άξονα περιστροφής. Αυτό μπορείτε να το διαπιστώσετε με το εξής απλό πείραμα. Σηκώστε το ποδήλατο έτσι ώστε οι ρόδες του να μην περιστρέφονται και να μην ακουμπούν στο έδαφος και δώστε του μια κλίση. Τότε το τιμόνι δεν θα περιστραφεί. Αν τώρα κάνετε το ίδιο ενώ η μπροστινή ρόδα περιστρέφεται θα παρατηρήσετε απότομη περιστροφή του τιμονιού. (Το φαινόμενο αυτό παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στις μοτοσυκλέτες). Οι αιτίες αυτές δεν υπάρχουν ή δεν λειτουργούν όταν το ποδήλατο είναι ακίνητο.

Αυτό με το ποδήλατο, όντως δεν έχει καθόλου απλή λύση, και δεν νομίζω ότι σχετίζεται η ισορροπία μόνο με τις κινήσεις. Σας παραθέτω ακόμα πιο απλό πρόβλημα που ίσως είναι πιο εύκολο κι ανεξάρτητο από τις κινήσεις μας. Το ποδήλατο γιατί δεν ισορροπεί από μόνο του στις δύο ρόδες, και χρειάζεται σταντ? (Εστω και σε κλειστό χώρο, χωρίς να επηρεάζεται από κλίση εδάφους και αέρα). Όμως αν ανέβεις και πηδήξεις εν κινήσει προς τα πίσω, αυτό μπορεί και συνεχίζει χωρίς να πέσει (για λίγο χρόνο). Πάνω απ όλα έχει να κάνει με την γεωμετρία του ποδηλάτου, και συγκεκριμένα με το κέντρο βάρους του. Τα ελαστικά, να λάβετε υπόψη σας έχουν πάντα διαφορετική φθορά, κοντά στα σημεία επαφής με τον δρόμο. Επίσης το βάρος του ποδηλάτου δεν είναι συμμετρικά κατανομημένο, ας μην ξεχνάμε και την αλυσίδα με τον δίσκο που είναι πάντα προς την μία μεριά. Αν λάβουμε υπόψη και αναβάτη, πρέπει να σημειώσουμε ότι προφανώς και το σώμα μας δεν έχει ομοιόμορφη κατανομημένο βάρος. Αν κόψουμε κάποιον στην μέση (από το κεφάλι προς τα κάτω, όχι όπως οι ταχυδακτυλουργοί) ξέρουμε ότι στην μία μεριά υπάρχει το σκυώτι, που ζυγίζει αρκετά. Οι κινήσεις που κάνουμε σε ακίνητο ποδήλατο διορθώνουν η μία την άλλη ώστε να ισορροπήσουμε, προσπαθώντας να βρούμε το κέντρο βάρους του συστήματος αναβάτη - ποδήλατο. Στην κίνηση υπάρχουν επιπλέον δυνάμεις (π.χ φυγόκεντρος στην στροφή), και είναι ευκολότερη εκ των πραγμάτων η ισορροπία. Σε ακινησία πρέπει να ελέγξεις το βάρος σου πράγμα σχεδόν ακατόρθωτο (για πολλή ώρα), διότι η παραμικρή κίνηση, ακόμα και ο κτύπος της καρδιάς μπορεί να σε εκτρέψει από την ισορροπία.