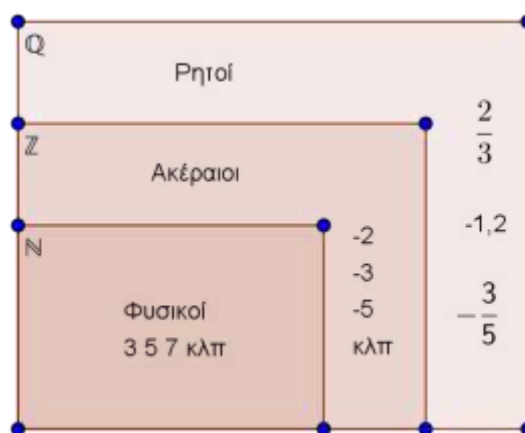


## 7<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

### 7.1 Θετικοί και Αρνητικοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου

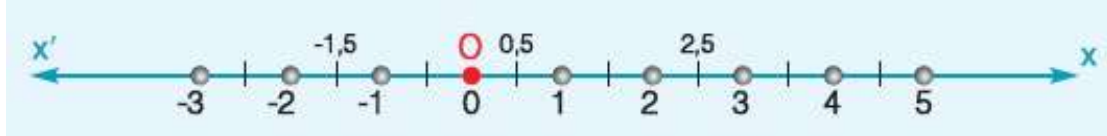
#### ΘΕΩΡΙΑ

- Τι ονομάζουμε **πρόσημα**;  
-Πρόσημα λέγονται τα σύμβολα « + » και « - » και τα γράφουμε πριν από τους αριθμούς εκτός από το μηδέν.
- Τι ονομάζουμε **θετικό** και τι **αρνητικό** αριθμό;  
-Θετικός αριθμός λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « + » , ενώ αρνητικός αριθμός λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « - ».
- Τι πρόσημο έχει ο αριθμός 0 (μηδέν);  
-**Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός.**
- Τι είναι (θετικός ή αρνητικός) ένας αριθμός χωρίς πρόσημο;  
-Όταν μπροστά από έναν αριθμό **δεν έχουμε κανένα πρόσημο**, εννοούμε ότι είναι θετικός, δηλαδή **έχει πρόσημο « + »** .
- Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **ομόσημοι** και ποιοι **ετερόσημοι** ;  
-**Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το **ίδιο πρόσημο**  
**Ετερόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν **διαφορετικό πρόσημο**.
- Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **φυσικοί** (N);  
-**Φυσικοί** λέγονται οι αριθμοί: **0,1,2,3,4,.....**
- Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **ακέραιοι** (Z);  
-**Ακέραιοι** αριθμοί είναι οι φυσικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς, δηλαδή οι αριθμοί: **.....,-3,-2,-1,0,1,2,3,.....**
- Ποιοι αριθμοί ονομάζονται **ρητοί**;  
-**Ρητοί** αριθμοί είναι αυτοί που μπορούν να γραφούν **σε μορφή κλάσματος** με ακέραιους όρους και **παρονομαστή διάφορο του μηδενός**(δηλαδή οι φυσικοί, τα κλάσματα, οι δεκαδικοί με τους αντίστοιχους αρνητικούς τους)
- Ποια σχέση έχουν μεταξύ τους οι φυσικοί, οι ακέραιοι και οι ρητοί αριθμοί  
-Οι φυσικοί αριθμοί περιέχονται στους ακέραιους, και οι ακέραιοι στους ρητούς!!



- Τι ονομάζουμε άξονα  $x'x$ 
  - Άξονα (ευθεία)  $x'x$  ονομάζουμε τον ημιάξονα (ημιευθεία)  $Ox$  (δεξιά του  $O$ ) και τον αντικείμενο του  $Ox'$  (αριστερά του  $O$ ) μαζί. Θετικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας  $Ox$ . Αρνητικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας  $Ox'$ .
- Τι ονομάζεται **τετμημένη ενός σημείου**

Σε κάθε ρητό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο  $A$  ενός άξονα  $x'Ox$ , ο ρητός αυτός αριθμός ονομάζεται τετμημένη του σημείου  $A$



## 7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών

### ΘΕΩΡΙΑ

- Τι ονομάζουμε **απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού**;
  - Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού  $a$  ονομάζουμε την απόσταση του σημείου με τετμημένη  $a$  από την αρχή  $O$  του άξονα και συμβολίζεται με  $|a|$ .
- Ποιους ονομάζουμε **αντίθετους αριθμούς**;
  - Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν την ίδια απόλυτη τιμή, αλλά είναι ετερόσημοι
- Με τι ισούται η **απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού, ενός αρνητικού και του μηδενός**;
  - Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος αριθμός.
  - Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετος του.
  - Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.
- Πώς να **συγκρίνουμε ρητούς αριθμούς**
  - Ο **μεγαλύτερος** από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται **δεξιότερα** από τον άλλο πάνω στον άξονα.
  - Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό
  - Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό
  - Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
  - Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή.

Απόλυτη τιμή = ο αριθμός χωρίς το πρόσημο!

## 7.3 & 7.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση ρητών αριθμών

### ΘΕΩΡΙΑ

- Πώς προσθέτουμε **δύο ομόσημους αριθμούς**;

Για να προσθέσουμε ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.
- Πώς προσθέτουμε **δύο ετερόσημους αριθμούς**;
  - Για να προσθέσουμε ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

➤ Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β. Δηλ.  $a - b = a + (-b)$

➤ Απαλοιφή παρενθέσεων

-Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το « + » (ή δεν έχει πρόσημο) μπορούμε να την απαλοίσουμε μαζί με το « + » (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημα τους.

-Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το « - » μπορούμε να την απαλοίσουμε μαζί με το « - » και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αλλαγμένα τα πρόσημα τους.

➤ Πως προσθέτουμε δύο ή περισσότερους ρητούς αριθμούς;

#### Α' ΤΡΟΠΟΣ:

-Σε μια παράσταση που έχουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις, **αν υπάρχουν αντίθετοι αριθμοί τους διαγράφουμε**

-Μετά βάζουμε το πρόσημο « + » και προσθέτουμε όλους τους θετικούς αριθμούς, μετά βάζουμε το πρόσημο « - » και προσθέτουμε όλους τους αρνητικούς αριθμούς. Στο τέλος προσθέτω δύο ετερόσημους αριθμούς.

Πχ.  $A = +3-7+2+10-3-9+5-2-1$

$$A = (+2 + 10 + 5) + (-7-9-2-1)$$

$$A = +17+(-19)$$

$$A = -2$$

#### Β' ΤΡΟΠΟΣ:

-Σε μια παράσταση που έχουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις, **αν υπάρχουν αντίθετοι αριθμοί τους διαγράφουμε**

-Προσθέτω τους 2 πρώτους όρους, το άθροισμα με τον 3<sup>ο</sup> όρο κοκ.

Πχ.  $A = +3-7+2+10-3-9+5-2-1$

$$A = (-7 + 2) + 10 - 9 + 5 - 2 - 1$$

$$A = (-5 + 10) - 9 + 5 - 2 - 1$$

$$A = (+5 - 9) + 5 - 2 - 1$$

$$A = 4 + 5 - 2 - 1$$

$$A = +1 - 2 - 1 \text{— Διαγράφουμε τους αντίθετους}$$

$$A = -2$$

#### Ερωτήσεις κατανόησης

1. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

Οι ρητοί αριθμοί που δεν έχουν πρόσημο λέγονται .....

Δύο αριθμοί που έχουν ίδιο πρόσημο λέγονται .....

Ακέραιοι αριθμοί είναι οι ..... μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς

Θετικός ημίξονας ονομάζεται ο ημίξονας .....

2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή (Λ), αν είναι λανθασμένες.

a. Το μηδέν είναι αρνητικός αριθμός

b. Ένας ρητός αριθμός διάφορος του μηδενός είναι ή θετικός ή αρνητικός

c. Οι ετερόσημοι αριθμοί έχουν το ίδιο πρόσημο

a	b	c
---	---	---

--	--	--

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή (Λ), αν είναι λανθασμένες.

- a. Ο αριθμός 5 είναι θετικός
- b. Οι αριθμοί 4 και -7 είναι ετερόσημοι
- c. Οι αριθμοί +5, +7, 11 είναι ομόσημοι
- d. Οι αριθμοί -8, 0 είναι ομόσημοι
- e. Όλοι οι αριθμοί: -2, -3, -5, 7, -11 είναι αρνητικοί
- f. Στον άξονα χ'χ ένας θετικός αριθμός βρίσκεται δεξιά ενός αρνητικού αριθμού
- g. Αν η τετμημένη του Α είναι 2 και του Β είναι -2, η τετμημένη του μέσου Μ είναι 0.

a	b	c	d	e	f	g

4. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α ονομάζουμε την ..... του σημείου με τετμημένη α από την αρχή Ο του άξονα και συμβολίζεται με .....

Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν την ίδια ....., αλλά είναι .....

Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ..... αριθμός.

$$|0| = \dots$$

Αν  $a > 0$  και  $\beta < 0$ , τότε  $a \dots \beta$

Αν  $a < 0$ ,  $\beta < 0$  και  $|a| < |\beta|$  τότε  $a \dots \beta$

Οι ..... αριθμοί έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

5. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

A. Ισχύει  $|a| \geq 0$  για οποιοδήποτε ρητό αριθμό α

B. Αν  $a > 0$ , τότε  $|a| = a$

Γ. Δύο αντίθετοι μη μηδενικοί αριθμοί είναι ετερόσημοι

Δ. Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετος του

Ε. Δύο σημεία με τετμημένες αντίθετους αριθμούς είναι συμμετρικά ως προς την αρχή Ο του άξονα χ'χ.

A	B	Γ	Δ	E

6. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

$$|-7| = \dots$$

$$|-6| \dots |+6|$$

$$\left| +\frac{5}{2} \right| = \dots$$

$$-(-7) \dots 7$$

$$-(+5) = \dots$$

$$-(+7) \dots -7$$

$$-(-11) = \dots$$

$$|-5| \dots |-11|$$

$$-5 \dots 0$$

$$7 \dots -8$$

$$|+7| \dots |+2|$$

$$|-7| \dots |+3|$$

$$+7 \dots 8$$

$$-8 \dots -10$$

7. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

Το άθροισμα δύο θετικών ρητών είναι ..... αριθμός

Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι .....

Το άθροισμα δύο αρνητικών αριθμών είναι ..... αριθμός

Αν  $\alpha + \beta = 0$ , τότε οι  $\alpha$  και  $\beta$  είναι ..... αριθμοί

8. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

A. Το άθροισμα δύο ετερόσημων αριθμών είναι θετικός αριθμός

B. Αν το άθροισμα ομόσημων ρητών είναι θετικός αριθμός, τότε οι ρητοί είναι θετικοί

Γ. Αν το άθροισμα δύο ετερόσημων αριθμών είναι αρνητικός, τότε οι ρητοί είναι αρνητικοί

Δ. Αν το άθροισμα ομόσημων ρητών είναι αρνητικός, τότε οι ρητοί είναι αρνητικοί

E. Αν  $\alpha + \beta = 0$ , τότε  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίθετοι

A	B	Γ	Δ	E

9. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

$$(+5) + (+7) = +12$$

$$(-3) + (-5) = -8$$

$$(-8) + (+3) = +5$$

$$(-6) + (+6) = 0$$

$$(-3) + (+5) = 2$$

$$(-1) + (-6) + (-7) = -14$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Από τους παρακάτω αριθμούς, να βρείτε ποιοι είναι θετικοί και ποιοι αρνητικοί:

$$-3, \quad 4, \quad +\frac{3}{5}, \quad 0, \quad -\frac{1}{2}, \quad +3,7$$

2. Στα παρακάτω ζεύγη αριθμών, να βρείτε ποιοι αριθμοί είναι ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι:

$$\text{a. } +5 \quad -\frac{1}{3} \qquad \text{b. } +5 \quad 3 \qquad \text{c. } -13 \quad -5$$

$$\text{d. } -10 \quad 20 \qquad \text{e. } -12 \quad -4 \qquad \text{f. } 7 \quad +8$$

3. Να βρείτε τις απόλυτες τιμές των παρακάτω αριθμών:

$$2 \qquad -3 \qquad 2,3 \qquad -\frac{1}{2} \qquad -0,7$$

4. Να βρείτε τους αντίθετους των παρακάτω αριθμών:

$$5, \quad -4, \quad -1, \quad -9, \quad -7, \quad 6,4, \quad -\frac{2}{3}, \quad +8$$

5. Να βρείτε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο αριθμός  $\chi$  σε κάθε περίπτωση:

$$|x| = 7 \qquad |x| = \frac{1}{2} \qquad |x| = 2,5$$

$$|x| = 0 \qquad |x| = 3\frac{1}{4} \qquad |x| = -3$$

6. Να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί:

Αριθμός	-3,13	+5,65	-1,03	0	+7,08	-3
Απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί από την αρχή του άξονα						

7. Τοποθέτησε ένα “ $\chi$ ” στην αντίστοιχη θέση

		Σωστό	Λάθος
(α)	Ισχύει η ανισότητα: $-3 < 2$		
(β)	Ισχύει η ανισότητα: $-3 > -2$		
(γ)	Στην ανισότητα $2,4 < \chi < 5,7$ ο $\chi$ μπορεί να πάρει 2 ακέραιες τιμές		
(δ)	Υπάρχουν 7 ακριβώς ακέραιοι που αληθεύουν τη σχέση: $-3 \leq \chi \leq +3$		
(ε)	Δύο ακέραιοι με ίδιο πρόσημο είναι αντίθετοι.		

8. Βρείτε τους αριθμούς που έχουν ως απόλυτη τιμή:

$$\begin{array}{ccc} 30 & 17 & 0 \\ 3,2 & 4,1 & 7 \end{array}$$

9. Να υπολογιστούν τα παρακάτω αθροίσματα:

$$\begin{array}{ccc} (+5) + (+7) & (-8) + (-6) & (+6) + (-4) \\ (-9) + (+5) & (+15) + (-15) & (-17) + 0 \\ 0 + (+15) & 13 + (-14) & 12 + (-16) \end{array}$$

10. Να υπολογιστούν τα παρακάτω αθροίσματα:

$$\begin{array}{ccc} (-6) + (-5) & (+14) + (-9) & (+8) + (-9) \\ (+13) + (+16) & (-3) + (-2) & (+8) + (-3) \end{array}$$

11. Να υπολογιστούν τα παρακάτω αθροίσματα:

$$\begin{array}{c} \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) \\ \left(-\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) \end{array}$$

12. Να υπολογιστούν τα παρακάτω αθροίσματα:

$$\begin{array}{c} (+4) + (-5) + (+8) + (-7) + (-8) + (-9) \\ (+8) + (-12) + (+25) + (-70) + (+60) + (-10) \end{array}$$

$$(-15) + (-20) + (-30) + (+40) + (+65) + (-12)$$

13. Να απλοποιηθεί η γραφή των παρακάτω αθροισμάτων και να υπολογιστούν έπειτα τα αθροίσματα (απαλοιφή παρενθέσεων):

$$(+4) + (-9) + (-5) + (+8) + (+5) + (+4) + (-1)$$

$$(-2) + (-8) + (+6) + (-7) + (-4) + (+3) + (+9)$$

14. Να υπολογιστούν οι παρακάτω διαφορές:

$$(+5) - (+7) \qquad (-8) - (-6) \qquad (+6) - (-4)$$

$$(-9) - (+5) \qquad (+15) - (-15) \qquad (-17) - 0$$

$$0 - (+15) \qquad 13 - (-14) \qquad 12 - (-16)$$

15. Να γίνουν οι παρακάτω αφαιρέσεις:

$$8 - (+25)$$

$$1 - (-37)$$

$$54 - (+59)$$

$$0 - (+6)$$

16. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω αλγεβρικών αθροισμάτων:

$$(+4) + (-5) + (+8) + (-7) + (-8) + (-9)$$

$$(+8) + (-12) + (+25) + (-70) + (+60) + (-10)$$

$$(-15) + (-20) + (-30) + (+40) + (+65) + (-12)$$